

Vorwort

Motivation zum Schreiben dieses Buches

Was bewegt einen FH–Professor dazu, ein Fachbuch zu schreiben? In einer auf Profit ausgerichteten Gesellschaft rechtfertigt der Verkaufserlös den Arbeitsaufwand nicht. Auch die Fachhochschule, seit ihrer Umstellung von Diplom auf Bachelor dazu berufen, Studierende durch das Studium zu „pressen“, um dem Markt geeignete Absolventen schneller zur Verfügung zu stellen, kommt als Impulsgeber für ein Buchprojekt nur begrenzt in Frage. Diese Umstellung hat vielmehr zu einer überproportional starken Reduzierung der Grundlagenfächer geführt — bei gleichzeitiger Reduzierung der gymnasialen Schulzeit, wodurch Probleme wie hohe Abbrecherquoten vorprogrammiert wurden. Die Motivation geben vor allem lernwillige Studierende und der Wunsch, unter ihrer Mitwirkung mehrjährige Lehrerfahrungen und interessante Forschungsergebnisse — dank der Freiheit von Forschung und Lehre — in einer optimierten Form zu bündeln.

Zielsetzung und Zielgruppe

Dieses Buch soll Studierenden, die mit der Systemtheorie oder einer ihrer vielen Anwendungen konfrontiert werden, z. B. in der *Signalverarbeitung*, *Nachrichtentechnik* bzw. *Nachrichtenverarbeitung* oder *Regelungstechnik*, eine Hilfestellung sein. Hierbei können die in allen Einzelheiten nachvollziehbaren Ausführungen sowie die Übungsaufgaben mit Lösungen helfen. Auch Fachleute und Kollegen können von der exakten und modularen Darstellung profitieren und sich mit einem Ansatz einer allgemeinen Theorie über zeitdiskrete LTI–Systeme konfrontieren, also über lineare und zeitinvariante Systeme. Hierbei stehen weniger der „Bau“ von Systemen sondern (zeitlose) Tatsachen und Erkenntnisse im Vordergrund, hergeleitet aus wenigen Grundannahmen. Somit werden nicht nur (angehende) Ingenieure angesprochen, sondern auch Physiker und Mathematiker.

Was ist das Thema dieses Buches?

Zeitkontinuierliche Systeme wie beispielsweise elektrische Netzwerke werden nur am Rande betrachtet. In der digitalen Signalverarbeitung findet stattdessen das sog. *zeitdiskrete* Systemmodell Anwendung. Quantisierungseffekte, welche in der

Datenkompression eine entscheidende Rolle spielen, werden ebenso wenig berücksichtigt wie zufällige Signale, mit denen Systeme angeregt werden können. Auf die Signalanalyse wird nur soweit eingegangen, wie sie zur Systembeschreibung benötigt wird. Der Schwerpunkt sind somit zeitdiskrete LTI-Systeme, die mit deterministischen Signalen angeregt werden.

Was heißt „ohne Ballast“?

Dass der Schwerpunkt auf zeitdiskreten LTI-Systemen liegt, bedeutet nicht, dass andere Themen der Systemtheorie „Ballast“ darstellen. Sie können vielmehr als Vertiefungen aufgefasst werden. Näheres über die Anregung zeitdiskreter LTI-Systeme mit zufälligen Signalen findet man beispielsweise in [1] und [2]. Zeitkontinuierliche LTI-Systeme werden üblicherweise mit Hilfe von sog. *Distributionen* behandelt [3]–[6]. Ein Beispiel ist die *Delta-Funktion*, mit der Elektrotechniker und Physiker die Verteilungsdichte einer Punktladung oder Punktmasse angeben. Auch bei der Frequenzdarstellung zeitdiskreter LTI-Systeme ist die Delta-Funktion selbstverständlich [2], [3]. Eine mathematisch exakte Darstellung zeitkontinuierlicher LTI-Systeme findet man in [7]. Sie setzt spezielle mathematische Kenntnisse über Distributionen voraus, wie sie beispielsweise in [8] vermittelt werden. Distributionen werden jedoch wie in [1] nicht benötigt, was die exakte Nachvollziehbarkeit auch für Nicht-Mathematiker ermöglicht. Lediglich Grundkenntnisse der Mathematik, unter anderem über Folgen und Reihen sowie komplexe Zahlen, werden benötigt. Eine „distributionsfreie“ und dennoch exakte Darstellung zeitkontinuierlicher LTI-Systeme wird vom Autor als Herausforderung angesehen.

Didaktisches Konzept

- Der Leser wird vom Beispiel über die Verallgemeinerung zum Ergebnis geführt.
- Zahlreiche Übungen mit Lösungen sind für den Lerneffekt erforderlich und ermöglichen das Selbststudium.
- Eine schnelle Orientierung erfolgt durch zahlreiche Untertitel (in Fettdruck) sowie die Darstellung von Definitionen und Ergebnissen in *grauen Boxen*. Auf eine Unterscheidung zwischen Definitionen und Ergebnissen wird großer Wert gelegt.
- Neben dem Haupttext sind mathematische Begründungen, gekennzeichnet durch eine kleine Schriftgröße, angegeben. Sie sind für das Verständnis des folgenden Haupttextes nicht erforderlich und können daher zunächst „überlesen“ werden.
- Problemstellungen werden durch Fragen gekennzeichnet.
- Grauwertbilder werden digital gefiltert [9], um eine Systemoperation zu visualisieren.

Der Autor freut sich über eine Kontaktaufnahme über vogelpe@aol.com.
Ergänzende Informationen zum Buch können unter
<http://extras.springer.com/2011/978-3-642-16045-5>
unter Angabe der ISBN-Nummer eingesehen werden.

Danksagung

Mein Dank gilt zunächst den Kollegen Werner Krabs, Jörg Becker-Schweitzer und Reinhard Schmitt für die Begutachtung von Kapitel 2 im Auftrag des Springer Verlags. In diesem Zusammenhang möchte ich Angelika Wegener für Diskussionen zu Kapitel 2, was die deutsche Rechtschreibung seit 1996 betrifft, danken.

Die ersten vier Kapitel wurden in Vorlesungen der Nachrichtentechnik sowie der Angewandten Mathematik an der Fachhochschule Düsseldorf vorgetragen. Die Vorlesungen wurden durch einen Review-Prozess für das Manuskript ergänzt, an dem die Studiengänge Medientechnik und Ton- und Bild in Praktika sowie Klausuren beteiligt wurden. Das anspruchsvollere Kapitel 5 wurde in einem Wahlpflichtfach vorgetragen und ebenfalls einem Review-Prozess unterzogen. Allen beteiligten Studierenden, die auf diese Weise zur Verbesserung des Buches beigetragen haben, gilt mein Dank, insbesondere den Teilnehmern des Wahlpflichtfaches, Thomas Becker, Ulrich Hendan, Masih Jakubi, Matthias Koch, Philipp Ludwig, Alexander Ruhnke und Jochen Schlump. Meinem Tutor Masih Jakubi danke ich auch für seine Assistenz in fotografischen Belangen.

Urban Mintgens danke ich für seine mit Akriebie betriebene Korrekturlesung eines Großteils des Manuskripts sowie inspirierende Diskussionen. Meinem Filius Sebastian Vogel gebührt ebenfalls mein Dank für die Korrekturlesung eines Teils des Manuskripts.

Schließlich bedanke ich mich bei der Firma le-tex publishing services GmbH für die unentbehrliche Unterstützung betreffend der Erstellung des Manuskripts in LATEX.

Inhaltsverzeichnis

Überblick und Konventionen	xv
1 Signale	1
1.1 Signalmodelle	1
1.1.1 Zeitkontinuierliche sinusförmige Signale	5
1.1.2 Zeitdiskrete sinusförmige Signale	6
1.2 Elementare Signaloperationen	9
1.3 Signalräume	11
1.3.1 Signalraum der sinusförmigen Signale	13
1.3.2 Signalräume zeitdiskreter Signale	14
1.3.3 Signalbeispiele	18
1.3.4 Zeitdiskrete periodische Signale	19
1.4 Übungsaufgaben zu Kap. 1	22
2 Systeme	23
2.1 Systembeispiele	23
2.2 Systemeigenschaften	28
2.2.1 Kausalität und Gedächtnis	28
2.2.2 Linearität	30
2.2.3 Zeitinvarianz und LTI-Systeme	32
2.2.4 Stabilität	34
2.3 Grundsaltungen	36
2.4 Inverse Systeme	41
2.5 Systemeigenschaften — ein Rückblick	46
2.6 Rückkopplung	49
2.6.1 Die Rückkopplung als Hallgenerator	51
2.6.2 Die Rückkopplung als Summierer	53
2.6.3 Die Rückkopplung als inverses System	55
2.6.4 Eigenbewegungen der Rückkopplung	57
2.7 Übungsaufgaben zu Kap. 2	59

3	Zeitdiskrete Faltungssysteme	61
3.1	Faltungsdarstellung bei LTI-Systemen	61
3.2	Stabilitätskriterium	72
3.3	Faltbarkeit	75
3.4	Summenschaltung für Faltungssysteme	79
3.5	Hintereinanderschaltung von Faltungssystemen	81
3.6	Inverse Faltungssysteme	85
3.7	Rückkopplung für Faltungssysteme	88
3.8	Rückkopplung für FIR-Filter	90
3.8.1	Wirkungsweise der Rückkopplung	91
3.8.2	Impulsantwort als eine Eigenbewegung	92
3.8.3	Die Rückkopplung 1. Ordnung	94
3.8.4	Die Rückkopplung als „Invertierungs-Maschine“	96
3.9	Hintereinanderschaltung eines FIR-Filters und einer Rückkopplung	98
3.10	Realisierbare LTI-Systeme	101
3.11	Übungsaufgaben zu Kap. 3	107
4	Frequenzdarstellung realisierbarer LTI-Systeme	109
4.1	Faltung von Signalen endlicher Dauer mit der z -Transformation	110
4.2	Die Übertragungsfunktion eines FIR-Filters	112
4.3	Die Frequenzfunktion eines FIR-Filters	118
4.4	Fourier-Transformation für Signale endlicher Dauer	128
4.5	Eigenschaften der Fourier-Transformation für Signale endlicher Dauer	136
4.6	Die Ortskurve eines FIR-Filters	140
4.7	Symmetrische FIR-Filter	143
4.8	Die charakteristische Gleichung eines realisierbaren LTI-Systems	153
4.8.1	Die Eigenbewegungen eines realisierbaren LTI-Systems	153
4.8.2	Die Rückkopplung als Hintereinanderschaltung	156
4.8.3	Ein Stabilitätskriterium für realisierbare LTI-Systeme	158
4.8.4	Die Rückkopplung 2. Ordnung	160
4.9	z -Transformation für Signale unendlicher Dauer	169
4.9.1	Definitionen und einführende Beispiele	169
4.9.2	Welche Signale sind z -transformierbar?	175
4.9.3	Regeln der z -Transformation	179
4.10	Die Übertragungsfunktion realisierbarer LTI-Systeme	184
4.10.1	Form der Übertragungsfunktion	185
4.10.2	Stabilitätskriterium	192
4.10.3	Invertierung und Partialbruchzerlegung	194
4.11	Die Frequenzfunktion realisierbarer LTI-Systeme	199
4.11.1	Die Frequenzfunktion der Rückkopplung 1. Ordnung	199
4.11.2	Die Frequenzfunktion eines Systems 1. Ordnung	206
4.11.3	Die Frequenzfunktion der Rückkopplung 2. Ordnung	210
4.12	Übungsaufgaben zu Kap. 4	215

5	Anwendungen und Vertiefungen	217
5.1	Digitale Regelung	217
5.2	Fourier-Transformation für Signale endlicher Energie	230
5.2.1	Einführendes Beispiel: Ideale Tiefpässe	230
5.2.2	Fourier-Transformation für Energiesignale	233
5.2.3	Weitere Beispiele für Impulsantworten endlicher Energie	238
5.2.4	Ein „merkwürdiger“ Verzögerer	242
5.3	Annäherung eines Faltungssystems durch FIR-Filter	246
5.3.1	Rechteckfensterung	246
5.3.2	Beispiele für eine Rechteckfensterung	249
5.3.3	Filterung eines Grauwertbildes	253
5.3.4	Grenzverhalten bei einer Rechteckfensterung	258
5.3.5	Dreieckförmige Fensterung	265
5.4	Verallgemeinerte Faltungssysteme	269
5.4.1	Beispiele für verallgemeinerte Faltungssysteme	269
5.4.2	Eigenschaften verallgemeinerter Faltungssysteme	277
5.4.3	Die Frequenzfunktion verallgemeinerter Faltungssysteme	283
5.5	Theorie zeitdiskreter LTI-Systeme	293
5.5.1	Signalräume	293
5.5.2	Signalabhängigkeiten	297
5.5.3	Die Frequenzfunktion eines LTI-Systems	306
5.5.4	Definition von LTI-Systemen mit Hilfe einer Basis	310
5.5.5	Definition von LTI-Systemen durch Signal-Projektoren	313
5.5.6	Definition von LTI-Systemen durch Fortsetzung	315
5.6	Probleme zu Kap. 5	318
A	Anhang	319
A.1	Eigenbewegungen	319
A.2	Symmetrische FIR-Filter und Allpässe	321
B	Lösungen zu den Übungsaufgaben	329
B.1	Lösungen zu Kap. 1	329
B.2	Lösungen zu Kap. 2	330
B.3	Lösungen zu Kap. 3	332
B.4	Lösungen zu Kap. 4	336
	Literaturverzeichnis	341
	Sachverzeichnis	343

Überblick

Die folgende Auflistung gibt einen Überblick über die Kap. 1–5. Übungen zu den Kap. 1–4 befinden sich am Ende jedes Kapitels, die dazugehörigen Lösungen findet man in Anhang B. Am Ende von Kap. 5 sind einige (teilweise ungelöste) Probleme dargestellt. Auf den Anhang A.1 über Eigenbewegungen wird in den Kap. 3–5 verwiesen. Anhang A.2 über symmetrische FIR–Filter und Allpässe vertieft Kap. 4.

1. Signale

- Was sind zeitdiskrete Signale?
- Auf welche Weise können Signale miteinander verknüpft werden?
- Signale mit bestimmten Eigenschaften bilden Signorräume. Wichtige Beispiele: Sinusförmige Signale einer bestimmten Frequenz, periodische Signale einer bestimmten Periodendauer.

2. Systeme

- Die Systembeispiele 1–12, darunter sechs LTI–Systeme, werden vorgestellt.
- Die LTI–Eigenschaft wird definiert. Was sind kausale und stabile Systeme?
- Bleiben Systemeigenschaften bei einer Zusammenschaltung erhalten?
- Inverse Systeme: Die Umkehrung eines Systems macht eine neue Systemeigenschaft erforderlich: Seine Eindeutigkeit.
- Rückblick auf die Systemeigenschaften: Ist jede Kombination von Systemeigenschaften möglich?
- Die vielseitige Rückkopplung: Als Regelkreis, Hallgenerator und zur Realisierung von Impulsantworten unendlicher Dauer.

3. Zeitdiskrete Faltungssysteme

- Faltungsdarstellung: Das Ausgangssignal ergibt sich durch Faltung des Eingangssignals mit der Impulsantwort des Systems. Sie gilt definitionsgemäß für Faltungssysteme wie FIR–Filter (Impulsantwort ist von endlicher Dauer), aber nicht für jedes zeitdiskrete LTI–System. Fünf Faltungsmethoden stehen zur Auswahl.
- Wie erkennt man anhand der Impulsantwort die Stabilität?
- Die Faltbarkeit zweier Signale ist nicht selbstverständlich.
- Ergeben sich bei Zusammenschaltungen wieder Faltungssysteme?

- Die Impulsantwort eines inversen Systems kann rekursiv berechnet werden. Ein Beispiel ist die Impulsantwort einer Rückkopplung. Mit Hilfe einer Rückkopplung kann ein FIR-Filter invertiert werden.
- Zusammenschaltung von FIR-Filtern:
Welche zeitdiskreten LTI-Systeme können realisiert werden?

4. Frequenzdarstellung realisierbarer LTI-Systeme

- Die z -Transformation ist eine Faltungsmethode für Signale endlicher Dauer.
- Die z -Transformation der Impulsantwort ergibt die Übertragungsfunktion. Mit Hilfe ihrer Nullstellen kann ein FIR-Filter „zerlegt“ werden.
- Die sinusförmige Anregung eines FIR-Filters führt auf seine Frequenzfunktion, ein Sonderfall der Übertragungsfunktion.
- Die Fouriertransformation der Impulsantwort ergibt die Frequenzfunktion.
- Eine Frequenzfunktion kann als Ortskurve dargestellt werden.
- Symmetrische FIR-Filter sind linearphasig.
- Die charakteristische Gleichung eines realisierbaren LTI-Systems ermöglicht einen analytischen Zugang zu Eigenbewegungen und Impulsantworten.
- Die z -Transformation für Signale unendlicher Dauer ermöglicht die Erweiterung der Übertragungsfunktion von FIR-Filtern auf realisierbare LTI-Systeme.
- Die Frequenzfunktion realisierbarer LTI-Systeme: Die Anregung mit einem Einschaltvorgang, der ab dem Einschaltzeitpunkt sinusförmig ist, führt auf die Frequenzfunktion. Welche Frequenzfunktionen sind für eine Rückkopplung 1. und 2. Ordnung möglich? Was ist ein Allpass?

5. Anwendungen und Vertiefungen

- Digitale Regelungstechnik: Wie erhält man eine verschwindende Regelabweichung?
- Durch Erweiterung der Fourier-Transformation auf Signale endlicher Energie gewinnt man interessante Faltungssysteme: Ideale Tiefpässe, den Hilbert-Transformator, die Verzögerung des zeitdiskreten Signals um eine nichtganzzahlige Verzögerungszeit.
- Ein Faltungssystem kann durch ein FIR-Filter angenähert werden, welches man durch Fensterung der Impulsantwort gewinnt. Bei einer Rechteckfensterung tritt das Gibbsche Phänomen auf.
- Verallgemeinerte Faltungssysteme: Welche LTI-Systeme können außerdem durch FIR-Filter angenähert werden? Entartete Frequenzfunktionen wie die des *Sinus-Detektors* bzw. der Systembeispiele 11–17 sind ebenfalls möglich.
- Theorie zeitdiskreter LTI-Systeme: Ein Ansatz für eine allgemeine Theorie wird beschrieben. Bezüglich komplizierter Beweise wird auf [10] verwiesen. FIR-Filter werden als Werkzeug zur Beschreibung von Signalkräumen und Signalabhängigkeiten benutzt. Sie spielen eine wichtige Rolle bei der Definition zeitdiskreter LTI-Systeme, denn Signalabhängigkeiten für die Eingangssignale des Systems bestehen auch ausgangsseitig.

Konventionen

1. Sprachliche Abkürzungen

Abschn.	Abschnitt
bzw.	beziehungsweise
d. h.	das heißt
i. F.	im Folgenden
Kap.	Kapitel
sog.	sogenannt
z. B.	zum Beispiel

2. Text hervorhebungen

Definition

Wichtige Definitionen werden durch eine hellgraue Schattierung hervorgehoben.

Ergebnis

Wichtige Ergebnisse werden durch eine dunkelgraue Schattierung hervorgehoben.

Textstellen mit mathematischen Beweisführungen sind durch eine kleinere Schriftgröße gekennzeichnet. Diese Textstellen sind für das Verständnis des folgenden Textes nicht erforderlich.

3. Formelzeichen

Einige häufig auftretende mathematische Abkürzungen und zwei sehr häufig verwendete Formeln sind in der folgenden Liste zusammengestellt. Eine ausführliche Formelsammlung findet man im Internet unter der im Vorwort angegebenen Internet-Adresse des Springer-Verlags.