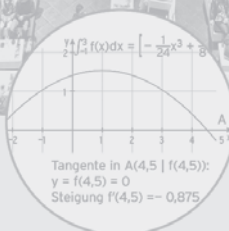


Bohner
Ott
Rosner
Deutsch

Arbeitsheft

Mathematik im Berufskolleg II



Merkur 
Verlag Rinteln

I Funktionen

4 Trigonometrische Funktionen

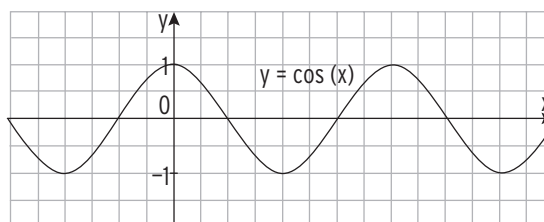
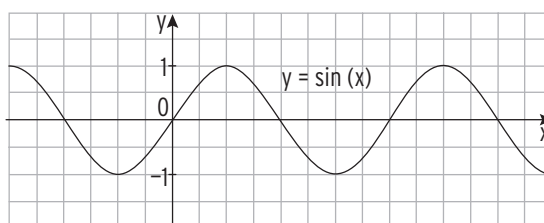
1. Vervollständigen Sie die Tabelle mithilfe des WTR.

x (im Bogenmaß)	sin(x)	cos(x)
1	0,84	0,54
$\frac{1}{6}\pi$		
	-0,5	
	0	

x	sin(x)	cos(x)
		0,88
		0
	0,7	
		-0,97

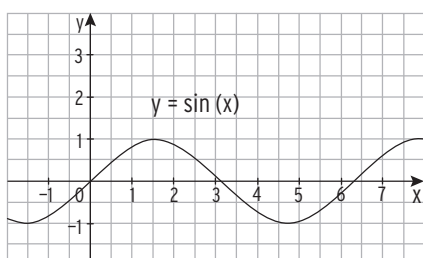
2. Vervollständigen Sie die Tabelle mithilfe des WTR. Skalieren Sie die x-Achse.

x	sin(x)	cos(x)
0	0	1
2π		
π		
$\frac{1}{2}\pi$		
$-\frac{1}{2}\pi$		
$-\frac{3}{2}\pi$		
$\frac{5}{2}\pi$		
7π		
12π		

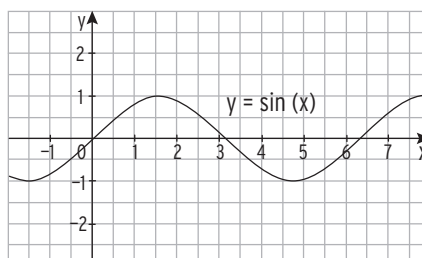


3. Zeichnen Sie das zugehörige Schaubild ein.

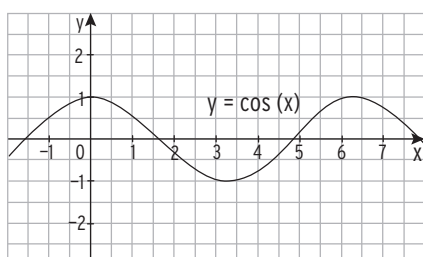
a) $f(x) = 2\sin(x) + 1$



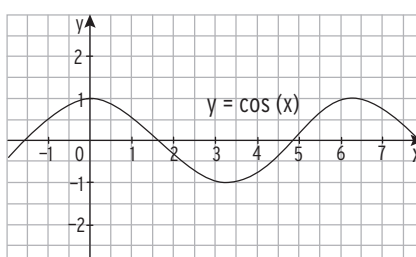
b) $f(x) = -1,5\sin(x)$



c) $f(x) = 0,5\cos(x)$

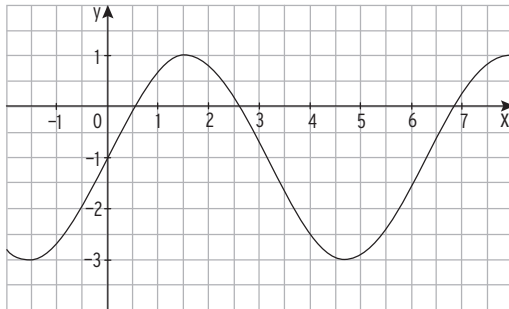


d) $f(x) = -\cos(x) - 1$

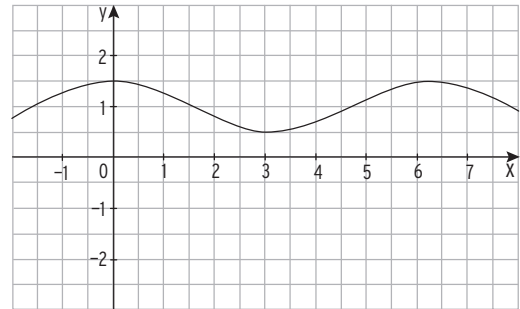


4. Bestimmen Sie einen möglichen Funktionsterm der Form $f(x) = a \sin(x) + b$
bzw. $f(x) = a \cos(x) + b$.

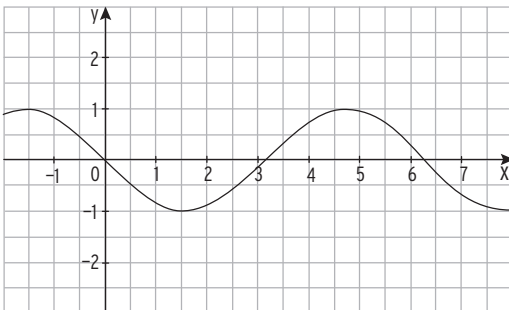
a) $f(x) =$ _____



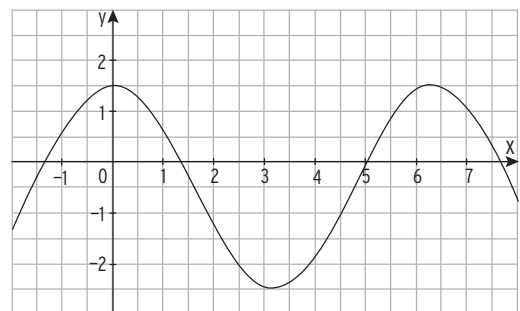
b) $f(x) =$ _____



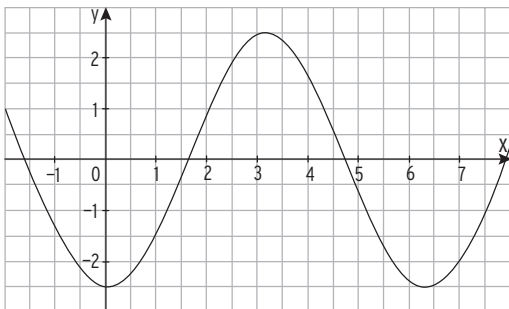
c) $f(x) =$ _____



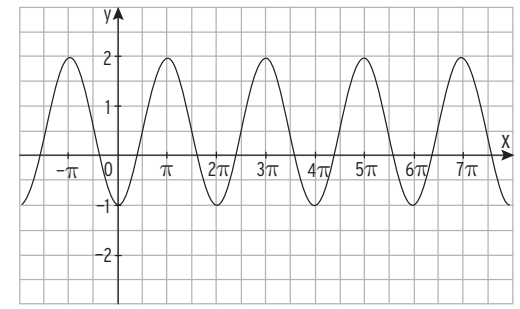
d) $f(x) =$ _____



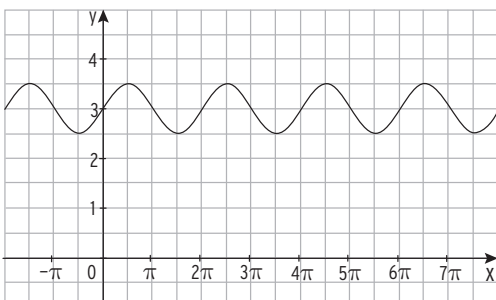
e) $f(x) =$ _____



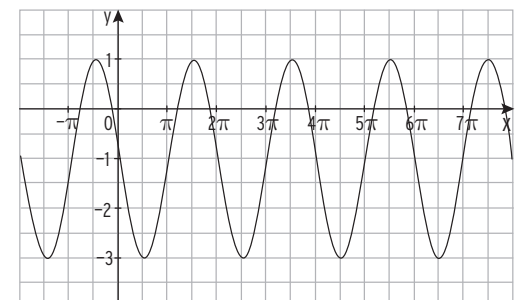
f) $f(x) =$ _____



g) $f(x) =$ _____



h) $f(x) =$ _____



5. Ergänzen Sie die folgenden Sätze.

- a) Das Schaubild der Funktion g mit $g(x) = 0,5\sin(x) - 1$ entsteht aus der Sinuskurve ($y = \sin(x)$) durch Streckung mit dem Faktor ____ in ____-Richtung und durch Verschiebung um ____ nach ____.
- b) Das Schaubild der Funktion g mit $g(x) = -\cos(x) + 2$ entsteht aus der Kosinuskurve ($y = \cos(x)$) durch Spiegelung an der ____-Achse und durch Verschiebung um ____ nach ____.
- c) Das Schaubild der Funktion g mit $g(x) = 2\cos(x) - 3$ entsteht aus der Kurve mit $y = \cos(x)$ durch Streckung mit dem Faktor ____ in ____-Richtung und durch Verschiebung um ____ nach ____.
- d) Das Schaubild der Funktion g mit $g(x) = -\pi \sin(x)$ entsteht aus der Kurve mit $y = \sin(x)$ durch _____
_____.

6. Geben Sie die Amplitude a und die Periode p der Funktion f an.

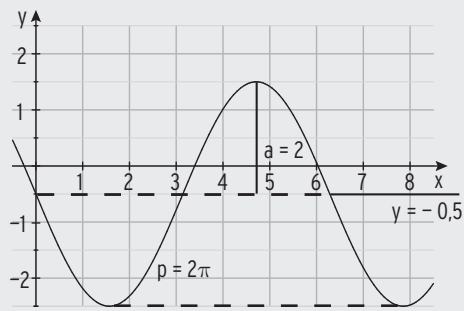
Funktionsterm	a	p	Funktionsterm	a	p
$f(x) = 0,25\sin(\pi x)$	$a = 0,25$	$p = \frac{2\pi}{\pi} = 2$	$f(x) = -5\cos(\frac{\pi}{2}x)$		
$f(x) = 6\cos(5x)$			$f(x) = 1,6\sin(3x)$		
$f(x) = -4\sin(\frac{x}{3})$			$f(x) = -\frac{4}{3}\sin(\frac{x}{2})$		
$f(x) = 3\cos(2x)$			$f(x) = \cos(x) + 1$		

7. Geben Sie den Funktionsterm einer trigonometrischen Funktion mit der Periode p und der Amplitude a an.

a	p	$f(x) = a \cdot \sin(kx)$	a	p	$f(x) = a \cdot \cos(kx)$
$a = 2$	$p = 2$	$f(x) = 2\sin(\pi x)$	$a = 6$	$p = 4\pi$	$f(x) = 6\cos(\frac{x}{2})$
$a = \pi$	$p = 1$		$a = 4$	$p = 4$	
$a = 0,5$	$p = \frac{2}{3}\pi$		$a = \frac{5}{2}$	$p = \frac{3}{4}$	

8. Bestimmen Sie einen möglichen Funktionsterm.

$g(x) = -2\sin(x) - 0,5$



Lösungshinweise:

keine Verschiebung in x-Richtung

Mittellinie: $d = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = \frac{1,5 + (-2,5)}{2} = -0,5$

Amplitude: $\frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = \frac{1,5 - (-2,5)}{2} = 2$

Wegen Spiegelung an der x-Achse: $a = -2$

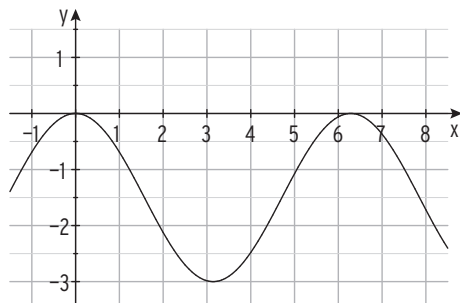
Periode: Differenz benachbarter

Minimalstellen

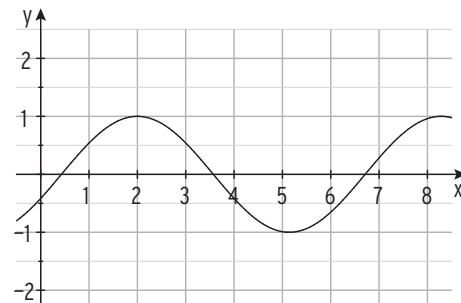
Aus $p = \frac{2\pi}{b}$ folgt $b = \frac{2\pi}{p} = 1$

Einsetzen in $g(x) = a \sin(bx) + d$

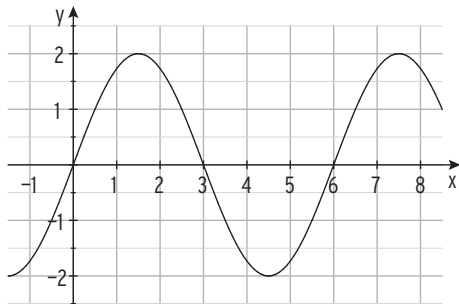
$g(x) =$ _____



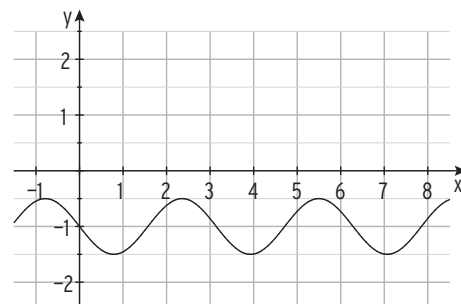
$g(x) =$ _____



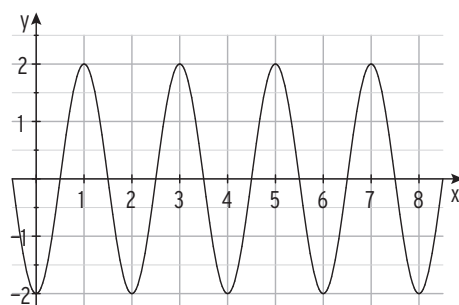
$g(x) =$ _____



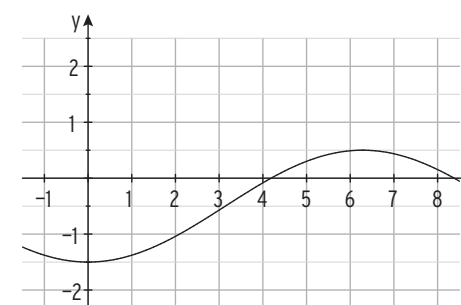
$g(x) =$ _____



$g(x) =$ _____



$g(x) =$ _____



II Lineare Gleichungssysteme

.....

2. Der Graph einer quadratischen Funktion verläuft durch die Punkte A, B und C.
Bestimmen Sie den Funktionsterm der quadratischen Funktion.

- a) A(1 | 1), B(3 | 3) und C(-2 | 1)

Lösung durch Punktprobe in $f(x) = ax^2 + bx + c$:

A(1 | 1): $a + b + c = 1$

B(3 | 3): $9a + 3b + c = 3$ LGS für a, b, c

C(-2 | 1): $4a - 2b + c = 1$

LGS in Matrixform:
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 & 3 \\ 4 & -2 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{\substack{(-9) \\ (-4)}} \xrightarrow{(-1)}$$

Lösung mit dem Gauß-Verfahren:
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -6 & -8 & -6 \\ 0 & -6 & -3 & -3 \end{array}\right) \xrightarrow{(-1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -6 & -8 & -6 \\ 0 & 0 & 5 & 3 \end{array}\right)$$

Aus Zeile 3: $c = \frac{3}{5}$; Einsetzen von c in Zeile 2: $-6b - 8 \cdot \frac{3}{5} = -6 \Rightarrow b = \frac{1}{5}$

Einsetzen von b und c in Zeile 1: $a + \frac{1}{5} + \frac{3}{5} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{5}$

Funktionsterm der quadratischen Funktion: $f(x) = 0,2x^2 + 0,2x + 0,6$

- b) A(1 | 2), B(2 | 4) und C(3 | 6,5)

1. Lösung durch Punktprobe in $f(x) = ax^2 + bx + c$:

A(1 | 2): _____ = _____

B(2 | 4): _____ = _____

C(3 | 6,5): _____ = _____

LGS für a, b, c

2. Schreiben Sie das LGS in Matrixform $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{array}\right)$

3. Lösung mit dem Gauß-Verfahren: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{array}\right)$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots \end{array}\right)$$

Aus Zeile 3 $c =$ _____

Einsetzen von c in Zeile 2: _____ $\Rightarrow b =$ _____

Einsetzen von b und c in Zeile 1: _____ $\Rightarrow a =$ _____

Funktionsterm der quadratischen Funktion:

$f(x) =$ _____ x^2 _____ $x +$ _____

I Funktionen

4 Trigonometrische Funktionen

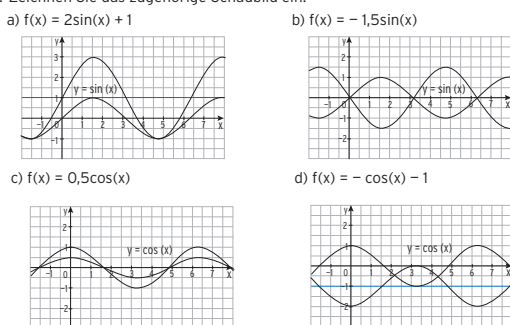
1. Vervollständigen Sie die Tabelle mithilfe des WTR.

x (im Bogenmaß)	sin(x)	cos(x)	x	sin(x)	cos(x)
1	0,84	0,54	0,5	0,48	0,88
$\frac{1}{6}\pi$	0,5	0,87	$\frac{1}{2}\pi$	1	0
$-\frac{1}{6}\pi$	-0,5	0,87	0,78	0,7	0,71
0	0	1	2,90	0,24	-0,97

2. Vervollständigen Sie die Tabelle mithilfe des WTR. Skalieren Sie die x-Achse.

x	sin(x)	cos(x)	
0	0	1	
2pi	0	1	
pi	0	-1	
1/2 pi	1	0	
-1/2 pi	-1	0	
3/2 pi	1	0	
5/2 pi	1	0	
7pi	0	-1	
12pi	0	1	

3. Zeichnen Sie das zugehörige Schaubild ein.



4

5. Ergänzen Sie die folgenden Sätze.

- a) Das Schaubild der Funktion g mit $g(x) = 0,5\sin(x) - 1$ entsteht aus der Sinuskurve ($y = \sin(x)$) durch Streckung mit dem Faktor **0,5** in y-Richtung und durch Verschiebung um **1** nach unten.
- b) Das Schaubild der Funktion g mit $g(x) = -\cos(x) + 2$ entsteht aus der Kosinuskurve ($y = \cos(x)$) durch Spiegelung an der x-Achse und durch Verschiebung um **2** nach oben.
- c) Das Schaubild der Funktion g mit $g(x) = 2\cos(x) - 3$ entsteht aus der Kurve mit $y = \cos(x)$ durch Streckung mit dem Faktor **2** in y-Richtung und durch Verschiebung um **3** nach unten.
- d) Das Schaubild der Funktion g mit $g(x) = -\pi\sin(x)$ entsteht aus der Kurve mit $y = \sin(x)$ durch **Spiegelung an der x-Achse, anschließend eine Streckung mit dem Faktor π in y-Richtung.**

6. Geben Sie die Amplitude a und die Periode p der Funktion f an.

Funktionsterm	a	p	Funktionsterm	a	p
$f(x) = 0,25\sin(\pi x)$	$a = 0,25$	$p = \frac{2\pi}{\pi} = 2$	$f(x) = -5\cos(\frac{\pi}{2}x)$	$a = 5$	$p = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$
$f(x) = 6\cos(5x)$	$a = 6$	$p = \frac{2\pi}{5}$	$f(x) = 1,6\sin(3x)$	$a = 1,6$	$p = \frac{2\pi}{3}$
$f(x) = -4\sin(\frac{x}{3})$	$a = 4$	$p = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$	$f(x) = -\frac{4}{3}\sin(\frac{x}{2})$	$a = \frac{4}{3}$	$p = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$
$f(x) = 3\cos(2x)$	$a = 3$	$p = \frac{2\pi}{2} = \pi$	$f(x) = \cos(x) + 1$	$a = 1$	$p = 2\pi$

7. Geben Sie den Funktionsterm einer trigonometrischen Funktion mit der Periode p und der Amplitude a an.

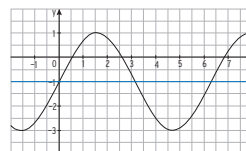
a	p	$f(x) = a \cdot \sin(kx)$	a	p	$f(x) = a \cdot \cos(kx)$
$a = 2$	$p = 2$	$f(x) = 2\sin(\pi x)$	$a = 6$	$p = 4\pi$	$f(x) = 6\cos(\frac{x}{2})$
$a = \pi$	$p = 1$	$f(x) = \pi\sin(2\pi x)$	$a = 4$	$p = 4$	$f(x) = 4\cos(\frac{\pi}{2}x)$
$a = 0,5$	$p = \frac{2}{3}\pi$	$f(x) = 0,5\sin(3x)$	$a = \frac{5}{2}$	$p = \frac{3}{4}$	$f(x) = \frac{5}{2}\cos(\frac{8}{3}\pi x)$

6

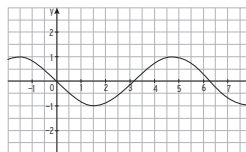
4. Bestimmen Sie einen möglichen Funktionsterm der Form $f(x) = a\sin(x) + b$

bzw. $f(x) = a\cos(x) + b$.

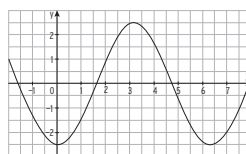
a) $f(x) = 2\sin(x) - 1$



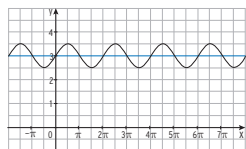
c) $f(x) = -\sin(x)$



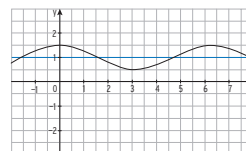
e) $f(x) = -2,5\cos(x)$



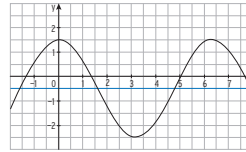
g) $f(x) = 0,5\sin(x) + 3$



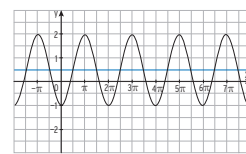
b) $f(x) = 0,5\cos(x) + 1$



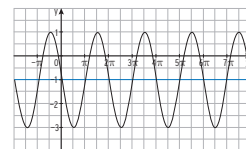
d) $f(x) = 2\cos(x) - 0,5$



f) $f(x) = -1,5\cos(x) + 0,5$



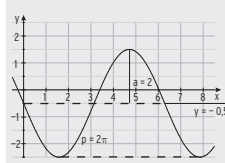
h) $f(x) = -2\sin(x) - 1$



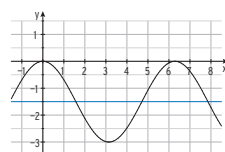
5

8. Bestimmen Sie einen möglichen Funktionsterm.

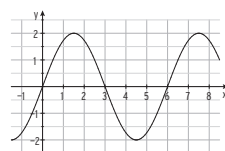
$g(x) = -2\sin(x) - 0,5$



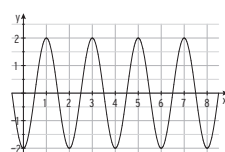
$g(x) = 1,5\cos(x) - 1,5$



$g(x) = 2\sin(\frac{\pi}{3}x)$



$g(x) = -2\cos(\pi x)$



Lösungshinweise:

keine Verschiebung in x-Richtung

Mittellinie: $d = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = \frac{1,5 + (-2,5)}{2} = -0,5$

Amplitude: $\frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = \frac{1,5 - (-2,5)}{2} = 2$

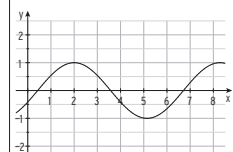
Wegen Spiegelung an der x-Achse: $a = -2$

Periode: Differenz benachbarter Minimalstellen

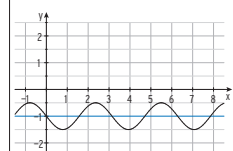
Aus $p = \frac{2\pi}{b}$ folgt $b = \frac{2\pi}{p} = 1$

Einsetzen in $g(x) = a\sin(bx) + d$

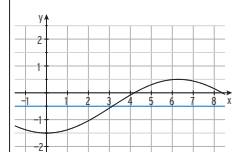
$g(x) = \cos(x - 2)$



$g(x) = -0,5\sin(2x) - 1$



$g(x) = -\cos(0,5x) - 0,5$



7