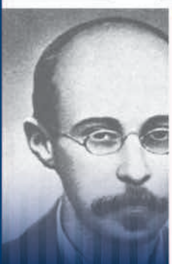

Einführung in die Physik des 20. Jahrhunderts

Relativitätstheorie, Quantenmechanik, Elementarteilchenphysik und Kosmologie

David J. Griffiths

Pearson

EXTRAS ONLINE

Einführung in die Physik des 20. Jahrhunderts

Relativitätstheorie, Quantenmechanik, Elementarteilchenphysik und Kosmologie

David J. Griffiths

ALWAYS LEARNING

PEARSON

Beispiel 2.1: Impulserhaltung in verschiedenen Bezugssystemen

Ein Lehmklumpen mit einer Masse von 3 kg, der sich mit einer Geschwindigkeit von 4 m/s nach rechts bewegt, trifft auf einen Klumpen mit einer Masse von 1 kg, der sich in Ruhe befindet (►Abbildung 2.1). Beide Klumpen bleiben nach dem Stoß aneinander kleben. Mit welcher Geschwindigkeit bewegen sie sich anschließend?

Lösung: Aufgrund der Impulserhaltung ergibt sich:

$$(3)(4) = (3+1)(v) \quad \Rightarrow \quad v = 3\,\mathrm{m/s}\,.$$

Nehmen wir nun an, dass der Stoß in einem Zug stattfand, der sich mit einer Geschwindigkeit von 1 m/s nach rechts bewegt. Die angegebenen Geschwindigkeiten waren Geschwindigkeiten über dem *Boden* (wo – wie wir wissen – die Impulserhaltung gilt). Aus der Sicht einer Person, die im Zug sitzt, läuft der Prozess folgendermaßen ab (►Abbildung 2.2): Der Klumpen mit einer Masse von 3 kg, der sich mit 4 m/s gegenüber dem Boden bewegt, bewegt sich gegenüber dem Zug mit 3 m/s – generell subtrahiert man 1 m/s von allen Geschwindigkeiten gegenüber dem Boden, um die entsprechenden Geschwindigkeiten gegenüber dem Zug zu erhalten.

Frage: Gilt auch im Bezugssystem des Zuges die Impulserhaltung? Wir haben

$$p_A = (3)(3) + (1)(-1) = 9 - 1 = 8 \quad \text{und} \quad p_E = (4)(2) = 8\,.$$

Ja: Die Impulserhaltung gilt auch im Bezugssystem des Zuges. Die *Zahlen* sind zwar andere, aber es gelten dieselben *physikalischen Gesetze*. Nach dem Relativitätsprinzip gilt das für *alle* physikalischen Prozesse.

Aufgabe 2.1: Impulserhaltung in verschiedenen Bezugssystemen

a Ein Modellauto mit einer Masse von 5 kg, das sich mit einer Geschwindigkeit von 3 m/s bewegt, fährt auf ein Auto mit derselben Masse auf, das sich mit einer Geschwindigkeit von 1 m/s bewegt. Beide Autos verhaken sich bei dem Stoß ineinander. Welche Geschwindigkeit hat diese Kombination nach dem Stoß?

b Untersuchen Sie nun denselben Prozess aus der Sicht einer Person, die sich mit einer Geschwindigkeit von 2 m/s bewegt. Wie schnell bewegt sich aus *deren* Sicht das erste Auto? Wie schnell bewegt sich das zweite Auto? Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich die Kombination?

c Gilt im bewegten Bezugssystem der Person die Impulserhaltung?

2.1.2 Die Universalität der Lichtgeschwindigkeit

Das zweite Postulat[5] besagt, dass **sich Licht in allen Inertialsystemen** (im Vakuum) **mit derselben Geschwindigkeit ausbreitet** ($c = 3 \times 10^8$ m/s) – und zwar unabhängig von der Bewegung der Lichtquelle. Dies war Einsteins wirklich revolutionäre Behauptung. Sie mag sich harmlos anhören, aber ein kurzes Nachdenken macht deutlich, dass dieses Postulat nicht nur radikal, sondern geradezu absurd ist.

Angenommen, wir befinden uns in einem Zug, der sich mit 100 km/h bewegt. Sie sind hungrig, sodass Sie zum Speisewagen laufen; Ihre Laufgeschwindigkeit sei zum Beispiel 6 km/h (►Abbildung 2.3).

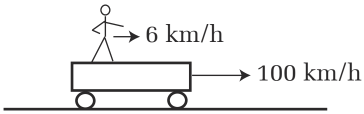

Abbildung 2.3 Addition von Geschwindigkeiten.

Frage: Mit welcher Geschwindigkeit bewegen Sie sich gegenüber dem Boden? *Antwort*: (Offensichtlich) mit 106 km/h. (Nach einer Stunde hat der Zug 100 km zurückgelegt, und Sie sind 6 km den Gang entlanggelaufen – es ist ein *wirklich langer* Zug – sodass Sie insgesamt 106 km zurückgelegt haben, wofür Sie 1 Stunde gebraucht haben, das ergibt 106 km/h.) In Formeln ausgedrückt, *addieren* sich einfach die beiden Geschwindigkeiten:

$$v_{AC} = v_{AB} + v_{BC} \,. \tag{2.1}$$

In Worten bedeutet das: Die Geschwindigkeit A (von Ihnen) relativ zu C (dem Boden) ist die Geschwindigkeit A relativ zu B (dem Zug) plus die Geschwindigkeit von B relativ zu C. Diese Regel bezeichnet man mitunter als **Galileis Additionsregel für Geschwindigkeiten**, obwohl die Regel kaum eine so vornehme Bezeichnung verdient – sie besagt wirklich nicht mehr als der gesunde Menschenverstand intuitiv annimmt.[6]

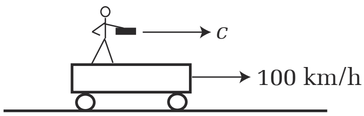

Abbildung 2.4 Addition von Geschwindigkeiten bei Beteiligung der Lichtgeschwindigkeit.

Aber nun nehmen wir an, dass wir nicht den Gang entlanglaufen, sondern mit einer Taschenlampe den Gang entlangleuchten (►Abbildung 2.4). Wenn sich der Lichtstrahl im Zug mit der Geschwindigkeit c ausbreitet, so muss er sich nach unserer soeben aufgestellten Regel gegenüber dem Boden mit der Geschwindigkeit $c + 100$ km/h ausbreiten. Aber

5 Die meisten Autoren nennen es die »Konstanz« der Lichtgeschwindigkeit, aber für mich hört sich »Konstanz« nach »unveränderlich in der Zeit« an… derselbe Wert heute wie gestern. Wahrscheinlich gilt für die Lichtgeschwindigkeit *auch* das, aber darum geht es hier nicht. Einstein behauptete vielmehr, dass die Lichtgeschwindigkeit *universell* ist – für alle Beobachter gleich.

6 Tatsächlich haben wir diese Regel in Beispiel 2.1 fast ohne nachzudenken angewendet.

das zweite Postulat besagt, dass sich das Licht in allen (Inertial-) Systemen mit *derselben* Geschwindigkeit c ausbreitet – es muss sich demnach auch gegenüber dem Boden mit der Geschwindigkeit c ausbreiten, nicht mit der Geschwindigkeit $c+100$ km/h. Jeder vernünftige Mensch wird daraus schließen, dass Einstein einen grundlegenden Fehler begangen hat – das zweite Postulat *kann gar nicht* stimmen.

Natürlich war Einstein nicht dumm; er hat diesen Einwand wohl bedacht: Er modifizierte Galileis Additionsregel für Geschwindigkeiten und ersetzte sie durch die Regel

$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{1 + (v_{AB}v_{BC}/c^2)} . \tag{2.2}$$

Diese Regel bezeichnet man als **Einsteins Additionsregel für Geschwindigkeiten**. Sehen Sie sich an, wie sich das Problem auflöst: Ist $v_{AB} = c$ (die Geschwindigkeit des Lichts gegenüber dem Zug) und $v_{BC} = v$ (die Geschwindigkeit des Zuges gegenüber dem Boden), so ist die Geschwindigkeit des Lichts gegenüber dem Boden

$$v_{AC} = \frac{c+v}{1+(cv/c^2)} = \frac{c+v}{1+(v/c)} = \frac{c(c+v)}{c[1+(v/c)]} = \frac{c(c+v)}{(c+v)} = c\,.$$

Die Geschwindigkeit des Lichts gegenüber dem Boden ist also *ebenfalls* c, wenn sie gegenüber dem Zug c ist!

Das rettet zwar das zweite Postulat, aber wundern sollten Sie sich trotzdem: Wenn das stimmt, wie kommt es dann, dass es nicht längst schon vor Einstein von jemandem bemerkt wurde? Das liegt daran, dass der »Korrekturterm« $v_{AB}v_{BC}/c^2$ im Nenner gewöhnlich äußerst klein ist, weil c^2 so riesig groß ist. Sind v_{AB} und v_{BC} beispielsweise beide 30 m/s (was schon eine ganz ordentliche Geschwindigkeit ist), so ergibt sich

$$\frac{v_{AB}v_{BC}}{c^2} = \frac{(30)(30)}{(300\,000\,000)(300\,000\,000)} = 0{,}000\,000\,000\,000\,01\,.$$

Zu 1 addiert, ist das absolut vernachlässigbar. Nur wenn eine der beteiligten Geschwindigkeiten nahe an die Lichtgeschwindigkeit herankommt, gibt es einen signifikanten Unterschied zwischen Einsteins und Galileis Regel.

Etwas ist daran immer noch äußerst verstörend, scheint sich doch Galileis Regel auf nichts anderes als auf den gesunden Menschenverstand zu stützen. Warum sollte seine Regel falsch sein? Die Antwort ist sehr spitzfindig, und wir werden später darauf zurückkommen. Vielleicht sollte ich Ihnen aber das Wesentliche schon jetzt verraten, ehe Sie deshalb schlaflose Nächte haben. Es stellt sich heraus, dass in einem bewegten Bezugssystem die Uhren langsamer laufen und die Metermaße kürzer sind. Als ich davon sprach, dass Sie sich im Zug mit 6 km/h bewegen, war die Geschwindigkeit mit Instrumenten im Zug gemessen, während die Geschwindigkeit des Zuges von 100 km/h mit Instrumenten auf dem Boden gemessen war. Wenn man nun diese beiden Zahlen addiert, dann ist das so, als würde man Yards und Meter addieren – es handelt sich nicht mehr um dieselbe Maßeinheit. Einsteins Formel korrigiert diesen Fehler, indem konsequent alle Geschwindigkeiten gegenüber dem Boden gemessen werden, sodass die zu addierenden Zahlen kompatibel sind.

Wie ist Einstein überhaupt auf das zweite Postulat gekommen? Eigentlich war er wegen innerer Unstimmigkeiten in der Theorie der Elektrizität und des Magnetismus irritiert und gelangte nur auf einem Umweg zur Universalität der Lichtgeschwindigkeit. Jedoch war ein entscheidendes Experiment bereits ausgeführt worden (obwohl es von Einstein nur am Rande wahrgenommen wurde), das direkt die Universalität der Lichtgeschwindigkeit nachwies: das Michelson-Morley-Experiment (1887). Maxwells Theorie der Elektrizität und des Magnetismus sagte voraus, dass sich elektromagnetische Wellen mit einer Geschwindigkeit ausbreiten sollten, die Maxwell zu rund 3×10^8 m/s berechnet hatte. Die Schlussfolgerung, dass Licht eine elektromagnetische Welle *ist*, war unausweichlich, aber dies warf eine naheliegende Frage auf: 3×10^8 m/s *gegenüber was*? Bei Wellen in einem Teich wäre es die Geschwindigkeit gegenüber dem Wasser; bei Schallwellen wäre es die Geschwindigkeit gegenüber der Luft. Im Fall des Lichts war das »Medium« (was auch immer die Schwingungen ausführt) nicht greifbar, und man nannte es einfach den **Äther**.

Die Erde muss sich nun durch den Äther bewegen – schließlich dreht sie sich einmal am Tag um ihre eigene Achse, sie umkreist innerhalb eines Jahres die Sonne, das Sonnensystem bewegt sich um das Zentrum unserer Galaxis, und soweit wir wissen, bewegt sich die Milchstraße selbst mit hoher Geschwindigkeit durch das Weltall. Es wäre ein Wunder, wenn gerade wir uns gegenüber dem Äther in Ruhe befinden würden. Wie ein Motorradfahrer auf offener Straße sollten wir vom »Ätherwind« hin- und hergerissen werden.[7] Aber aus welcher Richtung bläst der Ätherwind, und welche Geschwindigkeit hat er? Michelson und Morley wollten das herausfinden.

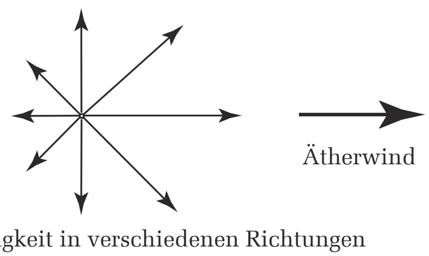

Abbildung 2.5 Lichtgeschwindigkeit im Ätherwind.

Im Prinzip ist das Experiment lächerlich einfach; man braucht lediglich ein Metermaß, eine Stoppuhr und eine Taschenlampe. Man misst die Lichtgeschwindigkeit in verschiedenen Richtungen: In der Richtung, in der das Licht mit dem Ätherwind weggetragen wird, sollte es sich relativ gesehen schneller ausbreiten; in der anderen Richtung, entgegen dem Strom, sollte es sich relativ gesehen langsamer ausbreiten. Da sich das Licht unglaublich schnell ausbreitet, kann man das Experiment natürlich nicht buchstäblich mit einer Uhr und einem Metermaß ausführen, sodass Michelson und Morley geschickter zu Werke gehen mussten. Die Details interessieren uns hier nicht; was sie letzten Endes feststellten, war der Umstand, dass die Lichtgeschwindigkeit in allen Richtungen gleich ist. Offenbar ist die Lichtgeschwindigkeit *unabhängig* von der Bewegung der Erde; sie ist nicht c gegenüber dem Äther, sondern einfach c *und damit hat sichs*.[8]

7 Entweder verhält es sich so, oder die Erde hat eine Art »Windschutz« und führt ihren lokalen Äthervorrat mit sich. Genau zu diesem Schluss kamen Michelson und Morley, aber im Ergebnis nachfolgender Experimente mithilfe von Sternenlicht erwies sich dieser Schluss als falsch.

8 Dadurch verlor das ganze Konzept des »Äther« seinen Reiz, und der Begriff ist ausgestorben. Dennoch bietet er eine hübsche Möglichkeit, die beiden Postulate zu interpretieren: (1) Es gibt keine absolute Ruhe. (2) Es gibt keinen Äther.

Aufgabe 2.2: Additionsregeln für Geschwindigkeiten

Ein »Rollband« auf einem futuristischen Flughafen von Los Angeles hat eine Geschwindigkeit von 9/10 der Lichtgeschwindigkeit. Ein Reisender in wirklich großer Eile läuft mit 4/5 der Lichtgeschwindigkeit auf ihm. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Reisenden gegenüber dem Boden

a nach Galileis Additionsregel für Geschwindigkeiten?

b nach Einsteins Additionsregel für Geschwindigkeiten?

(Geben Sie Ihr Ergebnis als ein Vielfaches von c an. Bedenken Sie, dass das Ergebnis in a größer ist als c, aber in b kleiner ist als c.)

Aufgabe 2.3: Additionsregeln für Geschwindigkeiten

Während die Banditen in ihrem Fluchtauto mit einer Geschwindigkeit von 3/4 der Lichtgeschwindigkeit fliehen, feuert ein Polizist aus seinem Verfolgungswagen, der sich nur mit 1/2 der Lichtgeschwindigkeit bewegt, eine Kugel ab. Die Mündungsgeschwindigkeit der Kugel ist 1/3 der Lichtgeschwindigkeit. Kommen die Banditen davon:

a nach der klassischen Physik?

b nach der speziellen Relativitätstheorie?

2.2 Konsequenzen

In den folgenden Abschnitten werden wir die Konsequenzen der Einstein'schen Postulate untersuchen. Für eine Weile wird es so scheinen, als sei alles falsch, was Sie bisher für »offensichtlich« gehalten haben. Seien Sie aber nicht allzu schockiert: Eigentlich gibt es nur drei oder vier fundamentale Überraschungen – danach beginnt sich alles zusammenzufügen.

2.2.1 Die Relativität der Gleichzeitigkeit

Nun sitzen wir wieder im fahrenden Zug, und jemand hat eine Lampe installiert, die in der Mitte des Wagens von der Decke hängt. Wenn Sie die Lampe einschalten, geht von der Lampe Licht in alle Richtungen aus. Am vorderen und am hinteren Ende des Wagens sind Detektoren (a und b) angebracht – es ertönt ein Hupsignal, wenn das Licht auf den Detektor trifft (►Abbildung 2.6). *Frage*: Welches Hupsignal ertönt zuerst?

Abbildung 2.6 Wagen mit Lampe und den Detektoren a und b in Ruhe und in Bewegung.

Aus der Sicht eines Beobachters im Zug ertönen beide Hupsignale zu derselben Zeit (gleichzeitig), weil es das Licht in beide Richtungen gleich weit hat. Aus der Sicht eines Beobachters am Boden bewegt sich der Zug während der Lichtausbreitung selbst ein Stück weiter, sodass das Licht zum hinteren Ende des Wagens einen *kürzeren* Weg zurücklegen muss, und zum vorderen Ende einen *längeren* Weg. Wie Sie sich erinnern, breitet sich das Licht nach dem zweiten Postulat in jedem Bezugssystem in alle Richtungen gleich schnell aus. Daraus ergibt sich, dass im Bezugssystem des Bodens das Hupsignal b eher ertönt als das Hupsignal a. *Schlussfolgerung*: **Zwei Ereignisse, die in einem Bezugssystem gleichzeitig eintreten, sind in einem anderen Bezugssystem im Allgemeinen nicht gleichzeitig.** Der Zug muss sich schon äußerst schnell bewegen, damit die Diskrepanz messbar wird – deshalb haben wir sie die ganze Zeit über nicht bemerkt.

Natürlich kann es immer noch sein, dass man sich hinsichtlich der Gleichzeitigkeit *irrt*. Wenn Sie im hinteren Teil des Wagens stehen, hören Sie das Hupsignal b sicherlich vor dem Hupsignal a, weil der Schall von b einfach eher bei Ihnen ankommt. Es braucht keinen Einstein, um das herauszufinden – *offensichtlich* müssen Sie Ihre Beobachtung um die Zeit korrigieren, die das Signal zu Ihnen unterwegs war, sei es nun per Schall, Licht oder Express-Versand. Wir verwenden das Wort **Beobachtung** (und ebenso **beobachten** und **Beobachter**) für das, was Sie feststellen, *nachdem* Sie die notwendigen Korrekturen hinsichtlich der Zeit vorgenommen haben, die das Signal zu Ihnen unterwegs war. Was Sie *beobachten*, ist also überhaupt nicht dasselbe wie das, was Sie *sehen* oder *hören*.

Wenn Sie zum Beispiel einen Blick in den Nachthimmel werfen, hat das Licht, das Sie *sehen*, den Mond vor 1,3 Sekunden verlassen. Den Jupiter hat es vor rund 40 Minuten verlassen, den Stern Sirius vor 8,6 Jahren und die Andromedagalaxie vor 2,5 Millionen Jahren. Sie sehen entfernte Objekte am Himmel nicht so, wie sie im Augenblick sind, sondern wie sie zu den verschiedenen Zeiten in der entfernten Vergangenheit waren, als sie das Licht aussandten. Wenn Sie wissen wollen, was dort *im Moment gerade* vor sich geht, dann müssen Sie so lange warten, bis die Information darüber bei Ihnen ankommt.[9] Um den Nachthimmel (im physikalischen Sinne) zu *beobachten*, müssten Sie alle Informationen nachträglich als eine Rekonstruktion zusammensetzen. Eine Beobachtung ist erst dann abgeschlossen, wenn alle Informationen angekommen sind.[10]

Relativität hängt mit dem zusammen, was Sie *beobachten*. Wir sprechen immer noch über reale Effekte, nicht über subjektive Empfindungen. Einstein beliebte zu sagen, dass all die konzeptionellen Schwierigkeiten mit der speziellen Relativitätstheorie letztlich

9 Natürlich laufen die uns interessierenden Prozesse in den meisten Fällen viel näher von uns ab, und die Wartezeit ist sehr kurz. Ich habe nur versucht, das grundsätzliche Problem darzustellen.

10 Im Prinzip könnten Sie über das gesamte Universum verteilt Assistenten positionieren, um die Informationen direkt vor Ort zu sammeln, ohne sich Gedanken über die Zeitverzögerung infolge der Informationsvermittlung machen zu müssen. Aber Sie müssen dann immer noch auf die Ankunft der Berichte der Assistenten warten, bevor Sie Ihre Beobachtung abschließen können.

von der Relativität der Gleichzeitigkeit herrühren. Sie ist subtil und widerspricht unserer Intuition, seien Sie also auf der Hut!

Aufgabe 2.4: Relativität der Gleichzeitigkeit

Synchronisierte Uhren sind in regelmäßigen Intervallen im Abstand von einer Million Kilometern entlang einer Geraden aufgestellt. Ihre Uhr zeigt 12 Uhr mittags an.

a Welche Zeit *sehen* Sie auf der 90. Uhr entlang der Geraden?

b Welche Zeit *beobachten* Sie auf der 90. Uhr?

2.2.2 Zeitdilatation

Nun wollen wir einen der Detektoren direkt unter dem Aufhängepunkt der Lampe anbringen. Der Abstand zwischen der Lampe und dem Detektor sei h (►Abbildung 2.7). *Frage*: Wie lange braucht das Lichtsignal, um den Detektor zu erreichen?

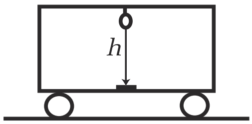

Abbildung 2.7 Der vom Licht zwischen Lampe und Detektor zurückgelegte Weg für einen Beobachter im Zug.

Für einen Beobachter im Zug legt das Licht die Entfernung h mit der Geschwindigkeit c zurück, also ist $ct_Z = h$, bzw.

$$t_Z = \frac{h}{c} \tag{2.3}$$

(t_Z ist die benötigte Zeit, im Zug gemessen).

Aber aus der Sicht eines Beobachters am Boden legt der Zug die Entfernung vt_B innerhalb der am Boden gemessenen Zeit t_B zurück, die das Licht braucht, um den Detektor zu erreichen. *Derselbe Lichtstrahl* bewegt sich demnach entlang der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, um den Detektor zu erreichen (►Abbildung 2.8). Nach dem Satz des Pythagoras gilt

$$(ct_B)^2 = (vt_B)^2 + h^2 \quad \text{oder} \quad c^2 t_B^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = h^2 \,,$$

also ist

$$t_B = \frac{h}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \,. \tag{2.4}$$

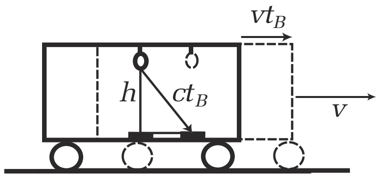

Abbildung 2.8 Der vom Licht zwischen Lampe und Detektor zurückgelegte Weg für einen Beobachter am Boden.

Der Faktor $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ tritt in der Relativitätstheorie immer wieder auf; man bezeichnet ihn mit γ (mit dem griechischen Buchstaben Gamma):

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \,. \tag{2.5}$$

Bedenken Sie, dass die Zahl γ *größer oder gleich* 1 ist – die Gleichheit tritt nur im Fall $v = 0$ auf, wenn der Zug steht.[11] Ein Vergleich der Gleichungen (2.3) und (2.4) liefert

$$t_B = \gamma t_Z \,. \tag{2.6}$$

Die Zeit, die das Licht für einen Beobachter am Boden braucht, ist *länger* als die Zeit für einen Beobachter im Zug! Wenn auf der Uhr am Boden 10 Minuten verstrichen sind, sind auf der Uhr im Zug unter Umständen erst 7 Minuten vergangen.

Bewegte Uhren gehen (um einen Faktor γ) langsamer.

Dies nennt man **Zeitdilatation**.

Beispiel 2.2: Zeitdilatation im Labor

Die Zeitdilatation ist vielleicht derjenige relativistische Effekt, der sich am einfachsten im Labor nachweisen lässt. Es ist eine Tatsache, dass die meisten Elementarteilchen nach einer charakteristischen »Lebensdauer« spontan zerfallen. Ein Myon hat in Ruhe beispielsweise eine Lebensdauer von $2 \times 10^{-6} = 0{,}000\,002$ s. Ein solches Teilchen ist daher wie eine winzige Uhr (sie tickt zwar nur einmal, aber machen Sie sich deshalb keine Sorgen). Nun nehmen wir an, dass sich ein Myon mit hoher Geschwindigkeit durch das Labor bewegt. Bewegte Uhren gehen langsamer, sodass das Myon aus Sicht der Wissenschaftler im Labor *länger* lebt als es in Ruhe gelebt hätte. Dies beobachtet man an Orten wie dem Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) ständig.

11 Für Geschwindigkeiten v größer c wird der Faktor γ imaginär (die Quadratwurzel einer negativen Zahl). Dies ist ein erster Hinweis darauf, dass sich (nach der Relativitätstheorie) kein Körper schneller als das Licht bewegen kann.

Nehmen wir an, dass sich das Myon mit einer Geschwindigkeit von $v = 3/5\,c$ bewegt. Dann ist

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(3/5c)^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(9/25)}} = \frac{1}{\sqrt{16/25}} = \frac{1}{(4/5)} = \frac{5}{4}\,.$$

Das Myon wird also aus der Sicht der Wissenschaftler im Labor

$$t_B = \frac{5}{4}(2 \times 10^{-6}) = 2{,}5 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}$$

leben. Während dieser Zeit legt es eine Entfernung von

$$vt_B = \frac{3}{5}(3 \times 10^8)(2{,}5 \times 10^{-6}) = 450\,\mathrm{m}$$

zurück. Ohne Zeitdilatation hätte es nur $(3/5)(3 \times 10^8)(2 \times 10^{-6}) = 360$ m zurückgelegt.

Aufgabe 2.5: Schnelle und langsame Esser

Johnny braucht nach seiner eigenen Uhr 7 Minuten, um ein Hotdog zu essen. Nun sitzt Johnny aber in einem Hochgeschwindigkeitszug, der mit 90% der Lichtgeschwindigkeit fährt. Wie lange braucht Johnny für das Hotdog aus der Sicht eines Beobachters am Boden, der ihn durch das Fenster des Speisewagens sieht?

Aufgabe 2.6: Reise zum Doppelsternsystem Alpha Centauri

Alpha Centauri ist das der Erde nächstgelegene Doppelsternsystem in einer Entfernung von 4,3 Lichtjahren.[a] Ein Raumschiff bewegt sich auf der Reise dorthin (nur Hinreise) mit einer Geschwindigkeit von 95% der Lichtgeschwindigkeit.

a Wie lange dauert die Reise nach einer Uhr auf der Erde?

b Wie lange dauert die Reise nach einer Uhr im Raumschiff?

a Ein Lichtjahr ist die Entfernung, die das Licht innerhalb eines Jahres zurücklegt:

$$(3 \times 10^8)(60)(60)(24)(365) = 9{,}46 \times 10^{15}\ \mathrm{m}\,.$$

Aufgabe 2.7: Reichweite eines Myons

Myonen werden durch die Wechselwirkung der kosmischen Strahlung mit den Atomen in der oberen Atmosphäre (rund 10 km über der Erdoberfläche) erzeugt. Sie bewegen sich typischerweise mit Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit, sagen wir mit $0{,}999\,c$. Wir wissen, dass die mittlere Lebensdauer eines Myons in Ruhe $2 \times 10^{-6} = 0{,}000\,002$ s ist. Kann ein solches Myon jemals den Erdboden erreichen

a nach den Gesetzen der klassischen Physik?

b nach den Gesetzen der speziellen Relativitätstheorie?

[*Hinweis*: Berechnen Sie in beiden Fällen die innerhalb der Lebensdauer zurückgelegte Entfernung.]

2.2.3 Längenkontraktion

Wir wollen noch ein letztes Gedankenexperiment ausführen. Diesmal montieren wir die Lampe an der hinteren Wand des Wagens, einen Spiegel an der vorderen Wand und einen Detektor ebenfalls an der hinteren Wand (►Abbildung 2.9).[12]

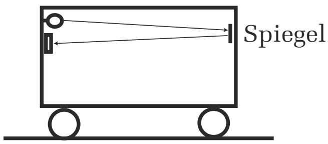

Abbildung 2.9 Hin- und Rückweg des Lichts zwischen Detektor und Spiegel für einen Beobachter im Zug.

Frage: Wie lange braucht das Lichtsignal für den Hin- und Rückweg? Die Länge des Wagens sei L_Z (im Zug gemessen). Für einen Beobachter im Zug muss das Lichtsignal eine Gesamtentfernung von $2L_Z$ zurücklegen, und es breitet sich (immer) mit der Geschwindigkeit c aus, also ist $ct_Z = 2L_Z$ bzw.

$$t_Z = \frac{2L_Z}{c} \,. \tag{2.7}$$

Aus der Sicht eines Beobachters am Boden muss das Licht auf dem Hinweg eine etwas größere Entfernung zurücklegen (weil sich der Zug in der Zwischenzeit vorwärts-

12 Ignorieren Sie die leichte Neigung der Lichtstrahlen in der Abbildung – ich versuche nur, den Vorwärtsstrahl vom reflektierten Strahl zu trennen. Ignorieren Sie auch die Größen der Lampe und des Detektors – ich habe sie der Deutlichkeit halber vergrößert dargestellt.