

Jörg Resag

Die Entdeckung des Unteilbaren

Quanten, Quarks und der LHC

Autor

Jörg Resag
www.joerg-resag.de

Wichtiger Hinweis für den Benutzer

Der Verlag, der Herausgeber und die Autoren haben alle Sorgfalt walten lassen, um vollständige und akkurate Informationen in diesem Buch zu publizieren. Der Verlag übernimmt weder Garantie noch die juristische Verantwortung oder irgendeine Haftung für die Nutzung dieser Informationen, für deren Wirtschaftlichkeit oder fehlerfreie Funktion für einen bestimmten Zweck. Der Verlag übernimmt keine Gewähr dafür, dass die beschriebenen Verfahren, Programme usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Buch berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften. Der Verlag hat sich bemüht, sämtliche Rechteinhaber von Abbildungen zu ermitteln. Sollte dem Verlag gegenüber dennoch der Nachweis der Rechteinhaberschaft geführt werden, wird das branchenübliche Honorar gezahlt.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media
springer.de

© Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg 2010
Spektrum Akademischer Verlag ist ein Imprint von Springer

10 11 12 13 14 5 4 3 2 1

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Planung und Lektorat: Dr. Andreas Rüdinger, Bettina Saglio
Redaktion: Dr. Annette Heß
Satz: klartext, Heidelberg
Umschlaggestaltung: SpieszDesign, Neu-Ulm
Titelfotografie: © The ATLAS Experiment at CERN

ISBN 978-3-8274-2484-6

Vorwort

Kaum eine andere Naturwissenschaft hat in den letzten gut 100 Jahren eine so stürmische Entwicklung erfahren wie die Physik. Sie hat Entdeckungen hervorgebracht, die weit über den Rahmen dieser Wissenschaft hinausreichen und die unser Weltbild entscheidend verändert haben. Als wichtige Meilensteine seien hier genannt: die Formulierung der speziellen und allgemeinen Relativitätstheorie durch Albert Einstein in den Jahren 1905 und 1916, die Entwicklung der Quantenmechanik und der Quantenfeldtheorie seit 1925 durch Niels Bohr, Werner Heisenberg, Wolfgang Pauli, Paul Dirac, Richard Feynman und andere sowie schließlich die Formulierung des modernen Standardmodells der Elementarteilchen in den Jahren seit etwa 1962, insbesondere durch Glashow, Salam, Ward, Weinberg, Gell-Mann, Fritzsche und Zweig. Dieses Standardmodell bildet die Grundlage für unser heutiges Verständnis der Physik der Elementarteilchen und wurde an den großen Teilchenbeschleunigern immer wieder getestet und glänzend bestätigt, insbesondere am großen Elektron-Positron-Collider (LEP, *Large Electron-Positron Collider*) des europäischen Forschungszentrums CERN bei Genf.

Das Standardmodell basiert auf den beiden Grundpfeilern *spezielle Relativitätstheorie* und *Quantentheorie* und beschreibt die Naturgesetze mithilfe von zwölf Teilchen (sechs Quarks und sechs Leptonen) sowie drei Wechselwirkungen zwischen diesen Teilchen (die starke, die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung). Die Gravitation bleibt dabei außen vor, d. h. sie wird nicht im Rahmen des Standardmodells beschrieben.

Im März 1995 wurde das letzte noch fehlende der sechs Quarks am Tevatron-Beschleuniger des Fermilabs bei Chicago entdeckt: das *top*-Quark – ein Ereignis, das sogar auf den Titelseiten vieler Zeitungen Eingang fand. Nur das Higgs-Teilchen fehlt noch (Stand Juni 2010). Nach ihm wird in den nächsten Jahren am Large Hadron Collider LHC intensiv gesucht werden.

Im Rahmen des Standardmodells sind wir heute in der Lage, die Struktur der Materie bis zu Abständen von etwa einem Zehntel Fermi (d. h. einem zehntausendmilliardstel Millimeter) detailliert zu beschreiben. Wir kennen heute die physikalischen Gesetze zwischen Elementarteilchen bis zu Teilchenenergien von etwa 100 GeV sehr genau und können damit im Rahmen des Urknallmodells die Entwicklung unseres Universums bis zu einem Zeitpunkt zurückverfolgen, als seine Temperatur etwa eine Millionen-Milliarde Grad betrug. Das Universum existierte zu diesem Zeitpunkt noch nicht einmal eine hundertstel Sekunde lang.

Haben wir mit dem Standardmodell der Elementarteilchen womöglich bereits die sagenumwobene Weltformel, die allumfassende fundamentale physikalische Theorie der Naturgesetze unseres Universums, gefunden? Sind wir mit unserer Suche nach den wirklich unteilbaren Bausteinen der Materie am Ziel angekommen? Die Antwort, die wir aller Wahrscheinlichkeit nach auf diese Frage geben müssen, lautet: Nein! Von einer solchen Weltformel sind wir heute sicher noch ein gutes Stück entfernt. Im Gegenteil: Es gibt viele gute Gründe, die darauf hindeuten, dass es eine Physik jenseits des Standardmodells geben

muss und dass der gerade in Betrieb gegangene Large Hadron Collider LHC ein Fenster in diese neue Welt öffnen wird.

In jedem Fall wird das Standardmodell ähnlich wie die Relativitätstheorie und die Quantenmechanik ein wesentlicher Meilenstein auf dem Weg zu einer fundamentalen Theorie der Naturgesetze sein. Genauso, wie man das Standardmodell ohne die spezielle Relativitätstheorie und die Quantenmechanik nicht verstehen kann, so wird man eines Tages auch eine hypothetische allumfassende Theorie nicht verstehen können, ohne sich mit dem Standardmodell befasst zu haben.

In diesem Buch möchte ich den Versuch wagen, die Reichweite und Schönheit der modernen physikalischen Theorien einem breiten Publikum näherzubringen und damit auch Nicht-Experten an der Faszination teilhaben zu lassen, die von ihnen ausgeht. Neben der Darstellung der neuesten Entwicklungen und Entdeckungen habe ich den nötigen Grundlagen für das Verständnis der modernen Teilchenphysik breiten Raum eingeräumt. Dabei habe ich mich bemüht, den Leser nicht durch halb wahre Überveranschaulichungen zu verwirren. Ich werde versuchen, möglichst klar zu beschreiben, *was* man tut und tun muss, um die Gesetze der Natur zu formulieren, nicht aber, *wie* man es tut.

Aufgrund der Komplexität des Themas war es mir nicht möglich, ein einfaches Buch zu schreiben. Dennoch werden vom Leser im überwiegenden Teil des Buches keine besonderen mathematischen oder physikalischen Vorkenntnisse erwartet. Auf mathematische Formeln wollte ich aber nicht ganz verzichten, da sie an einigen Stellen zum Verständnis des Buches nützlich sein können. Ich hoffe aber, dass die verwendeten Formeln für den Leser keine größeren Schwierigkeiten darstellen. Im Übrigen ist es problemlos möglich, die Formeln einfach zu überspringen, ohne dass das Verständnis in stärkerem Maße darunter leiden sollte. Wer sich für weitere Details sowie den neuesten Stand der Entdeckungen am LHC interessiert, der findet diese auf den Webseiten zu diesem Buch unter

<http://www.joerg-resag.de/>

Inhalt

Vorwort	V
1 Atome, Bausteine der Materie	1
1.1 Die ersten Anfänge	1
1.2 Atome und Moleküle	3
1.3 Die Struktur der Atome	7
1.4 Kräfte und Wechselwirkungen	11
2 Seltsame Quantenwelt	21
2.1 Das Problem der Stabilität der Atome	21
2.2 Licht besteht aus Teilchen	23
2.3 Elektronen als Welle	25
2.4 Das Planck'sche Wirkungsquantum	34
2.5 Die Heisenberg'sche Unschärferelation	36
2.6 Die Bewegung der Elektronen in der Atomhülle.	40
2.7 Spin und Pauli-Prinzip	44
2.8 John Stewart Bell und die Suche nach verborgenen Informationen	48
3 Atomkerne und spezielle Relativitätstheorie.	65
3.1 Der Atomkern	65
3.2 Die spezielle Relativitätstheorie	69
3.3 Maßstäbe der Natur	82
3.4 Neue Rätsel.	84
4 Teilchenzoo, Quarks und Wechselwirkungen	87
4.1 Neue Teilchen und eine neue Wechselwirkung	87
4.2 Ordnung im Teilchenzoo: Quarks und Leptonen	92
4.3 Die starke Wechselwirkung	106

5	Quanten und Relativität	115
5.1	Relativistische Quantenfeldtheorien	115
5.2	Richard Feynmans Graphen	132
5.3	Wechselwirkungen und das Eichprinzip	146
5.4	Die gleitende Ladung	152
5.5	Quark-Physik mit dem Supercomputer	159
5.6	QCD mit Nebenwirkungen: die starke Kernkraft.	162
6	Das Standardmodell der Teilchenphysik	167
6.1	Schwache und elektromagnetische Wechselwirkung vereinigen sich . .	167
6.2	Das Standardmodell auf dem Prüfstand	188
6.3	Der Umgang mit divergierenden Graphen: Renormierung	198
6.4	Was ist ein Teilchen?.	204
7	Gravitation	211
7.1	Einsteins Gravitationstheorie	211
7.2	Quantengravitation	224
8	Aufbruch in neue Welten.	237
8.1	Supersymmetrie, Stringtheorie und andere Ausblicke	237
8.2	Higgs-Teilchen und neue Physik am LHC	250
8.3	Abschließende Bemerkungen	262
	Anhang: Zeittafel	265
	Index.	269

2

Seltsame Quantenwelt

Unser bereits recht detailliertes Bild vom inneren Aufbau der Atome besagt, dass ein Atom aus einem sehr kleinen, schweren, positiv geladenen Kern besteht, um den sich ein oder mehrere winzige, sehr leichte, negativ geladene Elektronen bewegen. Ansonsten besteht ein Atom nur aus leerem Raum. Wie können wir uns die Bewegung der Elektronen genauer vorstellen? Machen Sie sich auf eine Überraschung gefasst!

2.1 Das Problem der Stabilität der Atome

Die elektrische Anziehungskraft zwischen Elektronen und Atomkern besitzt die gleiche Abstandsabhängigkeit wie die gravitative Anziehungskraft zwischen den Planeten und der Sonne. Demnach sollte sich die Bewegung der Elektronen um den Atomkern genauso vollziehen wie die Bewegung der Planeten um die Sonne, nämlich auf Kreis- oder Ellipsenbahnen. Zwar ist die elektrische Kraft wesentlich stärker als die Gravitation, aber dies ändert die möglichen Formen der Bahnkurven nicht.

Bei der Vorstellung, dass ein Atom dem Sonnensystem ähnelt, tritt jedoch ein prinzipielles Problem auf. Nach den Maxwell'schen Gleichungen strahlen kreisende Ladungen immer Energie in Form elektromagnetischer Wellen ab. Da die Elektronen damit ständig Energie verlieren würden, müssten sie innerhalb sehr kurzer Zeit in den Atomkern stürzen, genauso, wie eine rotierende Roulettekugel schließlich in ein Zahlenkästchen fällt, da sie durch Reibung ständig Energie verliert. Das Elektron im Wasserstoffatom, welches in etwa einem halben Angström Abstand den Atomkern umkreisen sollte, würde in etwa 10^{-11} Sekunden (entsprechend einem Lichtweg von etwa drei Millimetern) auf den Atomkern herabstürzen. Atome wären damit keine stabilen Objekte.

Wie lässt sich dieses Problem nun lösen? Fassen wir zunächst zusammen, auf welchen Voraussetzungen unser Ergebnis beruht: Zum einen haben wir angenommen, dass die elektrische Kraft zwischen Atomkern und Elektron quadratisch mit dem Abstand abnimmt. Zum anderen sind wir von der Gültigkeit der Newton'schen Grundgesetze der Mechanik und der Maxwell-Gleichungen in Bezug auf die Abstrahlung von Energie ausgegangen. Legen wir diese drei Voraussetzungen zugrunde, so ist unser Ergebnis zusammenstürzender Atome unausweichlich. Bei allen drei Voraussetzungen müssen wir uns aber darüber im Klaren sein, dass sie auf Beobachtungen im makroskopischen Bereich beruhen. Es ist daher keineswegs selbstverständlich, dass sie in dieser Form auch noch bei Abständen im Bereich unterhalb eines Angströms gelten. Tatsächlich werden wir noch sehen, dass alle drei Voraussetzungen bei unserem Vordringen in die Substrukturen der Materie nicht nur Modifikationen erfahren, sondern sogar durch völlig neue Konzepte ersetzt werden müssen. Um den Aufbau der Atome zu erklären, genügt es jedoch, nur eine von ihnen abzuändern, da die anderen beiden Voraussetzungen in der Welt der Atome in guter Näherung weiter gültig sind.



Abb. 2.1 Niels Henrik David Bohr (1885–1962, rechts) zusammen mit Albert Einstein (links), fotografiert von Paul Ehrenfest im Jahr 1930 bei der Solvay-Konferenz in Brüssel.

Überlegen wir daher, durch welche Modifikationen am elektrischen Kraftgesetz sich das Problem lösen ließe. Die einzige Möglichkeit wäre hier die Annahme, dass unterhalb eines gewissen Abstands die elektrische Kraft zwischen Atomkern und Elektronen nicht mehr anziehend, sondern abstoßend wirkt. Damit wäre dann zwar unser Problem gelöst, aber genauere Rechnungen zeigen schnell, dass dieses neue Kraftgesetz letztlich doch nicht alle Eigenschaften der Atome korrekt beschreiben könnte.

Die zweite Möglichkeit wäre, anzunehmen, dass aufgrund einer geeigneten Zusatzbedingung Elektronen in einem Atom keine Energie abstrahlen. Auf dieser Idee beruht eines der ersten Atommodelle, das von dem dänischen Physiker Niels Bohr (siehe Abb. 2.1) im Jahre 1913 formuliert wurde.

Bohr stellte die Forderung auf, dass Elektronen den Atomkern nur auf Bahnen mit ganz bestimmten Energiewerten umkreisen konnten, wobei es eine energieärmste Bahn geben sollte. Das Newton'sche Bewegungsgesetz sollte also weiter gelten, aber nicht alle nach diesem Gesetz möglichen Bahnen sollten erlaubt sein, und insbesondere auf der energieärmsten Bahn sollte im Widerspruch zu den Maxwell-Gleichungen keine Energie mehr abgestrahlt werden. Trotz einiger Erfolge stellte sich bald heraus, dass dieses Modell insbesondere komplexere Atome nicht gut beschreiben konnte. Wir gehen daher hier nicht weiter darauf ein.

Bleibt als dritte Möglichkeit, dass Newtons Bewegungsgesetze im atomaren Bereich nicht mehr gültig sind (siehe Abb. 2.2). Diese dritte Möglichkeit erscheint als der bizarrste und abwegigste Weg, aus dem Dilemma zu entkommen. Da die anderen Alternativen aber keine befriedigende Erklärung für den Aufbau der Atome liefern konnten, wollen wir uns

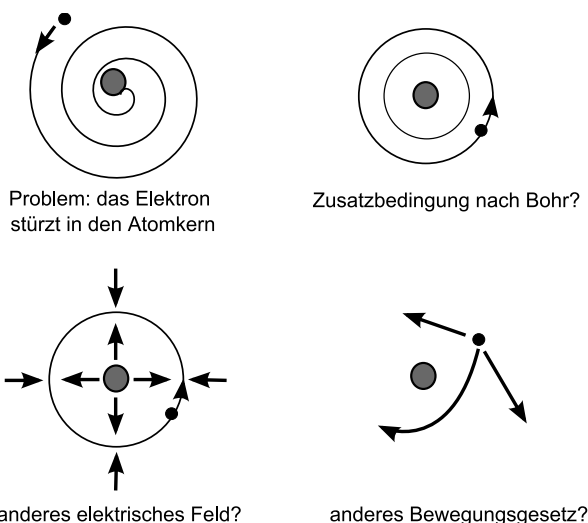


Abb. 2.2 Warum stürzt ein Elektron der Atomhülle nicht in den Atomkern? Gibt es eine Zusatzbedingung, wie von Niels Bohr vorgeschlagen, die das verhindert, oder sieht das elektrische Feld des Atomkerns in dessen Nähe anders aus, oder bewegt sich das Elektron nicht nach dem Newton'schen Bewegungsgesetz?

diese Möglichkeit genauer ansehen. Die Frage „*Woraus besteht Licht?*“ wird uns auf die richtige Fährte führen.

2.2 Licht besteht aus Teilchen

Erinnern wir uns: Lässt man Licht einer bestimmten Wellenlänge (also Licht einer bestimmten Farbe, sogenanntes monochromatisches Licht) im Vakuum auf eine Alkalimetalloberfläche fallen, so werden einzelne Elektronen aus ihr herausgeschlagen. Man bezeichnet dieses Phänomen als Photoeffekt. Analysiert man das Experiment genauer, so stößt man auf die folgenden Zusammenhänge:

- Erst unterhalb einer für das Alkalimetall charakteristischen Wellenlänge kann das Licht Elektronen heraus schlagen.
- Je kürzer die Wellenlänge des Lichts ist, umso höher ist die Geschwindigkeit der herausgeschlagenen Elektronen.
- Je größer die Lichtintensität bei unveränderter Wellenlänge ist, d. h. je heller das Licht ist, umso mehr Elektronen werden herausgeschlagen.

Dieses Ergebnis ist sehr überraschend, wenn wir davon ausgehen, dass Licht eine elektromagnetische Welle ist. Je heller Licht ist, umso stärker sind seine oszillierenden elektrischen und magnetischen Felder, und umso heftiger sollte es daher in der Lage sein, ein Elektron im Alkalimetall hin- und herzuschütteln und schließlich aus dem zugehörigen Alkalimetallatom zu befreien. Dabei sollte das befreite Elektron umso mehr Bewegungsenergie aufweisen, je stärker das oszillierende Feld ist. Wir würden also erwarten, dass die Elektronen umso höhere Geschwindigkeiten aufweisen, je heller das Licht ist. Insbesondere sollten die Elektronen erst ab einer gewissen kritischen Feldstärke und damit ab einer gewissen Minimal-Helligkeit herausgeschlagen werden können. Genau dies geschieht aber stattdessen

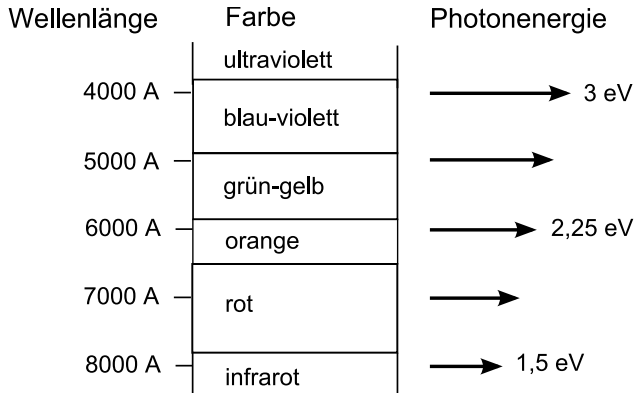


Abb. 2.3 Die Energie eines Photons nimmt proportional zur Lichtfrequenz zu bzw. antiproportional zur Lichtwellenlänge (hier in Angström angegeben) ab.

bei Unterschreitung einer gewissen Wellenlänge, völlig unabhängig von der Helligkeit und damit von der elektrischen Feldstärke. Wir müssen uns also der Tatsache stellen, dass die Vorstellung von Licht als elektromagnetischer Welle das Versuchsergebnis nicht ohne Weiteres erklären kann.

Vergessen wir daher für einen Moment einmal elektromagnetische Wellen und fragen uns ganz unbefangen, ob wir Licht nicht anders deuten können, sodass wir keine Mühe mehr haben, unsere Beobachtung zu erklären. Wir wollen uns daher der Ansicht von Isaac Newton aus dem Jahr 1675 anschließen und annehmen, Licht bestehe aus einem Strom kleiner Lichtteilchen, die wir *Photonen* nennen wollen. So ein Photon trifft nun also auf eines der Elektronen im Alkalimetall und schlägt es aus dem Metall heraus. Um unser Versuchsergebnis in allen Einzelheiten zu erklären, müssen wir die folgenden Annahmen machen:

- Je heller das Licht ist, umso mehr Photonen sind vorhanden und umso mehr Elektronen werden daher herausgeschlagen.
- Je blauer das Licht ist, was im Wellenbild einer kürzeren Wellenlänge bzw. höheren Frequenz entspricht, umso mehr Energie haben die einzelnen Photonen und umso energiereicher sind damit die von ihnen herausgeschlagenen Elektronen (siehe Abb. 2.3).

Wie wir sehen, haben wir nicht die geringsten Schwierigkeiten, im Teilchenbild den Photoeffekt zu deuten. Newton wäre sicher darüber höchst erfreut gewesen.

Tatsächlich kann man auch direkt zeigen, dass Licht wirklich aus Teilchen besteht. Dazu verwendet man einen sogenannten Photomultiplier, der so empfindlich ist, dass er ein einzelnes Photon nachweisen kann. Das auftreffende Photon führt dabei zu einem elektrischen Impuls, den man beispielsweise als Knacken in einem Lautsprecher hörbar machen kann. Wenn sehr wenig Licht auf den Photomultiplier fällt, so knackt er in unregelmäßigen Abständen, was jeweils das Auftreffen eines Photons anzeigt. Erhöht man die Lichtintensität, so wird das Knacken häufiger, bis es schließlich in eine Art Rauschen übergeht.

Wäre unser Auge so empfindlich wie ein Photomultiplier, so hätten wir alle bereits Photonen als kleine Blitze gesehen. Es sind aber etwa fünf bis sechs Photonen notwendig, um eine Nervenzelle auf der Netzhaut zu aktivieren und ein Signal bis zu unserem Gehirn auszulösen.

Halten wir nochmals unmissverständlich fest: Jedes hinreichend empfindliche Instrument hat gezeigt, dass Licht aus Teilchen besteht!

Nun lassen sich aber andererseits viele Experimente hervorragend durch die Ausbreitung und Interferenz von Lichtwellen erklären. Ein Dilemma bahnt sich an! Beide Bilder, die wir uns von Licht machen, scheinen sich gegenseitig auszuschließen. Eine elektromagnetische Welle besteht aus oszillierenden elektrischen und magnetischen Feldern, die sich überlagern und zu Interferenzen führen können, so wie wir das bei der Beugung von Röntgenstrahlen am Kochsalzkristall beobachten konnten. Ein Teilchen wie das Photon dagegen sollte nach den Newton'schen Bewegungsgesetzen eine klar definierte Flugbahn besitzen. Mit dieser Vorstellung ist aber eine Erklärung von Interferenzerscheinungen kaum möglich, wie bereits Newton feststellen musste.

Doch Vorsicht! Auch bei den Elektronen in den Hüllen der Atome führte die Vorstellung von Flugbahnen gemäß den Newton'schen Gesetzen zu Problemen, sodass wir schließlich gezwungen waren, die Gültigkeit der Newton'schen Bewegungsgesetze infrage zu stellen. Was aber wäre die Alternative?

2.3 Elektronen als Welle

Die revolutionäre Entwicklung der Quantenmechanik seit 1924 durch Louis de Broglie, Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger, Niels Bohr, Wolfgang Pauli und viele andere zeigte, dass es gerade der Begriff der Flugbahn eines Teilchens ist, der die Probleme bereitet und auf den man sowohl beim Photon als auch bei den Elektronen der Atomhülle verzichten muss.

Licht besteht aus Teilchen, weist aber dennoch Wellencharakter auf. Die Umkehrung dieser Tatsache würde bedeuten, dass Elektronen nicht nur Teilchencharakter, sondern auch Wellencharakter besitzen. Falls dies so ist, so müssten mit Elektronen ähnliche Interferenzexperimente möglich sein wie bei Licht oder bei Röntgenstrahlen. Wir könnten z. B. versuchen, Elektronen auf einen Salzkristall zu schießen und so ein Interferenzbild der abgelenkten Elektronen zu erhalten. Dies ist in der Tat möglich. Allerdings dringen die Elektronen nur wenig in den Kristall ein, sodass nur die Atome an der Kristalloberfläche als Streuzentren für die Elektronen wirken.

Wir wollen stattdessen einen einfacheren Aufbau wählen, bei dem ein relativ breiter Strahl von Elektronen bestimmter Energie auf zwei sehr kleine, eng beieinander liegende Spalte in einer ansonsten undurchlässigen Platte fällt. In einigen Zentimetern Abstand dahinter stellen wir einen Leuchtschirm auf, auf dem die auftreffenden Elektronen kleine Lichtfunken erzeugen. Alternativ können wir auch eine Photoplatte nehmen, bei der die auftreffenden Elektronen zu einer Schwärzung führen. Das ganze Experiment muss wie schon der Photoeffekt im luftleeren Raum durchgeführt werden, da ansonsten die Elektronen durch die Luft abgebremst und absorbiert werden würden.

In der Praxis ist es schwierig, einen entsprechend feinen Doppelspalt technisch herzustellen. Es lassen sich jedoch ähnliche Interferenzexperimente an scharfen Metallschneiden oder mit sehr dünnen Drähten ausführen, die zu denselben Schlussfolgerungen führen.

Was erwarten wir nun beim Doppelspalt, falls Elektronen über keine Welleneigenschaften verfügen und sich auf den üblichen Flugbahnen bewegen? In diesem Fall fliegt ein einzelnes Elektron entweder durch den rechten oder den linken Spalt und trifft danach auf den Leuchtschirm oder die Photoplatte. Lassen wir den Versuch mit einer Photoplatte einige Zeit laufen, so sollte sich schließlich ein mehr oder weniger scharfes Abbild der beiden Spalte auf der Photoplatte abzeichnen.

In Wirklichkeit geschieht jedoch etwas völlig anderes. Stellen wir dazu zunächst den Leuchtschirm auf und beobachten die einzelnen Lichtblitze. An scheinbar zufälligen Stellen des Leuchtschirms leuchten sie auf, ohne dass direkt ein Muster erkennbar wäre. Eines

jedoch ist sicher: Ein Abbild der zwei Spalte entsteht offenbar nicht, da die Elektronen an vielen unterschiedlichen Stellen des Schirms auftreffen.

Wechseln wir nun den Leuchtschirm gegen die Photoplatte aus und lassen das Experiment eine Zeit lang laufen (stattdessen könnte man auch die Intensität der Elektronenquelle soweit erhöhen, dass sehr viele Elektronen pro Sekunde auf dem Leuchtschirm auftreffen). Wir sehen ein regelmäßiges Streifenmuster, wobei sich Streifen mit vielen Elektronentreffern mit solchen abwechseln, die kaum einmal von einem Elektron getroffen wurden. Dabei gehen diese Streifen ohne scharfe Begrenzungen fließend ineinander über.

Es ist interessant, dass man genau dieses Ergebnis auch für einfarbiges Licht (am besten Laserlicht) erhält, das durch einen kleinen Doppelspalt hindurch auf einen einige Meter dahinter stehenden Schirm fällt. Auch hier finden sich abwechselnd helle und dunkle Streifen. Die Wellennatur des Lichts liefert eine einfache Erklärung für dieses Phänomen. Nach dem Durchgang der Lichtwellen durch den Doppelspalt bilden sich hinter jedem der beiden Spalte annähernd halbkreisförmige Wellenfronten, die sich im Raum hinter den Spalten ausbreiten und überlagern. Voraussetzung für das Entstehen dieser halbkreisförmigen Wellenfronten ist dabei, dass die Spalte eine Größe haben, die nicht viel größer als die Wellenlänge sein darf. Bei größeren Spalten deformieren sich die Wellenfronten hinter dem Spalt, wobei der größte Teil der Intensität nach vorne geht. Im Grenzfall sehr großer Spalte würden wir schließlich das Ergebnis erhalten, welches wir von der Strahlenoptik her kennen. Nach der Lehre der Strahlenoptik breitet sich Licht immer entlang gerader Linien aus. Man spricht auch von Lichtstrahlen. In diesem Fall würden wir auf dem Schirm ein scharfes Abbild der Spalte erhalten. Die Strahlenoptik, nach der wir normalerweise das Verhalten von Licht beurteilen, ist aber nur für den Fall gültig, dass die Abmessungen der betrachteten Objekte viel größer als die Lichtwellenlängen sind. In unserer gewohnten Umgebung ist dies meist der Fall, allerdings nicht immer, wie das Farbenspiel in der sehr dünnen Haut einer Seifenblase zeigt, das in der Strahlenoptik nicht mehr erklärbar ist. Voraussetzung für unsere Doppelspaltexperimente ist also immer, dass die Breite der Spalte und ihr gegenseitiger Abstand nicht viel größer als die Wellenlänge sind. Dies gilt auch für unser Interferenzexperiment mit Elektronen.

Was passiert nun, wenn sich die beiden halbkreisförmigen Wellenfelder hinter den Spalten zu einer Gesamtwellen aufaddieren? In gewissen Richtungen weit weg vom Doppelspalt wird es so sein, dass Wellenberge vom einen Spalt mit Wellentälern des anderen Spaltes zusammentreffen und sich gegenseitig auslöschen. In anderen Richtungen dagegen verstärken sich Wellenberge des einen Spaltes mit denen des anderen. Insgesamt entstehen dadurch beim Auftreffen der Wellen auf einem Schirm Streifen mit großer Intensität, die sich mit Streifen geringer Intensität abwechseln (siehe Abb. 2.4).

Auf genau die gleiche Weise lässt sich auch das Ergebnis bei unserem Doppelspaltversuch mit Elektronen erklären, vorausgesetzt, wir akzeptieren, dass den Elektronen auf irgendeine Weise ebenfalls Wellencharakter zukommt. Aus dem Interferenzmuster und dem Abstand der Spalte können wir die Wellenlänge der Elektronen ermitteln. Dabei stellt sich heraus, dass diese Wellenlänge umgekehrt proportional zur Geschwindigkeit der Elektronen ist, solange die Geschwindigkeit deutlich kleiner als die Lichtgeschwindigkeit bleibt. Bei Elektronen mit einer Geschwindigkeit von einem Zehntel der Lichtgeschwindigkeit (die etwa 300 000 Kilometer pro Sekunde beträgt) ergibt sich eine Wellenlänge von ungefähr einem viertel Angström. Bei einer so geringen Wellenlänge wird klar, dass wir beim konkreten Aufbau eines solchen Doppelspaltexperiments unsere Schwierigkeiten mit der Herstellung des Doppelspaltes haben werden (zum Vergleich: Atome hatten Radien im Bereich von Angström!).

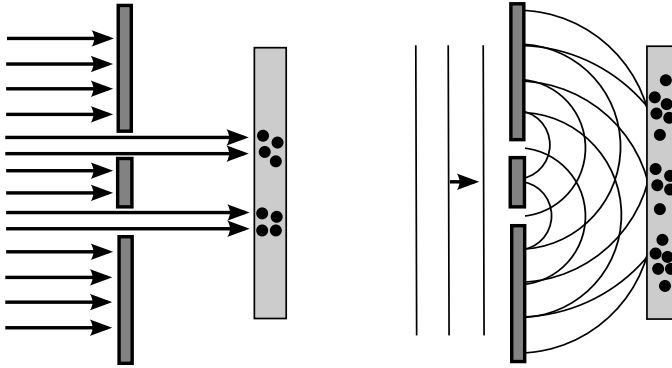


Abb. 2.4 Das Doppelspaltexperiment. Teilchen, die sich nach dem Newton'schen Bewegungsgesetz fortbewegen, fliegen geradlinig durch die Spalte hindurch, sodass sich zwei Streifen mit Treffern auf dem Leuchtschirm bilden. Bei einer Welle hingegen bilden sich hinter dem Doppelspalt durch Interferenz abwechselnd Streifen mit hoher und mit niedriger Wellenintensität, wobei eine hohe Intensität mit einer hohen Trefferwahrscheinlichkeit einhergeht.

Auch mit anderen Teilchen als Elektronen kann das beschriebene Experiment durchgeführt werden. Das Ergebnis zeigt, dass sich jedem Teilchen eine Wellenlänge zuordnen lässt, die umgekehrt proportional dem Produkt aus seiner Masse und seiner Geschwindigkeit ist, vorausgesetzt, die Geschwindigkeit des Teilchens ist deutlich kleiner als die Lichtgeschwindigkeit. Bei allgemeinen (auch großen) Geschwindigkeiten gilt die universellere Aussage, dass die Wellenlänge umgekehrt proportional zum Teilchenimpuls ist, wobei man sich den Teilchenimpuls wie einen im Teilchen gespeicherten Kraftstoß vorstellen kann. Diese Aussage gilt dann beispielsweise auch für Lichtteilchen (Photonen).

Fassen wir das Ergebnis dieses entscheidenden Experiments noch einmal zusammen: Bei geringer Intensität des Elektronenstrahls und bei Verwendung des Leuchtschirms sehen wir, wie immer wieder an scheinbar zufälligen Stellen ein räumlich klar begrenzter Lichtblitz auftritt. Daraus schließen wir, dass es sich bei den auftreffenden Elektronen um einzelne Teilchen handeln muss. Genau das gleiche Ergebnis würden wir für Licht erhalten, das hinter einem Doppelspalt interferiert. Ein dort aufgestellter Photomultiplier würde in unregelmäßigen Abständen das Auftreffen eines einzelnen Photons registrieren. Nun erhöhen wir die Intensität des Elektronenstrahls, bis jede Sekunde viele Tausend Lichtblitze auftreten. Wir können nun sehr schön das Streifenmuster sehen, das die vielen Lichtblitze bilden. Ein solches Streifenmuster lässt sich aber nur erklären, wenn wir den Elektronen Welleneigenschaften zubilligen. Trotz dieser Streifen wird aber ein einzelnes Elektron immer an einem wohldefinierten Ort auf dem Leuchtschirm auftreffen und dort einen Lichtblitz erzeugen. Ein Elektron ist also im Gegensatz zu einer Welle ein räumlich klar abgegrenztes Objekt – eben ein Teilchen. Die Auftreffpunkte der einzelnen Elektronen scheinen dabei keinem genauen Gesetz zu folgen. Die Elektronen wählen ihren Auftreffpunkt scheinbar zufällig aus, wobei sie gewisse Gebiete (die Streifen) bevorzugen und die dazwischenliegenden Gebiete meiden.

Versuchen wir, eine physikalische einheitliche Beschreibung für Elektronen oder Licht zu finden, die in der Lage ist, Interferenzexperimente zu erklären, und die dennoch berücksichtigt, dass Elektronen und Photonen Teilchen sind.

Nehmen wir an, dass sich ein Strahl von Elektronen ähnlich wie eine Lichtwelle im Raum ausbreitet, wobei wir zunächst den Teilchencharakter nicht beachten. Die Elektro-

nenwelle geht nun durch den Doppelspalt hindurch und bildet dahinter zwei halbkreisförmige Wellenzüge, die sich überlagern. An manchen Stellen auf dem Leuchtschirm werden sich die beiden ankommenden Wellenzüge gegenseitig verstärken, an anderen auslöschen. Um nun unser Versuchsergebnis zu erklären, müssen wir annehmen, dass an den Stellen, wo sich die Wellenzüge verstärken, viele Lichtblitze auftreten werden, an den anderen Stellen dagegen wenige. Die Zahl der Lichtblitze nimmt mit der Intensität der Elektronenwelle zu. Und hier kommt nun der Teilchencharakter ins Spiel: Je größer die Intensität der Elektronenwelle ist, umso mehr einzelne Elektronen treffen dort auf und umso größer ist daher die Wahrscheinlichkeit, ein einzelnes Elektron nachzuweisen.

Damit ist es uns zunächst gelungen, Teilchen und Welleneigenschaften miteinander zu verbinden. Die Bewegung eines Teilchens durch den Raum wird durch die Ausbreitung einer Welle dargestellt, deren lokale Intensität die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, das Teilchen an diesem Ort nachzuweisen, z. B. durch Aufstellung eines Leuchtschirms.

Mit dieser Vorstellung sind wir nun in der Lage, das Ergebnis des Doppelspaltversuchs präzise zu beschreiben. Aber wir haben einen Preis dafür bezahlt: Wir benutzen den Begriff der Flugbahn eines Teilchens und damit das erste Newton'sche Bewegungsgesetz nicht mehr. Wir machen keine Aussage mehr darüber, wo sich das Elektron vor dem Auftreffen auf dem Schirm befindet. Es ist uns in diesem Bild daher unmöglich, anzugeben, durch welchen der beiden Spalte ein Elektron nun hindurchgegangen ist. Stattdessen müssen wir sagen, die Elektronenwelle ist durch beide Spalte hindurchgegangen. Es zeigt sich, dass jeder Versuch, nachzumessen, durch welchen Spalt ein einzelnes Elektron hindurchgegangen ist, sofort zu einer Zerstörung des Interferenzmusters führt. Sobald wir also das Interferenzmuster, das ja die Wellennatur der Elektronen nachweist, sehen können, wird es unmöglich, die Flugbahn eines Elektrons auch nur ansatzweise zu bestimmen, beispielsweise indem man nachzuweisen versucht, durch welchen Spalt es hindurchgegangen ist.

Das oben skizzierte Bild wurde in den Jahren nach 1924 mathematisch präzise formuliert und hat seitdem jeder experimentellen Überprüfung standgehalten. Die entsprechende Theorie trägt den Namen *Quantenmechanik* und bildet den theoretischen Rahmen jeder modernen Theorie über die Grundgesetze der Physik. Ich möchte im Folgenden versuchen, die Grundelemente dieser Theorie möglichst kompakt und präzise darzustellen, ohne dabei auf den mathematischen Formalismus zurückzugreifen. Dabei wollen wir uns zunächst auf die sogenannte *nichtrelativistische* Quantenmechanik beschränken, die Teilchen beschreibt, deren Geschwindigkeit deutlich unterhalb der Lichtgeschwindigkeit liegt (dies ist bei den Elektronen der Atomhülle der Fall). Bei Licht und anderen sehr schnellen Teilchen ist die genaue Form der Gesetzmäßigkeiten aufgrund der dort zu berücksichtigenden speziellen Relativitätstheorie im Detail komplizierter, auch wenn die wesentlichen Aspekte der in diesem Kapitel dargestellten Grundideen dort ebenfalls gelten.

Nach der Quantenmechanik besitzt jedes Teilchen in einer besonderen Weise zugleich Wellencharakter. Die Welle ersetzt dabei den Begriff der Flugbahn und beschreibt die Fortbewegung der Teilchen im Raum. Diese Welle wird auch als quantenmechanische Wellenfunktion bezeichnet. Mathematisch ist sie durch die Angabe einer oder auch mehrerer komplexer Zahlen an jedem Ort und für jeden Zeitpunkt gegeben, also durch eine oder mehrere komplexe Funktionen, die von Raum und Zeit abhängen. Dies hört sich ehrfurchtgebietend an, bedeutet aber lediglich, dass an jeden Ort ein oder mehrere Uhrzeiger (d. h. Pfeile oder auch zweidimensionale Vektoren) unterschiedlicher Länge und Richtung angeheftet werden können, die bei fortschreitender Zeit sowohl ihre Länge als auch ihre Orientierung verändern können (siehe Abb. 2.5).

Auch bei elektrischen und magnetischen Feldern ist jedem Raumpunkt ein Pfeil für das elektrische und ein Pfeil für das magnetische Feld zugeordnet. Es gibt jedoch einen wichtigen Unterschied zwischen dieser Art von Feldpfeilen und den Pfeilen einer Wellenfunk-

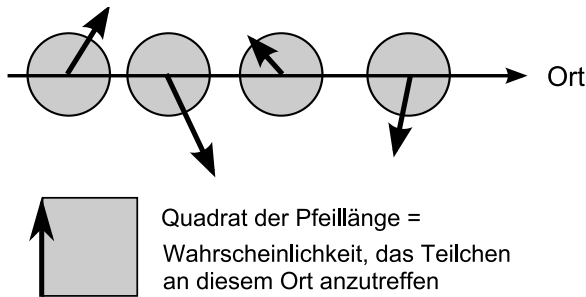


Abb. 2.5 Die Wellenfunktion eines Elektrons (ohne Berücksichtigung des Spins) ist dadurch gegeben, dass man an jedem Ort einen Pfeil anheftet. Das Quadrat der Pfeillänge ist dann die Wahrscheinlichkeit, das Elektron an diesem Ort anzutreffen.

tion: Ein elektrischer Feldpfeil zeigt von dem Punkt, zu dem er gehört, in eine bestimmte Richtung des dreidimensionalen Raumes. Er legt damit die Richtung der elektrischen Kraft fest, die auf eine Probeladung an diesem Ort wirkt.

Der Pfeil einer Wellenfunktion zeigt dagegen nicht in eine bestimmte Richtung des dreidimensionalen Raumes. Er lässt sich vielmehr mit dem Zeiger einer Uhr vergleichen, die an dem betrachteten Ort aufgestellt ist. Wie diese Uhr nun im dreidimensionalen Raum genau aufgestellt und gedreht ist, spielt dabei keine Rolle. Wichtig ist alleine, dass der Uhrzeiger zu einer bestimmten Zeit eine bestimmte Länge aufweist und auf eine bestimmte Stelle des Ziffernblatts der Uhr zeigt. Anders als ein Uhrzeiger kann der Pfeil einer Wellenfunktion dabei seine Länge verändern, und er muss auch nicht wie ein Uhrzeiger im Lauf der Stunden gleichmäßig rechts herum rotieren.

Die Zahl der Wellenfunktionspfeile, die an einem Raumpunkt angebracht werden müssen, hängt von der Zahl der Größen ab, die sich außer dem Ort noch bei dem betrachteten Teilchen messen lassen, ohne dass dabei die Information über eine Ortsmessung zerstört würde. Der einfachste Fall liegt vor, wenn sich außer dem Ort keine weiteren solchen Größen simultan mit dem Ort messen lassen oder wenn man auf die Betrachtung weiterer Messgrößen aus Vereinfachungsgründen verzichten kann. Dann genügt ein einziger Pfeil pro Raumpunkt, dessen quadrierte Länge direkt die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, an diesem Ort das Teilchen bei einer Ortsmessung anzutreffen.

Für die Beschreibung eines Elektrons sind an jedem Raumpunkt zwei Pfeile notwendig, um neben der Ortsinformation eine weitere Messgröße zu beschreiben, die als *Spin* bezeichnet wird und die sich simultan mit dem Ort bestimmen lässt (siehe Abb. 2.6). Welche Bedeutung der Spin eines Teilchens hat, werden wir später noch genau unter die Lupe nehmen. Im Moment soll die Information genügen, dass diese Messgröße die beiden Werte $1/2 \hbar$ und $-1/2 \hbar$ annehmen kann, wobei $\hbar = h/(2\pi)$ das durch 2π dividierte Planck'sche Wirkungsquantum h ist, das wir später noch genauer kennenlernen werden. Die quadrierte Länge des ersten Pfeils gibt dann die Wahrscheinlichkeit dafür an, bei einer simultanen Orts-/Spinmessung ein Elektron mit Spinwert $1/2 \hbar$ an dem zugehörigen Ort zu finden. Der zweite Pfeil ist entsprechend für den anderen Spinwert an diesem Ort zuständig. Damit haben wir bereits im Detail die Wellenfunktion eines einzelnen Elektrons beschrieben.

Wir wollen nun den allgemeinen Fall eines beliebig komplizierten quantenmechanischen Systems aus mehreren Teilchen betrachten und überlegen, wie die Wellenfunktion eines solchen Systems aussieht. Um die Ausgangslage etwas übersichtlicher zu gestalten,

Abb. 2.6 Die Wellenfunktion eines Elektrons bei Berücksichtigung des Spins kann man sich als eine Tabelle vorstellen, in der zu jeder Kombination von Ort (angegeben in Angström) und Spin (angegeben als Vielfaches von $\hbar$) ein Pfeil eingetragen ist. Das Quadrat der Pfeillänge ist dann die Wahrscheinlichkeit, die entsprechende Kombination von Ort und Spin vorzufinden. Alternativ zum Ort kann man auch die Geschwindigkeit eintragen, mit entsprechend umgerechneten Pfeilen.

Ort	Spin	Pfeil
0,1 Å	+ 1/2	
0,1 Å	- 1/2	
0,2 Å	+ 1/2	
0,2 Å	- 1/2	

wollen wir den Raum mit einem feinmaschigen dreidimensionalen Netz überziehen und die Wellenfunktion nur an den Kreuzungspunkten der Netzfäden betrachten (man sagt, wir diskretisieren den Raum). Sollte uns diese Beschreibung irgendwann zu grob erscheinen, so können wir jederzeit zu einem feinmaschigeren Netz übergehen und so die Beschreibung beliebig genau werden lassen.

Wenn wir die Wellenfunktion eines quantenmechanischen Systems angeben wollen, so müssen wir zunächst einen vollständigen Satz physikalischer Messgrößen angeben, die sich simultan bei dem betrachteten System bestimmen lassen. Simultan bestimmbar sind zwei Messgrößen dann, wenn die Messung der einen Größe die aufgrund einer vorhergehenden Messung gewonnene Information über die andere Größe nicht zerstört. Für ein einzelnes Elektron besteht ein solcher vollständiger Satz physikalischer Messgrößen aus dem Aufenthaltsort und dem Spin des Teilchens.

Wir legen nun eine Tabelle an, in der wir für jede Messgröße des gewählten vollständigen Satzes eine Spalte vorsehen. Nun tragen wir in diese Tabelle alle im Prinzip möglichen Kombinationen von Messwerten ein, die bei einer simultanen Messung auftreten können. Um auch eine kontinuierliche Größe wie den Ort in dieser Tabelle unterbringen zu können, tragen wir nur die Ortskoordinaten der Kreuzungspunkte unseres feinmaschigen Netzes in die Tabelle ein.

Nun fügen wir eine weitere Spalte hinzu und tragen in jeder Zeile der Tabelle einen Pfeil in diese Spalte ein. Das Quadrat der Länge dieses Pfeils gibt dabei die Wahrscheinlichkeit dafür an, bei einer simultanen Messung der zugrunde gelegten Messgrößen gerade die in dieser Zeile eingetragene Kombination von Messwerten zu finden. Diese Tabelle ist genau das, was man als die Wellenfunktion eines quantenmechanischen Systems bezeichnet. Die eingetragenen Pfeile verändern dabei im Allgemeinen im Laufe der Zeit sowohl ihre Länge als auch ihre Orientierung.

Das Gesetz, das die zeitliche Veränderung der Pfeile in der nichtrelativistischen Quantenmechanik festlegt, ist durch die sogenannte *Schrödinger-Gleichung* gegeben, benannt nach Erwin Schrödinger (siehe Abb. 2.7), der sie im Jahr 1925 formulierte. Das Wort *nicht-relativistisch* besagt dabei, dass die Schrödinger-Gleichung nur für Teilchen gilt, deren Geschwindigkeit wesentlich kleiner als die Lichtgeschwindigkeit ist. Für die Beschreibung der Elektronen in einem Atom reicht die nichtrelativistische Quantenmechanik aus, solange man nicht extrem genaue Berechnungen durchführen möchte.

Es gibt im Allgemeinen mehr als einen vollständigen Satz simultan messbarer Größen, die zur Aufstellung einer Wellenfunktion verwendet werden können. Man sagt, dass man verschiedene Darstellungen für die Wellenfunktion wählen kann.