

WISSEN KOMPAKT

Wolfgang Ortmanns

Anke Albert

# Entscheidungs- und Spieltheorie

Eine anwendungsbezogene Einführung

Verlag Wissenschaft & Praxis





# WISSEN KOMPAKT

Wolfgang Ortmanns

Anke Albert

# **Entscheidungs- und Spieltheorie**

Eine anwendungsbezogene Einführung

Verlag Wissenschaft & Praxis

## **Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-89673-489-1

© Verlag Wissenschaft & Praxis  
Dr. Brauner GmbH 2008  
D-75447 Sternenfels, Nußbaumweg 6  
Tel. 07045/930093 Fax 07045/930094

Alle Rechte vorbehalten

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Printed in Germany

## Vorwort

Es gibt hervorragende Lehrbücher sowohl zur Entscheidungstheorie als auch zur Spieltheorie. Aber genau das ist ein Problem! Die meisten Autoren, die diese hervorragenden Bücher schreiben, sind in der Mathematik, der Statistik oder der theoretischen Volkswirtschaftslehre zu Hause. Und so, formal streng, lesen sich ihre Bücher auch. Dagegen ist nichts zu sagen, wenn man Student eines mathematiknahen Studienganges ist und wenn es hier nicht um etwas ginge, das uns alle angeht: Die Entscheidungstheorie und die Spieltheorie sind nämlich angewandte Wissenschaften. Ihr Instrumentarium ist ausgesprochen hilfreich in vielen Situationen in jedem Beruf, ja sogar in unserem aller Alltag! Entscheidungs- und Spieltheorie ist überall. Es ist ein mächtiges Werkzeug und ein persönlicher Erfolgsfaktor und deswegen wäre es sehr schade, wenn es nur eine Spielwiese für Mathematiker wäre.

Dieses Buch ist eine anwendungsbezogene Einführung. In jedem Abschnitt folgen nach wenigen allgemeinen Erläuterungen sogleich Beispiele, die zeigen, wie man konkrete Problemstellung strukturieren kann, wo überall diese Instrumente hilfreich sind. Ein weiteres Problem ist die verbreitete Trennung in Entscheidungstheorie einerseits und Spieltheorie andererseits. Beides gehört aber zusammen: Die Entscheidungstheorie behandelt Spiele gegen den Zufall, die Spieltheorie Entscheidungen bei einem (oder mehreren) Gegenspieler. Wer sich mit Spieltheorie beschäftigt ohne etwas über Entscheidungstheorie zu wissen, erschwert sich nur unnötig den Zugang, begrifflich und methodisch. Vieles in der Spieltheorie wird ganz einfach, wenn man den entscheidungstheoretischen Werkzeugkasten bereits kennt.

In diesem Buch werden wir zunächst die typischen Herangehensweisen der (älteren) Entscheidungstheorie möglichst anschaulich

vermitteln und dann in die strategische Denkweise der (jüngeren) Spieltheorie übergehen. Wir beschränken uns weitgehend auf einfache Anwendungen. Die Beispiele sollen eine Anregung sein, was bereits damit alles lösbar ist. Und sie geben uns auch Hinweise auf typische Entscheidungsfehler, denn es geht nicht nur um Logik, sondern auch um Psychologie. Vielleicht werden Sie nach der Lektüre dieses Buches ihrer Intuition nicht mehr so vertrauen wie vorher; zu Ihrem Nutzen. In der Spieltheorie beschäftigen wir uns dann mit dem strategischen Denken und den hier typischen Lösungsmustern solcher Entscheidungsprobleme. Gegen Ende werden wir dann auch einen Einblick in anspruchsvollere Modelle aus dem Bereich der asymmetrischen Information geben.

Den mathematischen Anspruch halten wir so gering wie möglich. Mit Schulmathematik kommt man an den meisten Passagen des Buches aus. Aber selbst wem das noch zu viel ist, kann das Buch mit Gewinn lesen, da überall auch verbale Erklärungen geliefert werden. So bietet unser Buch auch und gerade Praktikern die Möglichkeit, dieses Wissenschaftsgebiet kennenzulernen und sich auch anzueignen. Den Studierenden kann es einen Einstieg in die Materie bieten und durch den Anwendungsbezug die praktische Relevanz aufzeigen. Hier könnte das Buch als Aperitif wirken, um sich dann mit größeren Verständnis und Lust den formal anspruchsvolleren Büchern zu widmen.

In diesem Sinne wünschen wir allen unseren Lesern interessante Einblicke in einen höchst wichtigen Werkzeugkasten der modernen Managementlehre.

Wolfgang Ortmanns

Anke Albert

Dresden, im Sommer 2008

# Inhaltsverzeichnis

<b>I Entscheidungstheorie .....</b>	<b>13</b>
1 Eine Einführung in die Entscheidungstheorie .....	13
2 Einige einfache Entscheidungsregeln bei Entscheidungen unter Unsicherheit .....	18
3 Entscheidungen und Wahrscheinlichkeiten (auch Entscheidung unter Risiko).....	23
3.1 Der Erwartungswert und wie man mit Wahrscheinlichkeiten (richtig) rechnet .....	23
3.2 Wie man nach Tests bessere Wahrscheinlichkeiten erhält – das Bayessche Theorem .....	29
3.3 Das Ziegenproblem und andere Fallen beim Denken in Wahrscheinlichkeiten.....	36
3.4 Das $\mu$ - $\sigma$ -Prinzip – oder warum man nicht nur auf den Erwartungswert schauen sollte.....	42
4 Entscheidungen und der Entscheidungsnutzen.....	48
4.1 Das Bernoulli-Prinzip und wie man seinen Nutzen messen kann .....	48
4.2 Wie man nach dem Erwartungsnutzen individuell entscheiden kann .....	55
4.3 Warum wir manchmal falsch entscheiden – Erkenntnisse der Entscheidungspsychologie .....	63
<b>II Spieltheorie.....</b>	<b>71</b>
1 Eine Einführung in die Spieltheorie.....	71
2 Spiele mit einem Gleichgewicht (in reinen Strategien)....	76

2.1	Der Klassiker: Das Gefangenendilemma.....	76
2.2	Wie man mit den „besten Antworten“ zuverlässig Gleichgewichte findet .....	84
2.3	Wie man bei stetigen Spielen Gleichgewichte findet ..	90
2.4	Rationalität des Irrationalen – warum wir manchmal nicht rational sein sollten .....	96
3	Spiele ohne Gleichgewicht (in reinen Strategien) .....	101
3.1	Der Klassiker: Schnick-Schnack-Schnuck .....	101
3.2	Wie man die richtige Mischung findet.....	105
4	Spiele mit mehreren Gleichgewichten.....	113
4.1	Der Klassiker: Kampf der Geschlechter .....	113
4.2	Einige Überlegungen zur Gleichgewichtsselektion ...	116
5	Verhandlungsspiele (kooperative Spieltheorie).....	123
5.1	Wie man Verhandlungsergebnisse vorhersehen kann .....	123
5.2	Lösungen von stetigen Verhandlungsspielen.....	129
6	Spiele mit asymmetrischer Informationsverteilung.....	136
6.1	Warum Gleichgewichte bei unvollständiger Information problematisch sind .....	136
6.2	Die Prinzipal-Agenten-Theorie und das Problem „adverse selection“ .....	143
6.3	Die Prinzipal-Agenten-Theorie und das Problem „moral hazard“ .....	152
	<b>Quellenverzeichnis .....</b>	<b>169</b>

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1:	Entscheidungsbaum des Bauern .....	26
Abbildung 2:	Entscheidungsbaum des Bauern unter Berücksichtigung der bedingten Wahrscheinlichkeiten.....	28
Abbildung 3:	Entscheidungsbaum der Bank.....	33
Abbildung 4:	$\mu$ - $\sigma$ -Diagramm .....	43
Abbildung 5:	Susis Entscheidungsalternativen im $\mu$ - $\sigma$ -Diagramm .....	46
Abbildung 6:	Risikonutzenfunktion (RNF) bei Risikoaversion.....	51
Abbildung 7:	RNF bei Risikoaffinität.....	52
Abbildung 8:	RNF bei Risikoneutralität .....	52
Abbildung 9:	Nutzenindifferenzkurve (NIK).....	59
Abbildung 10:	Kapitalmarktlinie (KML).....	61
Abbildung 11:	Optimale Anlageentscheidung.....	62
Abbildung 12:	Wertefunktion .....	67
Abbildung 13:	Spielbaumbeispiel .....	86
Abbildung 14:	Spielbaum zum „Battle of the Bismarck Sea“ .....	90
Abbildung 15:	„Beste-Antwort-Funktionen“ der beiden Anbieter.....	93
Abbildung 16:	Spielbaum zum Kampf der Geschlechter ....	121
Abbildung 17:	Isogewinnkurven des Lieferanten .....	132
Abbildung 18:	Isogewinnkurven des Händlers .....	132
Abbildung 19:	Isogewinnkurven des Lieferanten und des Händlers .....	133
Abbildung 20:	Spielbaum bei asymmetrischer Informationsverteilung.....	140
Abbildung 21:	Z/A-Diagramm.....	150

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1:	Grundform der Entscheidungsmatrix .....	15
Tabelle 2:	Entscheidungsmatrix der Warenhauskette.....	16
Tabelle 3:	Strikt und schwach dominierte Strategien .....	18
Tabelle 4:	Grenzen des Dominanzkriteriums .....	19
Tabelle 5:	Kreditentscheidung einer Bank .....	22
Tabelle 6:	Kreditentscheidung einer Bank unter Berücksichtigung der Eintrittswahrscheinlichkeiten.....	25
Tabelle 7:	Entscheidungsmatrix des Bauern.....	25
Tabelle 8:	Entscheidungsmatrix des Bauern unter Berücksichtigung der Eintrittswahrscheinlichkeiten.....	27
Tabelle 9:	Entscheidungsmatrix des Bauern unter Berücksichtigung der bedingten Wahrscheinlichkeiten .....	29
Tabelle 10:	Entscheidungssituation der Bank nach Auskunft über die Zahlungsfähigkeit der Kunden ...	31
Tabelle 11:	Entscheidungsmatrix zum Ziegenproblem .....	39
Tabelle 12:	Susis Entscheidungsproblem .....	45
Tabelle 13:	Susis Erwartungsnutzen.....	55
Tabelle 14:	Susis Sicherheitsäquivalent .....	57
Tabelle 15:	Normalform der Spielmatrix .....	73
Tabelle 16:	Spielmatrix zum Gefangenendilemma .....	77
Tabelle 17:	Spielmatrix für die Straßenbeleuchtung .....	78
Tabelle 18:	Spielmatrix der Tankstellenpächter .....	80
Tabelle 19:	Spielmatrix zum wiederholten Gefangenendilemma .....	82
Tabelle 20:	Spielmatrix zum Eingangsbeispiel .....	84
Tabelle 21:	Spielmatrix zum „Battle of the Bismarck Sea“ ..	88
Tabelle 22:	Spielmatrix für ein unplausibles NG .....	97
Tabelle 23:	Spielmatrix für Schnick-Schnack-Schnuck .....	101
Tabelle 24:	Spielmatrix für Schnick-Schnack-Schnuck mit Brunnen .....	104

Tabelle 25: Spielmatrix der Autohersteller.....	105
Tabelle 26: Indifferenzwahrscheinlichkeiten der Autohersteller .....	107
Tabelle 27: Das Schwarzfahrerbeispiel .....	109
Tabelle 28: Spielmatrix zum Kampf der Geschlechter.....	114
Tabelle 29: Spielmatrix für die Fahrgäste des Aufzugs.....	115
Tabelle 30: Spielmatrix der Anbieter .....	116
Tabelle 31: Spielmatrix des Dyopols.....	118
Tabelle 32: Spielmatrix der Firmen.....	119
Tabelle 33: Spielmatrix der Firmen mit neuen Pay-offs .....	120
Tabelle 34: Spielmatrix zur Straßenbeleuchtung.....	124
Tabelle 35: Differenzenmatrix zur Straßenbeleuchtung.....	125
Tabelle 36: Spielmatrix Verhandlungsspiele.....	126
Tabelle 37: Verhandlungslösung beim Kampf der Geschlechter .....	128
Tabelle 38: Hohe Kosten des Spieler 1.....	137
Tabelle 39: Niedrige Kosten f. Spieler 1 .....	137
Tabelle 40: Erwartungsnutzen des potentiellen Versicherungsnehmers.....	145
Tabelle 41: Erwartungsnutzen bei verschiedenen Vertragsangeboten .....	147
Tabelle 42: Wahrscheinlichkeiten zum Arbeitseinsatz der Agenten.....	153
Tabelle 43: Nutzen für den Agenten.....	157
Tabelle 44: LEN-Modell.....	164



# I Entscheidungstheorie

## 1 Eine Einführung in die Entscheidungstheorie

Wir alle treffen jeden Tag eine Fülle von Entscheidungen, bewusst oder unbewusst. Schon morgens, wenn wir aufwachen, ist die erste Entscheidung fällig: Aufstehen oder liegen bleiben? Wir wägen, mehr automatisch und routiniert als überlegt, die zukünftigen Konsequenzen ab. Meistens bedeutet das, lieber Aufstehen und zur Arbeit gehen. Die nächsten Entscheidungen folgen sogleich: Dünne Jacke, dicke Jacke? Mit Schirm oder ohne?

Nicht entscheiden geht nicht! Auch nichts tun ist schließlich (fast) immer eine Alternative, nicht immer eine Gute, aber immerhin, es ist eben auch eine Möglichkeit. Im Unternehmen angekommen warten schon weitere Entscheidungssituationen auf uns. Wenn es nun schon so ist, dass wir ohnehin laufend Entscheidungen zu fällen haben, kann es nicht schaden, dies wenigstens bewusst zu tun, also unter Berücksichtigung der Instrumente und der Erkenntnisse, die die Entscheidungstheorie anzubieten hat. Darum geht es in diesem Buch: Zu zeigen, wie wir „gute“ Entscheidungen treffen können. Übersetzen wir gut mit rational, was macht dann eine gute Entscheidung aus?

Wir können folgende Merkmale aus der Literatur<sup>1</sup> identifizieren:

- Sie steht im Einklang mit unseren Zielen und Präferenzen.
- Sie beruht auf realistischen Erwartungen.

---

<sup>1</sup> Eisenführ/Weber: Rationales Entscheiden, 2003; S.: 4 ff

- Sie beruht darauf, zukünftige Konsequenzen, und eben nur die zukünftigen Konsequenzen, zu berücksichtigen.
- Sie ist indifferent gegenüber der Darstellung des Entscheidungsproblems.

Vermutlich werden Sie gegen diese Definition keine Einwände haben. Aber auch vernunftbegabte Menschen handeln intuitiv keineswegs immer danach. Darüber wird noch die Rede sein. So dürfte ein Aktienbesitzer die Entscheidung ob er verkaufen will oder nicht eigentlich nur davon abhängig machen, wie er die zukünftige Entwicklung realistisch einschätzt. Tatsächlich wird er sich aber häufig auch fragen: Zu welchem Kurs habe ich denn früher mal gekauft, bin ich im Plus oder im Minus? Und diese Überlegung (die entscheidungstheoretisch völlig irrelevant ist) kann aus der rationalen eine irrationale Entscheidung machen.

Während bei der eigentlichen Entscheidungstheorie das Ergebnis immer von unsicheren Umweltzuständen abhängig ist (sonst wäre es eine Entscheidung unter Sicherheit, was wir hier aber nicht behandeln wollen), ist sie in der Spieltheorie abhängig von den Entscheidungen Anderer, wie etwa beim Schachspiel. Die Spieltheorie ist also nichts Anderes als eine besondere Form der Entscheidungstheorie. Andersherum ist das Ergebnis eines Roulette-spiels nicht von Anderen abhängig, so dass dieses Glücksspiel kein Thema der Spieltheorie, sondern der Entscheidungstheorie ist. Entscheidungstheorie ist also auch eine Form der Spieltheorie. Wir wollen deshalb, anders als in der gängigen Literatur, auch beides zusammen behandeln, denn Spieltheorie kann man besser verstehen mit Hilfe der Kenntnisse aus der Entscheidungstheorie und eine Entscheidungstheorie ohne Spieltheorie ist nur eine unvollständige Entscheidungslehre.

Es geht im Wesentlichen darum, Strukturen zu finden, um ein Entscheidungsproblem zu lösen. Dabei existieren folgende gemeinsame Basiselemente für alle Probleme:

**Handlungsalternativen (H):** Ein Entscheidungsproblem hat mindestens zwei Handlungsalternativen, wenn man keine Wahl hat, gibt es auch nichts zu entscheiden. Bedenken Sie dabei bitte, dass auch Nichtstun eine Handlungsalternative ist.

**Umweltzustände (UW):** Dies sind Situationen, die nach der Wahl der Handlungsalternativen eintreffen können, ohne dass sie der Entscheidende beeinflussen kann. Sie haben aber Einfluss auf:

**Ergebnisse (E):** Dies sind die Folgen der Handlung, z. B. in Form von subjektiven Nutzen oder objektiven Größen wie Gewinn oder Umsatz, wie sie bei den Umweltzuständen eintreffen können. Man nennt sie auch die **Pay-offs!**

Üblich ist es nun, dies alles in einer **Entscheidungsmatrix** darzustellen (Tabelle 1):

/	UW <sub>1</sub>	UW <sub>1</sub>	...	UW <sub>1</sub>
H <sub>1</sub>	E <sub>11</sub>	E <sub>12</sub>	...	E <sub>1n</sub>
H <sub>2</sub>	E <sub>21</sub>	E <sub>22</sub>	...	E <sub>2n</sub>
...	...	...	...	...
H <sub>m</sub>	E <sub>m1</sub>	E <sub>m2</sub>	...	E <sub>mn</sub>

**Tabelle 1:** Grundform der Entscheidungsmatrix