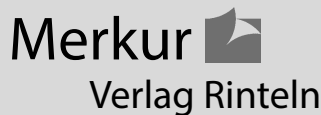


Optimale Vorbereitung auf die
Mathematik-Prüfung
zur Fachhochschulreife (am Berufskolleg)
*Verständliche Zusammenfassungen
und Basisübungen*



Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis

Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Die Verfasser:

Roland Ott

Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Stefan Rosner

Lehrer an der Kaufm. Schule in Schwäbisch Hall

stefan_rosner@hotmail.com

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 52a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Coverbild (Joker): © fotomaedchen - Fotolia.com

* * * * *

2. Auflage 2018

© 2017 by MERKUR VERLAG RINTELN

Gesamtherstellung:

MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de

lehrer-service@merkur-verlag.de

Internet: www.merkur-verlag.de

ISBN 978-3-8120-0297- 4

3. Parabel schneidet die x-Achse, eine Gerade bzw. eine weitere Parabel

Hierdurch erhält man stets eine quadratische Gleichung,
welche durch die **abc- oder pq-Formel** gelöst wird.

Dabei wird der **Term unter der Wurzel** als

Diskriminante (D) bezeichnet.

Deren **Vorzeichen** entscheidet über die Anzahl an

Lösungen der Gleichung und damit über die Anzahl der Schnittstellen.

$$\text{abc-Formel : } \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$\text{pq-Formel : } -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Parabel und x - Achse (im Fall $D > 0$)		
Beispiel: $y = x^2 - x - 2$		
Ansatz :	$x^2 - x - 2 = 0$ (0 für y einsetzen)	
abc-Formel	oder	pq-Formel
$x_{1/2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1}$		$x_{1/2} = -(-0,5) \pm \sqrt{(-0,5)^2 - (-2)}$
$= \frac{1 \pm \sqrt{9 \ (D > 0)}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$		$= 0,5 \pm \sqrt{2,25 \ (D > 0)} = 0,5 \pm 1,5$
$x_1 = -1; \ x_2 = 2$	(2 Lösungen)	$x_1 = 0,5 - 1,5 = -1; \ x_2 = 0,5 + 1,5 = 2$
Parabel und Gerade (im Fall $D = 0$)		
Beispiel: $y = x^2 - x + 1,25$ (Parabel); $y = x + 0,25$ (Gerade)		
Ansatz :	$x^2 - x + 1,25 = x + 0,25$ (gleichsetzen)	
	$x^2 - 2x + 1 = 0$	
abc-Formel	oder	pq-Formel
$x_{1/2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$		$x_{1/2} = -(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1}$
$= \frac{2 \pm \sqrt{0 \ (D = 0)}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} = 1$		$= 1 \pm \sqrt{0 \ (D = 0)} = 1 \pm 0$
$x_{1/2} = 1$	(1 Lösung)	$x_{1/2} = 1 \pm 0 = 1$
Parabel und weitere Parabel (im Fall $D < 0$)		
Beispiel: $y = x^2 - x + 1,25$; $y = -x^2 + 3x - 1,75$		
Ansatz :	$x^2 - x + 1,25 = -x^2 + 3x - 1,75$ (gleichsetzen)	
	$2x^2 - 4x + 3 = 0$	
abc-Formel	oder	pq-Formel
$x_{1/2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2}$		$x^2 - 2x + 1,5 = 0$
$= \frac{4 \pm \sqrt{-8 \ (D < 0)}}{4}$	(0 Lösungen)	$x_{1/2} = -(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1,5}$
		$= 1 \pm \sqrt{-0,5 \ (D < 0)}$



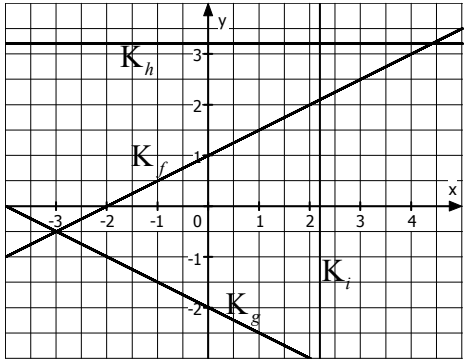
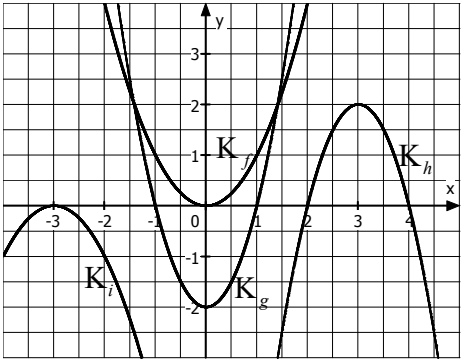
Übersicht: Gegenseitige Lage in Abhängigkeit von der Diskriminante (D)

Parabel und x-Achse		
Parabel und Gerade		
Parabel und weitere Parabel		
D > 0 2 Lösungen, 2 Schnittstellen	D = 0 1 Lösung, 1 Schnittstelle	D < 0 0 Lösungen, 0 Schnittstellen

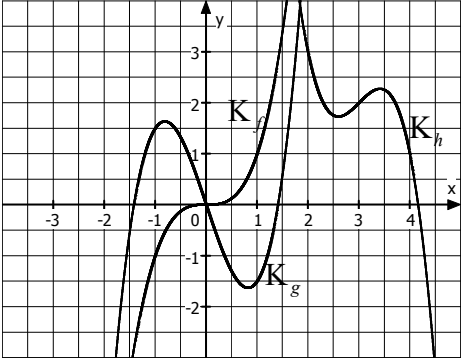
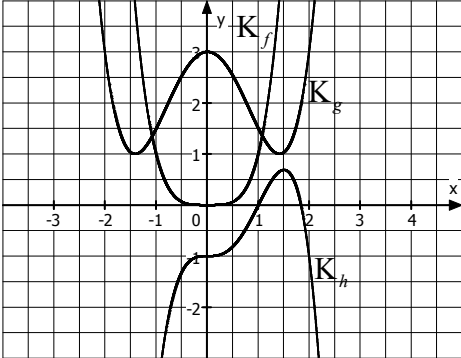
Hinweis: Umrahmt ist jeweils die auf der Vorseite berechnete Situation.

2. Funktionen

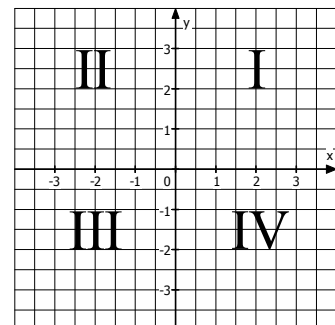
2.1 Ganzrationale Funktionen (Polynome)

1. Grades (Geraden)	2. Grades (Parabeln)
Hauptform : $y = mx + b$ Steigung aus 2 Punkten: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ Punkt-Steigungs-Form (PSF): $y = m \cdot (x - x_1) + y_1$ Steigungswinkel aus Steigung bestimmen: $m = \tan(\alpha)$ Parallele Geraden: $m_1 = m_2$ (gleiche Steigung) Senkrechte (orthogonale) Geraden: Steigungen sind negative Kehrwerte voneinander: $m_2 = -\frac{1}{m_1}$ bzw. $m_1 \cdot m_2 = -1$ 1. Winkelhalbierende: $y = x$ ($m = 1$) 2. Winkelhalbierende: $y = -x$ ($m = -1$)  $K_f: y = 0,5x + 1$ $K_g: y = -0,5x - 2$ $K_h: y = 3,2$ $K_i: x = 2,2$	Allg.: $f(x) = ax^2 + bx + c$ Scheitelpunkt-Ansatz: $f(x) = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$ mit $S(x_s y_s)$ $a > 0$: nach oben geöffnet bzw. Verlauf von II. in I. Quadrant $a < 0$: nach unten geöffnet bzw. Verlauf von III. in IV. Quadrant Bei Symmetrie zur y-Achse: $f(x) = ax^2 + c$ (nur gerade Hochzahlen von x)  $K_f: f(x) = x^2$ $K_g: g(x) = 2x^2 - 2$ $K_h: h(x) = -2(x - 3)^2 + 2$ $K_i: i(x) = -(x + 3)^2$



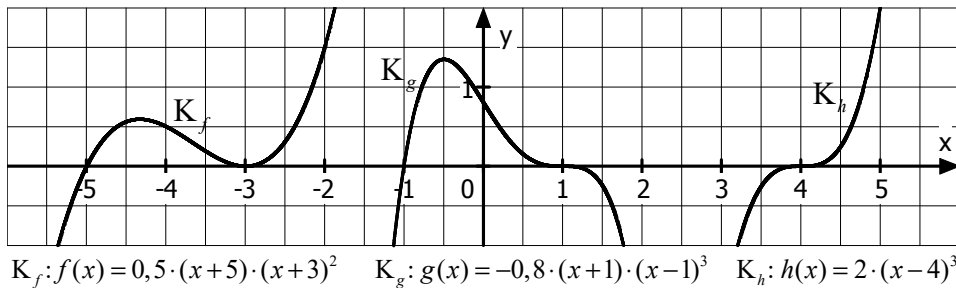
3. Grades	4. Grades
Allg.: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $a > 0$: Verlauf von III. in I. Quadrant $a < 0$: Verlauf von II. in IV. Quadrant Ansatz bei Symmetrie zum Ursprung: $f(x) = ax^3 + cx$ (nur ungerade Hochzahlen von x)  $K_f: f(x) = x^3$ $K_g: g(x) = 1,5x^3 - 3x$ $K_h: h(x) = -2x^3 + 18x^2 - 53x + 53$	Allg.: $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ $a > 0$: Verlauf von II. in I. Quadrant $a < 0$: Verlauf von III. in IV. Quadrant Ansatz bei Symmetrie zur y-Achse: $f(x) = ax^4 + cx^2 + e$ (nur gerade Hochzahlen von x)  $K_f: f(x) = x^4$ $K_g: g(x) = 0,5x^4 - 2x^2 + 3$ $K_h: h(x) = -x^4 + 2x^3 - 1$

Die Quadranten



2.2 Der Nullstellenansatz und die Vielfachheit von Nullstellen

Beispiele



Aufbau des Nullstellenansatzes (am Beispiel)

$$g(x) = -0,8 \cdot (x+1) \cdot (x-1)^3$$

Verlauf von III nach IV
 $x_0 = -1$ ist einfache Nullstelle
 $x_{1/2/3} = +1$ ist dreifache Nullstelle

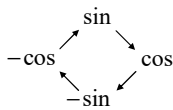
Übersicht (für ganzrationale Funktionen)

Vielfachheit Nullstelle	Faktor im Nullstellenansatz	Skizze	Beschreibung
Einfache Nullstelle: x_0	$f(x) = \dots \cdot (x - x_0) \cdot \dots$		Schaubild schneidet x-Achse (mit Vorzeichenwechsel VZW)
Doppelte Nullstelle: x_0	$f(x) = \dots \cdot (x - x_0)^2 \cdot \dots$		Schaubild berührt x-Achse (ohne VZW)
Dreifache Nullstelle: x_0	$f(x) = \dots \cdot (x - x_0)^3 \cdot \dots$		Schaubild schneidet und berührt x-Achse (mit VZW)



4. Differenzialrechnung

4.1 Ableitungsregeln

Nr.	Beispiel	Vorgehen
Elementarregeln		
1	$f(x) = x^5$ $f'(x) = 5 \cdot x^{5-1} = 5x^4$	$f(x) = x^{\text{Exponent}}$ $f'(x) = \text{Exponent} \cdot x^{\text{Exponent}-1}$ (Potenzregel)
	$f(x) = x^2$ $f'(x) = 2x \quad (= 2 \cdot x^1)$	
	$f(x) = x \quad (= x^1)$ $\downarrow$	
	$f'(x) = 1 \quad (= 1 \cdot x^0 = 1 \cdot 1)$	
2	$f(x) = e^x$ $f'(x) = e^x$	Abschreiben
3	$f(x) = \sin(x)$ $f'(x) = \cos(x)$	 (Im Uhrzeigersinn!)
4	$f(x) = \cos(x)$ $f'(x) = -\sin(x)$	
Vorgehensregeln		
5	$f(x) = 3 \cdot x^2$ $f'(x) = 3 \cdot 2x = 6x$	„Zahlen“ mit $\cdot$ oder $:$ „bleiben“ (Faktorregel)
6	$f(x) = x^2 + 2$ $f'(x) = 2x$	„Zahlen“ mit $+$ oder $-$ „verschwinden“
7	$f(x) = x^2 - 4x$ $f'(x) = 2x - 4$	$+$ und $-$ Zeichen unterteilen die Funktion in Teilfunktionen, welche einzeln abgeleitet werden (Summenregel)



Nr.	Beispiel	Vorgehen
Anwendungen der Kettenregel		
8	$f(x) = e^{2x}$ $f'(x) = 2 \cdot e^{2x}$	$f(x) = e^{kx}$ $f'(x) = k \cdot e^{kx}$
9	$f(x) = \sin(2x)$ $f'(x) = 2 \cdot \cos(2x)$	$f(x) = \sin(kx)$ $f'(x) = k \cdot \cos(kx)$
10	$f(x) = \cos(2x)$ $f'(x) = -2 \cdot \sin(2x)$	$f(x) = \cos(kx)$ $f'(x) = -k \cdot \sin(kx)$

Die allgemeine Kettenregel, aus welcher sich die Regeln 8-10 ergeben, lautet:

$$f(x) = u(v(x))$$

$$f'(x) = \underset{\text{Äußere Ableitung}}{u'(v(x))} \cdot \underset{\text{Innere Ableitung}}{v'(x)}$$