

Besonderheiten:

- $e = 2,718\dots$ **Euler'sche Zahl**
- $f(0) = e^0 = 1$
- $f'(0) = 1$
- Das Lösen von Gleichungen mit e^x ermöglicht die Umkehrfunktion $\ln x$. Es gilt:

$$e^x = a \Rightarrow \ln e^x = \ln a \Rightarrow x \cdot \underbrace{\ln e}_{=1} = \ln a \Rightarrow x = \ln a$$

Für die Exponentialfunktion gelten die Rechenregeln für Potenzen:

WISSEN

- $e^{x+y} = e^x \cdot e^y$
- $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$
- $e^{x \cdot y} = (e^x)^y$
- $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

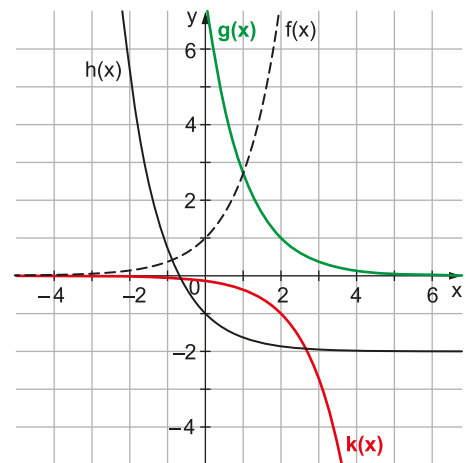
BEISPIEL

1 Die Abbildung zeigt die Graphen der drei Funktionen $g(x)$, $h(x)$ und $k(x)$, die durch Spiegeln und Verschieben aus dem Graphen von $f(x) = e^x$ hervorgehen. Geben Sie die Funktionsgleichungen von $g(x)$, $h(x)$ und $k(x)$ begründet an.

$g(x) =$ _____

$h(x) =$ _____

$k(x) =$ _____



Lösung:

Der Graph von $g(x)$ entsteht aus dem Graphen von $f(x)$ durch Spiegelung an der y -Achse und Verschiebung um 2 in positive x -Richtung.

$g(x) = e^{-(x-2)}$

Der Graph von $h(x)$ entsteht aus dem Graphen von $f(x)$ durch Spiegelung an der y -Achse und Verschiebung um 2 in negative y -Richtung.

$h(x) = e^{-x} - 2$

Der Graph von $k(x)$ entsteht aus dem Graphen von $f(x)$ durch Spiegelung an der x -Achse und Verschiebung um 2 in positive x -Richtung.

$k(x) = -e^{x-2}$



- 2 a** Warum lässt sich $f(x)=e^x$ nicht als Integralfunktion schreiben?
b Schreiben Sie $g(x)=e^x-e^2$ als Integralfunktion.

Lösung:

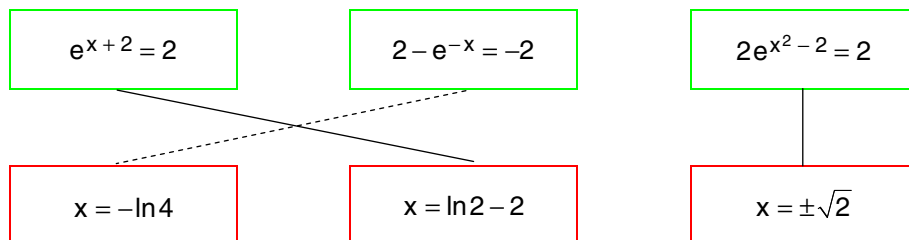
- a** Da $f(x)=e^x$ keine Nullstelle besitzt, lässt sich für eine Darstellung als Integralfunktion keine untere Grenze a finden.

$$e^x = \int_a^x (e^t)' dt = \int_a^x e^t dt = e^x - e^a \quad \text{wegen } e^a \neq 0$$

- b** $e^x - e^2 = \int_a^x (e^t - e^2)' dt = \int_a^x e^t dt = e^x - e^a \Rightarrow a=2$

$$\text{Also: } e^x - e^2 = \int_2^x e^t dt$$

- 3** Kathrin hat die Gleichungen ihren Lösungen zugeordnet. Überprüfen Sie Ihre Entscheidung rechnerisch.



Lösung:

$$e^{x+2} = 2 \Rightarrow x+2 = \ln 2 \Rightarrow x = \ln 2 - 2$$

$$2 - e^{-x} = -2 \Rightarrow e^{-x} = 4 \Rightarrow -x = \ln 4 \Rightarrow x = -\ln 4$$

$$2e^{x^2-2} = 2 \Rightarrow e^{x^2-2} = 1 \Rightarrow x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

- 44** Lösen Sie die Exponentialgleichungen.

a $e^{3x} = 4e^{-x}$

b $\frac{1}{2e^x} - \frac{1}{3e^x} = \frac{1}{6}$

- 45** Tina hat die Exponentialfunktion $f(x)=e^x$ um 4 nach oben und um 2 nach links verschoben. Zudem hat sie sie an der y-Achse gespiegelt. Geben Sie den Term der entstandenen Funktion $g(x)$ an.

$g(x) =$ _____

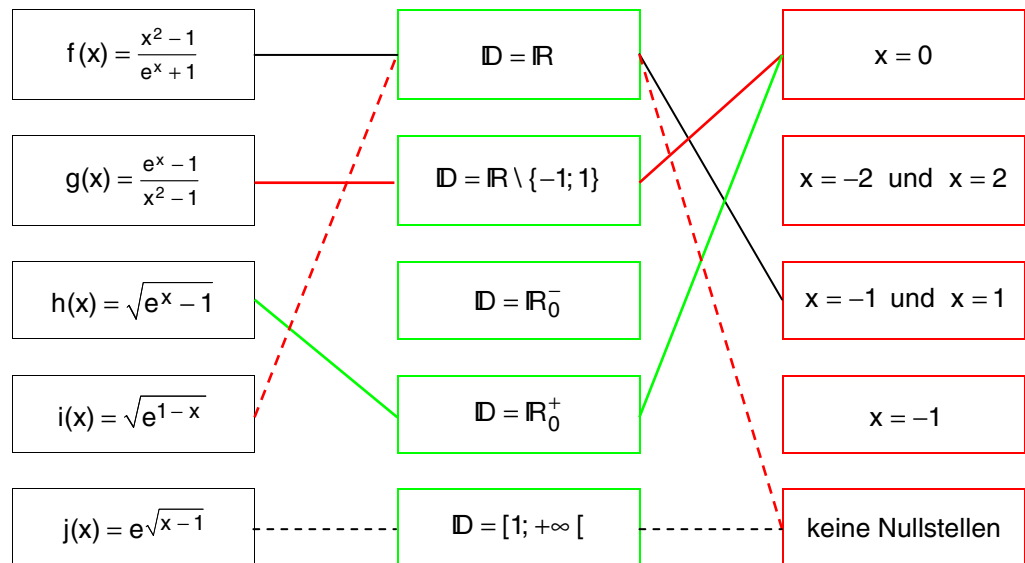


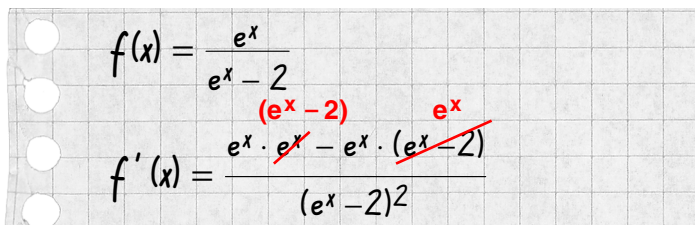
e-Funktion

44 a $e^{3x} = 4e^{-x}$ $\left| \cdot e^x \right.$ b $\frac{1}{2e^x} - \frac{1}{3e^x} = \frac{1}{6}$ $\left| \cdot 6e^x \right.$
 $e^{4x} = 4$ $\left| \ln \right.$ $3 - 2 = e^x$
 $4x = \ln 4$ $\left| : 4 \right.$ $1 = e^x$
 $x = \frac{1}{4} \ln 4$ $x = 0$

45 $g(x) = e^{-x+2} + 4$ \leftarrow Verschiebung um 4 nach oben
↑ Spiegelung an y-Achse \nwarrow Verschiebung um 2 nach links

46 Für die Bestimmung des Definitionsbereichs wird der Nenner bzw. der Term unter der Wurzel betrachtet. Für die Bestimmung der Nullstelle(n) muss nur der Zähler bzw. der Term unter der Wurzel gleich 0 gesetzt werden.



47 a 

14 FS

 Überprüfe deine Ergebnisse!



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK