BERNARD BOLZANO-GESAMTAUSGABE

HERAUSGEGEBEN VON EDUARD WINTER†, JAN BERG,
FRIEDRICH KAMBARTEL, JAROMÍR LOUŽIL, BOB VAN ROOTSELAAR

REIHE I

SCHRIFTEN

BAND 13

DRITTER TEIL

WISSENSCHAFTSLEHRE

BERNARD BOLZANO

WISSENSCHAFTSLEHRE

§§ 349–391

HERAUSGEGEBEN

VON

JAN BERG

FRIEDRICH FROMMANN VERLAG · GÜNTHER HOLZBOOG

STUTTGART-BAD CANNSTATT 1992

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Bolzano, Bernard:

Bernard-Bolzano-Gesamtausgabe/hrsg. von Eduard Winter…
– Stuttgart-Bad Cannstatt : frommann-holzboog.

Reihe 1, Schriften.
ISBN 3-7728-0074-2
NE: Winter, Eduard [Hrsg.]; Bolzano, Bernard: [Sammlung]

Bd. 13. Wissenschaftslehre.
Teil 3. §§ 349–391/hrsg. von Jan Berg. – 1992
ISBN 3-7728-0453-~~5~~ 3
NE: Berg, Jan [Hrsg.]

SATZ UND DRUCK: OFFIZIN CHR. SCHEUFELE, STUTTGART
EINBAND: HEINR. KOCH, TÜBINGEN

INHALTSVERZEICHNIS

EINLEITUNG DES HERAUSGEBERS

Grundlage dieser Edition ist die Originalausgabe der *Wissenschaftslehre* Bolzanos.[1] Im vorliegenden Teilband habe ich Bolzanos eigene Verbesserungen in seinem Handexemplar der WL, das sich in der Handschriftensammlung der Tschechischen Staatsbibliothek (Státní knihovna ČR) unter der Signatur »75 B 456« findet, berücksichtigt, ohne das im Text jeweils anzumerken.

Bei der Editionsarbeit an diesem Teilband der WL wurde ich durch eine Sachbeihilfe der Deutschen Forschungsgemeinschaft zur Finanzierung eines wissenschaftlichen Mitarbeiters unterstützt. Meinem Mitarbeiter, Herrn Peter Michael Schenkel, M. A., danke ich für wertvolle Hinweise.

Im vierten Teil der WL (§§ 322–391) behandelt Bolzano die *Heuristik* oder *Erfindungskunst*, d. h. die »Regeln, die bei der Erfindung neuer Wahrheiten zu beobachten sind« (§ 9 Anm. 3; vgl. auch § 15.2). Der vorangehende Teilband der Bernard Bolzano-Gesamtausgabe[2] enthält das erste Hauptstück der Heuristik (§§ 325–348), das die allgemeinen Regeln dieser Disziplin umfaßt. Der vorliegende Teilband der Gesamtausgabe enthält das zweite Hauptstück der Heuristik (§§ 349–391), das die besonderen Regeln dieser Disziplin umfaßt.

I. *Einfache und zusammengesetzte Vorstellungen*

Eine Aufgabe der Bolzanoschen speziellen Heuristik besteht darin, festzustellen, ob eine subjektive Vorstellung einfach oder zusammengesetzt ist. Im letzteren Fall sollte die Heuristik nach Bolzano auch Methoden liefern, mit de-

[1] Vgl. Bolzano (19) der Bibliographie am Ende dieses Teilbandes. Diese Originalausgabe wird in der Folge mit »WL« bezeichnet.

[2] Bolzano (1,13/2).

ren Hilfe die Konstituenten und die Verknüpfung der Konstituenten einer subjektiven Vorstellung bestimmt werden können. Zunächst stellt Bolzano eine intuitive Methode dar, mit einem niedrigen Wahrscheinlichkeitsgrad zu schätzen, ob eine vorgegebene subjektive Vorstellung einfach ist (§ 350).

Eine subjektive Vorstellung ist eine Erscheinung im Bewußtsein (§ 272), die eine objektive Vorstellung an sich als »Stoff« hat (§§ 48.3, 54, 271). Eine subjektive Vorstellung der Person X zur Zeit T mit dem Stoff α ist eine Beschaffenheit $\psi = h(X, T, \alpha)$. Die subjektiven Vorstellungen $\psi_1 = h(X_1, T_1, \alpha_1)$ und $\psi_2 = h(X_2, T_2, \alpha_2)$ sind genau dann identisch, wenn $X_1 = X_2$, $\alpha_1 = \alpha_2$ und die Zeitintervalle T_1 und T_2 sich überschneiden oder unmittelbar aneinander grenzen (§ 273.1). Um vorläufig zu untersuchen, ob eine subjektive Vorstellung $\psi = h(X, T, \alpha)$ einfach ist, sollte die Person X wiederholt ihre Aufmerksamkeit auf ψ richten und versuchen, eventuelle Teilvorstellungen introspektiv wahrzunehmen. Dabei könnte es vorkommen, daß X versehentlich einige gleichzeitige, aber nichtidentische subjektive Vorstellungen $\psi_i = h(X, T, \alpha_i)$ $(i \leqq n)$ als Teile von ψ erlebt. Um dies zu vermeiden, müßte sich X überlegen, ob es Vorstellungsoperationen gibt, mit deren Hilfe sich die Vorstellungen an sich $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ zur Vorstellung an sich α verbinden lassen. Gelingt es nicht, solche Vorstellungsoperationen zu finden, so müßten $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ für bloß mit α assoziierte subjektive Vorstellungen gehalten werden.

Wenn es dagegen gelingen würde, Vorstellungsoperationen (wie z.B. des Komplements, der Summe oder des Produkts) zu finden derart, daß die aus $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ zusammengesetzte Vorstellung an sich α' mit α identisch zu sein scheint, dann würde das nach Bolzano auf eine hinreichende und eine notwendige Bedingung für die Identität von α und α' hinweisen. Die hinreichende Bedingung läuft auf einen Substitutionstest im Gedanken hinaus. Wenn nämlich die Vorstellung an sich α in jeder erdenklichen Vorstellung an sich β, in der α vorkommt, durch α' »ersetzt«[3] wird und diese neue Vorstellung an sich β' in allen Sätzen an sich, die β enthalten, gegen β »ausgetauscht« werden kann, ohne daß ein Unterschied bemerkbar wird, dann sind wir zur Behauptung berechtigt, daß α' mit α und somit $h(X, T, \alpha')$ identisch ist. Eine notwendige Bedingung ergibt sich sofort für gegenständliche (nichtleere) Vorstellungen an sich, weil zwei Vorstellungen an sich nur dann identisch sind, wenn sie dieselbe Extension haben.

Die Einfachheit einer Vorstellung an sich und der entsprechenden subjektiven Vorstellung ist mit dem Begriff einer Grundwahrheit verbunden, und die

[3] Zu Bolzanos Operation der »Ersetzung« in Vorstellungen an sich siehe Bolzanos (1,13/2), Einleitung des Herausgebers, S. 14.

Grundwahrheiten spielen eine wichtige Rolle in Bolzanos Logik. Ein wahrer Satz an sich P ist genau dann eine Grundwahrheit, wenn es keine nichtleere Menge von Sätzen an sich gibt, die zu P in der Abfolgebeziehung[4] steht (§ 214). Ein *Begriff* ist nach Bolzano im wesentlichen eine Vorstellung an sich, die ohne Bezugnahme auf eine Raum-Zeit-Stelle bestimmbar ist (§ 73). Ist nun ein Begriff α einfach, so müßte es nach Bolzano eine Grundwahrheit der Form α *hat* b geben, wobei b eine Beschaffenheitsvorstellung ist. Diese Feststellung ist bedeutsam für die Interpretation eines impliziten Postulats der Bolzanoschen Beweistheorie. Denn es gibt viele einfache Begriffe (§ 78.1 & Anm. 2) und daher mehrere Grundwahrheiten. In seiner Darstellung der Beweistheorie drückt sich Bolzano in diesem Punkt zögernd aus (§§ 214–215).

Einfache Vorstellungen an sich können nicht logisch leer sein in dem Sinne, daß sie einander widersprechende Bestandteile enthalten. Einfache Vorstellungen an sich sind daher nicht imaginär, sondern real (§ 70). Einige reale Vorstellungen sind gegenständlich (§§ 50, 66), und einige gegenständliche Vorstellungen an sich sind Einzelvorstellungen (§ 68), die sich auf einen einzigen Gegenstand beziehen. Bolzano beschreibt eine Testmethode, die in vielen Fällen zu einer Entscheidung führen kann, ob eine Vorstellung an sich eine Einzelvorstellung ist oder nicht (§ 353). Mit »$\alpha \cap \beta$« sei die Vorstellung aller x derart, daß x Gegenstand von α und β ist, bezeichnet; ferner sei $\bar{\alpha}$ das Komplement von α. Man versuche nun, zu einer vorgegebenen Vorstellung an sich α eine Vorstellung an sich β zu finden derart, daß sowohl $\alpha \cap \beta$ als auch $\alpha \cap \bar{\beta}$ gegenständlich ist. Gelingt dies nicht, so kann man mit einem gewissen Grad an Zuversicht folgern, daß α eine Einzelvorstellung ist.

II. *Die heuristische Analyse von Urteilen*

Ein *Urteil* im Sinne Bolzanos ist aus subjektiven Vorstellungen zusammengesetzt (§ 291.1–4). Jedes Urteil hat einen Satz an sich P als *Stoff* (§§ 34.3.a, 291.1) und konkrete Existenz im Geist einer Person (§§ 34.3.b–c, 291.2, 297), die P für wahr hält (§ 34.2). Somit ist ein Urteil der Person X zur Zeit T mit dem Stoff P eine Beschaffenheit $U = h(X, T, P)$. Die Urteile $U_1 = h(X_1, T_1, P_1)$ und $U_2 = h(X_2, T_2, P_2)$ sind genau dann *identisch*, wenn $X_1 = X_2$, $P_1 = P_2$ und es keinen Zeitpunkt t_3 gibt derart, daß $T_1 < t_3 < T_2$ (§ 292). Der Identitätsbegriff

[4] Vgl. Bolzano (1,12/2), Einleitung des Herausgebers, S. 12–22.

für Urteile wird daher im wesentlichen auf die Identität von Sätzen an sich zurückgeführt.[5]

Um heuristisch zu untersuchen, wie ein Urteil $U = h(X, T, P)$ zusammengesetzt ist, sollte die Person X wiederholt ihre Aufmerksamkeit auf U richten und versuchen, die Bestandteile introspektiv wahrzunehmen (§ 366). Von den subjektiven Vorstellungen, die dabei in Erscheinung treten, sollten zunächst die mit P zufällig assoziierten ausgeschlossen werden. Danach müßte versucht werden, diejenigen Vorstellungen an sich, die in den verbliebenen subjektiven Vorstellungen als Stoff enthalten sind, in einem Gedankenexperiment zu einem Satz an sich P' zu verbinden, der mit P identisch zu sein scheint. Und zwar ist zu vermuten, daß P' mit P identisch ist, wenn alle erdenklichen Bestandteile von P auch in P' vorkommen und umgekehrt und wenn gleiche Bestandteile in derselben Weise verbunden sind.

Eine notwendige Bedingung für die Identität zweier Urteile ist, daß die Sätze an sich, die in den beiden Urteilen als Stoff enthalten sind, dieselben logischen Konsequenzen haben. Diese Bedingung ist allerdings nicht hinreichend, sondern zeigt nur, daß die Sätze an sich logisch äquivalent (gleichgültig) sind. Die Behauptung, daß die logische Äquivalenz die Identität von Sätzen an sich nicht impliziert, bildet den Ausgangspunkt des Beweises für die Existenz unendlicher Mengen in den *Paradoxien des Unendlichen*.[6]

Nach Bolzano besteht ein Unterschied zwischen dem Fürwahrhalten eines Satzes an sich P in einem Urteil und dem bloßen Denken oder subjektiven Vorstellen von P (§§ 34.2.d & Anm. 2, 290). Die subjektive Vorstellung $\psi = h(X, T, \alpha)$ ist genau dann ein Denken von P, wenn P Gegenstand der Vorstellung an sich α ist. Bolzanos Konzeption steht mit der wissenschaftlichen Praxis durchaus im Einklang. Beim reinen Denken eines Satzes an sich überlegt man sich, was der Satz beinhalten würde, wenn er wahr wäre. Danach könnte man zunächst versuchen, den Satz aus bekannten logischen Wahrheiten herzuleiten. Gelingt dies, so kann der Satz in einem Urteil als logisch wahr behauptet werden. Gelingt dies aber nicht, so ist zu vermuten, daß der Satz empirisch ist. In diesem Fall könnte man die hypothetische Annahme machen, daß der Satz wahr sei, und daraus logische Konsequenzen folgern. Wenn sich diese Konsequenzen daraufhin bestätigen lassen, kann der Satz in einem Urteil mit einem gewissen Wahrscheinlichkeitsgrad behauptet werden.

[5] Zur Beziehung der strikten Identität zwischen Sätzen an sich siehe Bolzano (1,13/1), Einleitung des Herausgebers, S. 13–14.

[6] Bolzano (53), § 13. Vgl. auch WL § 32. Anm.

Die Überprüfung der Identität von Gedanken, die Sätze an sich zum Stoff haben, wird also auf das subjektive Kriterium für Vorstellungen zurückgeführt. Bolzano drückt sich allerdings am Ende des § 366 ein bißchen elliptisch aus, wenn er behauptet, daß das subjektive Identitätskriterium für Urteile auch auf subjektive Vorstellungen von Sätzen an sich angewandt werden könne.

Sind die Bestandteile eines Satzes an sich bekannt, so ergibt sich die Bestimmung der Eigenschaften dieses Satzes und der ihn enthaltenden Urteile (§ 367). Dadurch können beispielsweise solche Fragen beantwortet werden wie die, ob der Satz ein Begriffs- oder Anschauungssatz sei (§ 133) oder ob er analytisch oder synthetisch sei (§ 148). Ferner können Beziehungen zwischen Mengen von Sätzen an sich wie Verträglichkeit (§ 154), Ableitbarkeit (§ 155) und andere Beziehungen, die sich aufgrund dieser definieren lassen, analysiert werden (§ 368).

III. *Beweistheoretische Heuristik*

Die Heuristik muß Methoden angeben für die Überprüfung des Wahrheitswertes eines Satzes, der nicht eine Grundwahrheit ist. Die Menge der wahren Sätze an sich ist durch die Abfolgebeziehung in Beweisbäume[7] strukturiert. Beweisbäume, die aus Begriffswahrheiten (§ 131) hervorgehen, sind endlich (§ 221.3). Bolzano gibt eine heuristische Methode an, zu prüfen, ob ein Satz an sich beweisbar ist. Dabei verwendet er die regressive Methode, die er in seiner allgemeinen Heuristik eingeführt hat (§§ 327.3.b, 329.7).[8]

Aufgrund der erwiesenen Endlichkeit des Beweisbaumes für einen Begriffssatz, kann Bolzano ein Entscheidungsverfahren für solche Sätze angeben, das in der Praxis häufig zu einem Ergebnis führen würde (§ 369). Bei einem regressiven Beweis geht man im allgemeinen von dem zu beweisenden Satz an sich *P* aus und sucht Sätze an sich, aus denen *P* logisch ableitbar ist. Gibt es unter diesen neuen Sätzen an sich welche, die nicht unmittelbar für wahr gehalten werden können, so müssen sie zu Ausgangspunkten für das Suchen nach weiteren Sätzen an sich genommen werden, aus denen sie ihrerseits logisch ableitbar sind. Wenn auf diese Weise eine Baumstruktur erzeugt wird, bei der alle Äste in für wahr gehaltene Sätzen an sich münden, dann ist *P* bewiesen. Bolzanos Entscheidungsverfahren für einen Begriffssatz *P* läuft nun auf folgendes hinaus: Man stelle

[7] Vgl. Bolzano (1,12/2), Einleitung der Herausgebers, S. 19.

[8] Vgl. Bolzano (1,13/2), Einleitung des Herausgebers, S. 28–30.

sich alle oder fast alle Sätze vor, die aus den in *P* enthaltenen Begriffen hätten zusammengesetzt werden können, und prüfe, ob *P* zu einer Teilmenge dieser Sätze im Abfolgeverhältnis steht. Ist dies der Fall, so wird man die Wahrheit dieser Sätze leichter als die des Satzes *P* erkennen können, weil die Komplexität der Sätze an sich in einem Zweig eines Bolzanoschen Beweisbaumes im allgemeinen nach oben abnimmt (§ 221.2).[9] Andernfalls wird das Verfahren mit den neuen Sätzen wiederholt.

Bei empirischen Sätzen an sich, die mindestens eine Anschauung wesentlich enthalten,[10] muß man sich von vornherein damit abfinden, daß sich ihre Wahrheit mit Hilfe des soeben dargestellten Entscheidungsverfahrens nie endgültig beweisen läßt, denn der Beweisbaum der kausalen Erklärung eines physikalischen Zustandes ist unendlich (§ 216). Die Falschheit eines empirischen Satzes an sich kann jedoch logisch bewiesen werden, wenn der Satz einem im Sinne Bolzanos analytischen Satz[11] widerspricht. Im allgemeinen kann ein empirischer Satz an sich nur mit einem gewissen Grad an Wahrscheinlichkeit, der von der Anzahl der bestätigenden Wahrnehmungen abhängig ist, behauptet werden.

In diesem Zusammenhang (§ 369) führt Bolzano eine dritte Kategorie von Sätzen an sich ein, nämlich gewisse sehr allgemeine empirische Sätze, deren Wahrheitswert nicht mit Hilfe der Erfahrung begründet werden kann. Als Beispiele erwähnt er die Sätze:

> Keine Substanz vergeht in der Zeit.
>
> Einige unserer Willensentschlüsse erfolgen ohne bestimmenden Grund.

Solche Sätze nennt Bolzano »transzendental«. Zu dieser Gattung gehören auch die beiden Induktionsprinzipien, die er in seiner Schlußlehre eingeführt hat (§ 253.2.a–b).[12]

Das Problem der transzendentalen Sätze geht auf Humes Versuch, die Induktion zu begründen, zurück. Hume fragte sich, ob ein erkanntes, wahres Prinzip π existiere derart, daß, wenn *Q* aus *P* induktiv abgeleitet worden ist, dann *Q* aus π und *P* logisch gefolgert werden kann. Es gibt jedoch keine logische

[9] Vgl. Bolzano (1,12/2), Einleitung des Herausgebers, S. 14, 22.

[10] Vgl. Bolzano (1,13/1), Einleitung des Herausgebers, S. 20.

[11] Vgl. Bolzano (1,12/1), Einleitung des Herausgebers, S. 18–19.

[12] Siehe Bolzano (1,12/1), Einleitung des Herausgebers, S. 31–32.

(»demonstrative«) Wahrheit, die Humes Bedingung erfüllen kann. Denn wenn π logisch wahr ist und Q aus P und π logisch folgt, dann folgt Q logisch aus P, was der Voraussetzung widerspricht. Ein Prinzip π, das Humes Bedingung erfüllt, muß daher eine empirische Wahrheit sein. Hume hat allerdings eingesehen, daß ein solches Induktionsprinzip π nicht durch Induktionsschlüsse begründet werden kann, weshalb diese – so folgert Hume hieraus – keine vernünftige Begründung haben können.

Humes Problem der Begründung der Induktion bietet einen der Ausgangspunkte für Kants Spätphilosophie. Kant versuchte den Humeschen Skeptizismus dadurch zu vermeiden, daß er Induktionsprinzipien für »synthetische Urteile a priori« erklärt, d. h. für nichtanalytische Sätze, die unabhängig von der menschlichen Erfahrung (im Sinne Kants) als wahr erkannt werden können und daher keiner empirischen Bestätigung bedürfen. Bolzanos transzendentale Sätze an sich entsprechen somit den synthetischen Urteilen a priori bei Kant.

Am Ende des § 370 macht Bolzano eine beweistheoretisch interessante Bemerkung über inkorrekte Beweise. Solche Argumente können nach ihm manchmal lehrreich sein. Beispielsweise könnte eine inkorrekte Herleitung korrekte Zwischenergebnisse oder logisch interessante Konstruktionen enthalten, die zur Aufdeckung von Theoremen auf angrenzenden Gebieten führen. Charakteristische Fehler bei inkorrekten Beweisen werden in den §§ 371–372 analysiert. Daran schließt sich eine ausführliche Darstellung klassischer Trugschlüsse an (§ 377).

Eine spezielle Art von Inkorrektheit eines angeblichen Beweises liegt vor, wenn das Argument zu einem falschen Satz führt (§ 373). Als Beispiel erwähnt Bolzano den Satz, daß kein synthetisches Urteil über das Kantische Ding an sich möglich sei. Ein scheinbarer Beweis für diesen Satz müßte inkorrekt sein, denn nach Bolzano entspricht eben der Satz selbst einem synthetischen Urteil über das Ding an sich. Einen Gegenbeweis dieser Form hat er vorgebracht bei der Beantwortung der Frage, ob es Grenzen grundsätzlicher Art für das menschliche Erkenntnisvermögen gebe (§ 314). Bolzanos Argument für die negative Antwort auf diese Frage ist bei Lichte besehen äußerst komplex[13] und zeigt, daß auch korrekte, aber kompakte Argumente für den Interpreten sehr lehrreich sein können.

[13] Vgl. Bolzano (1,13/2), Einleitung des Herausgebers, S. 12–16.

IV. *Glaubwürdigkeit von Zeugenaussagen*

Aufgabe der Heuristik ist auch, die Glaubwürdigkeit von Sätzen an sich zu bestimmen, wenn deren Wahrheit nicht mit Sicherheit festgestellt werden kann. Den Begriff der Glaubwürdigkeit eines Satzes an sich hat Bolzano bereits gegen Ende des erkenntnistheoretischen Teils der WL eingeführt (§ 317.3).[14] In der speziellen Heuristik geht es insbesondere um die Überprüfung der Glaubwürdigkeit von Zeugenaussagen (§ 389) und um die Bestimmung der Glaubwürdigkeit eines Satzes an sich aufgrund von mehr oder weniger glaubwürdigen Zeugenaussagen (§ 390).

Der Ausgangspunkt für Bolzanos Erörterungen zu diesem Thema in der WL findet sich in seinem *Lehrbuch der Religionswissenschaft*.[15] Hier untersucht er die Glaubwürdigkeit von Wunderberichten mit Hilfe wahrscheinlichkeitstheoretischer Überlegungen (RW II, §§ 15–27).[16] Der folgenden Darstellung legen wir seine Begriffsbildung in der WL zugrunde.

Den Satz an sich Q wollen wir eine »*Variante*« des Satzes an sich P bezüglich der Folge ζ von Vorstellungen an sich nennen, wenn es eine zulässige Folge ζ' gibt mit $Q = P(\zeta/\zeta')$, wobei sich $P(\zeta/\zeta')$ von P nur dadurch unterscheidet, daß die Vorstellungen an sich ζ' an genau denjenigen Stellen auftreten, an denen P die Vorstellungen an sich ζ enthält. Daß eine für ζ einzusetzende Folge ζ' zulässig ist, bedeutet, daß jedes Glied von ζ' zum von Bolzano vorausgesetzten Variationsbereich des entsprechenden Gliedes von ζ gehört. Der *Gültigkeitsgrad* $\gamma(P, \zeta)$ eines Satzes an sich P bei Variation der Vorstellungen an sich der Folge ζ wird von Bolzano als das Verhältnis der Anzahl der wahren Varianten zur Anzahl aller Varianten von P bezüglich ζ eingeführt (§ 147). In allen Beispielen Bolzanos fungiert dieser Gültigkeitsgrad als eine diskrete Wahrscheinlichkeitsdichte auf dem Stichprobenraum, die dem Laplaceschen impliziten Symmetrieprinzip genügt. Durch »$\mathrm{w}(P, \Gamma, \zeta)$« sei die *Wahrscheinlichkeit* des Satzes an sich P bezüglich der Menge Γ von Sätzen an sich und der Folge ζ von Vorstellungen an sich bezeichnet. Bolzanos bedingte Definition des Wahrscheinlichkeitsbegriffs kann dann wie folgt ausgedrückt werden (§ 161.1):

[14] Vgl. Bolzano (1,13/2), Einleitung des Herausgebers, S. 24–25.

[15] Fortan mit »RW« bezeichnet.

[16] Für ausführliche Darstellungen siehe Dorn (1) und Ganthaler (1).

Wenn Γ verträglich bezüglich ζ ist, dann ist

$$w(P, \Gamma, \zeta) = \frac{\gamma(\{P\} \cup \Gamma, \zeta)}{\gamma(\Gamma, \zeta)},$$

wobei alle Bestandteile von P in den Elementen von Γ vorkommen.

In der RW unterscheidet Bolzano zwischen drei im Zusammenhang mit Wunderberichten relevante Arten von Wahrscheinlichkeit. Die *innere* Wahrscheilichkeit von P ist $w(P, \Gamma, \zeta)$, wobei Γ keine Zeugenaussage enthält (RW II § 15.14). Die *äußere* Wahrscheinlichkeit von P ist $w(P, \Delta, \zeta)$, wobei Δ genau eine Zeugenaussage enthält (RW II § 15.14). Schließlich ist die *absolute* Wahrscheinlichkeit von P gleich $w(P, \Gamma \cup \Delta, \zeta)$, wobei Γ und Δ wie oben bestimmt sind (RW II § 15.13).

In der WL hat Bolzano die Begriffe der inneren und der äußeren Wahrscheinlichkeit genauer in sein logisches System integriert. Er nennt $w(P, \Gamma, \zeta)$ eine »*innere* Wahrscheinlichkeit« genau dann, wenn $w(P, \Gamma, \zeta) = r$ für irgendein r $(0 < r \leqq 1)$ und wenn es eine Menge Δ von Sätzen an sich gibt derart, daß P eine Abfolge aus $\Gamma \cup \Delta$ ist (§ 162.2). Daß dabei P nicht ein Element von Δ ist, folgt aus einem Postulat der Bolzanoschen Beweistheorie (§ 204). Gibt es keine solche Menge Δ, so ist die Wahrscheinlichkeit eine *äußere*.

Im Zusammenhang mit der Bewertung von Zeugenaussagen spielt der Multiplikationssatz eine zentrale Rolle (RW II § 15.15.b–c, WL § 161.11):

> Wenn $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_n$ verträglich bezüglich ζ sind, dann gilt
> $w(P, \Gamma_1 \cap \ldots \cap \Gamma_n, \zeta) = w(P, \Gamma_1, \zeta) \cdot \ldots \cdot w(P, \Gamma_n, \zeta)$.

Um generell korrekte Ergebnisse zu erzielen, muß man hier außerdem voraussetzen, daß $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_n$ einander paarweise ausschließen (WL § 159). Unter derselben Voraussetzung gilt das folgende Theorem (RW II § 15.15. d, WL § 161.17[17]):

$$w(P, \Gamma \cup \Delta, \zeta) = \frac{w(P, \Gamma, \zeta) \cdot w(P, \Delta, \zeta)}{w(P, \Gamma, \zeta) \cdot w(P, \Delta, \zeta) + (1 - w(P, \Gamma, \zeta))(1 - w(P, \Delta, \zeta))}.$$

Wenn also die innere Wahrscheinlichkeit eines Satzes an sich aufgrund der Struktur des Stichprobenraumes gleich r und dessen äußere Wahrscheinlichkeit aufgrund einer Zeugenaussage gleich s ist, dann ist die absolute Wahrscheinlich-

[17] Vgl. Bolzano (1,12/1), S. 230, Fußnote i.