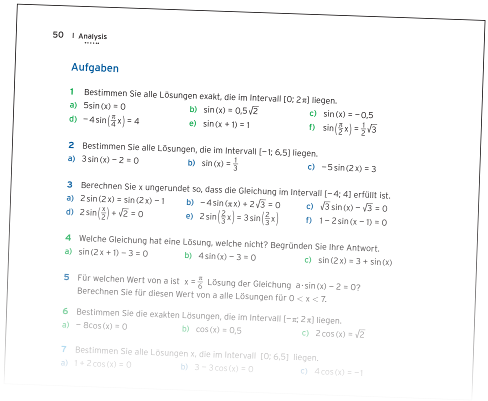
Jede Lerneinheit schließt mit einer ausreichenden Anzahl von **Aufgaben** ab. Diese sind zur Ergebnissicherung und Übung gedacht, aber auch als Hausaufgaben geeignet. Kompetenzorientierte Aufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad ermöglichen es dem Schüler, den Stoff zu festigen und zu vertiefen. Beispiele und Aufgaben aus dem Alltag, aus der Wirtschaft und der Technik stellen einen praktischen Bezug her. Eine Differenzierung der Aufgaben ist durch Farben gegeben:

**grün:** Lösung ohne Hilfsmittel

**blau:** keine Vorgabe zur Lösung



50 I Analysis

Aufgaben

1 Bestimmen Sie alle Lösungen exakt, die im Intervall $[0; 2\pi]$ liegen.
a) $5\sin(x) = 0$ b) $\sin(x) = 0{,}5\sqrt{2}$ c) $\sin(x) = -0{,}5$
d) $-4\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) = 4$ e) $\sin(x+1) = 1$ f) $\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

2 Bestimmen Sie alle Lösungen, die im Intervall $[-1; 6{,}5]$ liegen.
a) $3\sin(x) - 2 = 0$ b) $\sin(x) = \frac{1}{3}$ c) $-5\sin(2x) = 3$

3 Berechnen Sie x ungerundet so, dass die Gleichung im Intervall $[-4; 4]$ erfüllt ist.
a) $2\sin(2x) = \sin(2x) - 1$ b) $-4\sin(\pi x) + 2\sqrt{3} = 0$ c) $\sqrt{3}\sin(x) - \sqrt{3} = 0$
d) $2\sin\left(\frac{x}{2}\right) + \sqrt{2} = 0$ e) $2\sin\left(\frac{2}{3}x\right) = 3\sin\left(\frac{2}{3}x\right)$ f) $1 - 2\sin(x-1) = 0$

4 Welche Gleichung hat eine Lösung, welche nicht? Begründen Sie Ihre Antwort.
a) $\sin(2x+1) - 3 = 0$ b) $4\sin(x) - 3 = 0$ c) $\sin(2x) = 3 + \sin(x)$

5 Für welchen Wert von a ist $x = \frac{\pi}{6}$ Lösung der Gleichung $a \cdot \sin(x) - 2 = 0$? Berechnen Sie für diesen Wert von a alle Lösungen für $0 < x < 7$.

6 Bestimmen Sie die exakten Lösungen, die im Intervall $[-\pi; 2\pi]$ liegen.
a) $-8\cos(x) = 0$ b) $\cos(x) = 0{,}5$ c) $2\cos(x) = \sqrt{2}$

7 Bestimmen Sie alle Lösungen x, die im Intervall $[0; 6{,}5]$ liegen.
a) $1 + 2\cos(x) = 0$ b) $3 - 3\cos(x) = 0$ c) $4\cos(x) = -1$

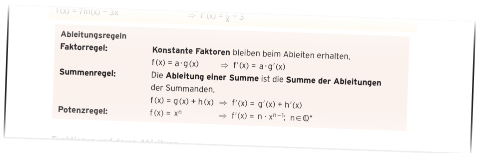
Themen und Aufgaben für das **erhöhte Anforderungsniveau (eA)** sind farblich gelb hinterlegt.

4.5.3 Rotationskörper

mvurl.de/gi9t

Die Bilder zeigen **Rotationskörper** aus dem Alltag. Bei diesen Körpern ist das Volumen eine wichtige Größe. Das Volumen kann mithilfe der Integralrechnung bestimmt werden.

**Definitionen, Festlegungen, Merksätze** und mathematisch wichtige **Grundlagen** sind in Rot gekennzeichnet.



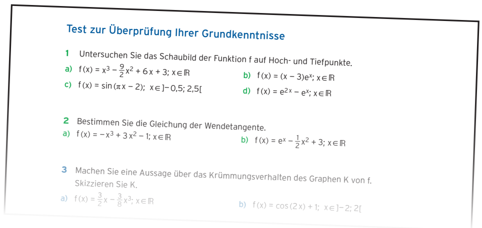
**Ableitungsregeln**

**Faktorregel:** **Konstante Faktoren** bleiben beim Ableiten erhalten.
$f(x) = a \cdot g(x) \Rightarrow f'(x) = a \cdot g'(x)$

**Summenregel:** Die **Ableitung einer Summe** ist die **Summe der Ableitungen** der Summanden.
$f(x) = g(x) + h(x) \Rightarrow f'(x) = g'(x) + h'(x)$

**Potenzregel:** $f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1};\ n \in \mathbb{Q}^*$

Die Aufgaben **„Test zur Überprüfung Ihrer Grundkenntnisse“** sind zur Ergebnissicherung und Übung gedacht, aber auch als Hausaufgaben geeignet. Sie werden im Anhang ausführlich gelöst.



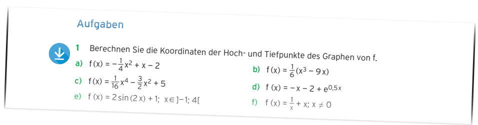
Test zur Überprüfung Ihrer Grundkenntnisse

1 Untersuchen Sie das Schaubild der Funktion f auf Hoch- und Tiefpunkte.
a) $f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x + 3;\ x \in \mathbb{R}$ b) $f(x) = (x-3)e^x;\ x \in \mathbb{R}$
c) $f(x) = \sin(\pi x - 2);\ x \in\ ]-0{,}5; 2{,}5[$ d) $f(x) = e^{2x} - e^x;\ x \in \mathbb{R}$

2 Bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente.
a) $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 1;\ x \in \mathbb{R}$ b) $f(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 + 3;\ x \in \mathbb{R}$

3 Machen Sie eine Aussage über das Krümmungsverhalten des Graphen K von f. Skizzieren Sie K.
a) $f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{8}x^3;\ x \in \mathbb{R}$ b) $f(x) = \cos(2x) + 1;\ x \in\ ]-2; 2[$

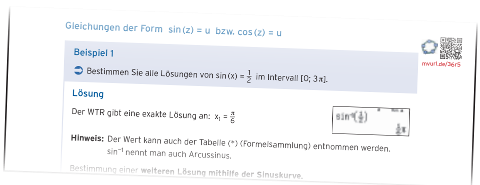
Für **Aufgaben mit dem Download-Logo** stehen ausführliche Lösungen zum Download bereit. Sie finden diese im Downloadbereich zum Buch auf unserer Webseite https://www. merkur-verlag.de.



Aufgaben

1 Berechnen Sie die Koordinaten der Hoch- und Tiefpunkte des Graphen von f.
a) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x - 2$ b) $f(x) = \frac{1}{6}(x^3 - 9x)$
c) $f(x) = \frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 5$ d) $f(x) = -x - 2 + e^{0{,}5x}$
e) $f(x) = 2\sin(2x) + 1;\ x \in\ ]-1; 4[$ f) $f(x) = \frac{1}{x} + x;\ x \neq 0$

Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen wird durch den sinnvollen Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge unterstützt. Im Buch wird **Geogebra** in vielfältiger Weise, zur Erarbeitung von mathematischen Inhalten und zur Lösung von Aufgaben eingesetzt.



Gleichungen der Form $\sin(z) = u$ bzw. $\cos(z) = u$

mvurl.de/36r5

Beispiel 1

Bestimmen Sie alle Lösungen von $\sin(x) = \frac{1}{2}$ im Intervall $[0; 3\pi]$.

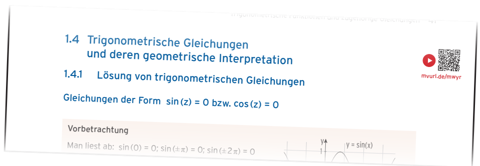
Lösung

Der WTR gibt eine exakte Lösung an: $x_1 = \frac{\pi}{6}$

**Hinweis:** Der Wert kann auch der Tabelle (*) (Formelsammlung) entnommen werden. $\sin^{-1}$ nennt man auch Arcussinus.

Bestimmung einer **weiteren Lösung mithilfe der Sinuskurve.**

**Videos** dienen der Veranschaulichung von Problemen und Erläuterung von Lösungswegen. Sie unterstützen die Lernenden beim Entdecken mathematischer Zusammenhänge.



1.4 Trigonometrische Gleichungen und deren geometrische Interpretation

1.4.1 Lösung von trigonometrischen Gleichungen

mvurl.de/mwyr

Gleichungen der Form $\sin(z) = 0$ bzw. $\cos(z) = 0$

Vorbetrachtung

Man liest ab: $\sin(0) = 0;\ \sin(\pm\pi) = 0;\ \sin(\pm 2\pi) = 0$

# Inhaltsverzeichnis