

IN DIESEM KAPITEL

... betrachten wir allgegenwärtige Grundgrößen

... wird es signifikant

... erinnern wir uns an die wichtigsten Rechen-Arten

Kapitel 1

Größen und Einheiten

Auch wenn sich die meisten Menschen dessen wohl gar nicht bewusst sind: So etwas wie »absolute Messungen« gibt es nicht. Wann immer Sie eine Messung vornehmen, gehört dazu auch eine Einheit – und diese Einheit hängt davon ab, welchen *Referenzwert* Sie Ihrer Messung zugrunde legen. Wenn Sie Ihre Körpergröße mit »eins achtzig« angeben, wird zwar jeder Europäer (so er denn Deutsch versteht) begreifen, dass Sie »einen Meter achtzig« (also: 1,80 m) meinen, aber ein US-Amerikaner wäre hoffnungslos verwirrt, denn selbiger ist mit einem *nicht-metrischen* System aufgewachsen, in dem zwölf Zoll einem Fuß entsprechen. Also wäre die Aussage »ein Fuß achtzig Zoll« zumindest verwirrend (das wäre so sinnvoll wie »ein Meter und einhundertdreundzwanzig Zentimeter« – das rechnet man dann doch um!). Außerdem würde selbst die korrekte Umrechnung ($1 \text{ Zoll} = 2,54 \text{ cm}$, $1 \text{ Fuß} = 30,48$) zu einem völlig anderen Ergebnis führen: »ein Fuß achtzig Zoll« = 2,33 m. Aus diesem Grund ist es unerlässlich, sich auf einen *Standard* zu einigen.

Das soll der Standard sein: Grundgrößen

Standards sind natürlich nicht nur bei Längenangaben erforderlich, sondern letztendlich bei *allen* in den Naturwissenschaften irgendwie wichtigen Angaben. Im Prinzip weltweit durchgesetzt hat sich das Internationale Einheitensystem (kurz: **SI**, von *Système international d'unités*). Derzeit gibt es – Stand Juli 2019 – nur drei Länder, die sich nicht dafür entschieden haben: Myanmar, Liberia und die USA.

Das Praktische hier ist, dass es nur sieben Grundgrößen mit den zugehörigen Einheiten gibt, von denen sich dann alle weiteren Größen (nebst Einheiten) ableiten; diese sieben Grundgrößen sind in Tabelle 1.1 zusammengefasst.

Grundgröße, Formelzeichen	Einheit, Einheitenzeichen	Referenz (momentane Definition, Stand 2019)
Masse, m	Kilogramm, kg	Das Kilogramm entspricht einer festgelegten Anzahl von Teilchen. Diese wird mit der AVOGADRO-Konstanten korreliert, die in definierter Weise mit dem PLANCK'schen Wirkungsquantum $h = 6,626070040(81) \cdot 10^{-34}$ Js verbunden ist.
Länge, l (in der Physik: s)	Meter, m	Die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von $1/299\,792\,458$ Sekunden durchläuft. Für Sprach-Puristen: In DIN 1301, Teil 1, 2010-10, wurde festgelegt, dass es ganz offiziell »der Meter« heißt.
Zeit, t	Sekunde, s	Das 9 192 631 770-Fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung.
Temperatur, T (thermodynamische Temperatur)	Kelvin, K	In einem abgeschlossenen System lässt sich die kinetische Energie eines Gases über den Druck messen. Die ermittelte BOLTZMANN-Konstante $k_B = 1,38064853(79) \cdot 10^{-23}$ JK ⁻¹ dient zu Definition des Kelvin.
Stoffmenge, n	Mol, mol	Die Stoffmenge eines Systems, das aus ebenso vielen Einzelteilchen besteht, wie Atome in 0,012 000 Kilogramm des Kohlenstoff-Isotops ^{12}C enthalten sind. Dazu wird mithilfe einer hochreinen Siliciumkugel die AVOGADRO-Konstante ($N_A = 6,022140857(74) \cdot 10^{23}$ mol ⁻¹) ermittelt.
Stromstärke, I	Ampere, A	Stärke eines konstanten elektrischen Stroms, der im Vakuum durch zwei parallele, geradlinige, unendlich lange und im Abstand von einem Meter voneinander angeordnete Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je einen Meter Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton (= kg·m/s ²) hervorrufen würde. Für Sprachpuristen: Diese Einheit ist französisch auszusprechen.

Tabelle 1.1: Grundgrößen des SI-Einheitensystems

Grundgröße, Formelzeichen	Einheit, Einheitenzeichen	Referenz (momentane Definition, Stand 2019)
Lichtstärke, I_v	Candela, cd	<p>Lichtstärke in einer bestimmten Richtung der Strahlungsquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12}$ Hz ($= s^{-1}$) aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung 1/683 Watt pro Steradian beträgt.</p> <p>Für Sprachpuristen gleich zwei Bonus-Informationen: Erstens heißt es »die Candela«, und zweitens liegt die Betonung auf der zweiten Silbe (Candela).</p>

Tabelle 1.1: Grundgrößen des SI-Einheitensystems

Die Lichtstärke wird uns im Rahmen der Chemie *nicht*, die elektrische Stromstärke außer beim Thema Elektrochemie *kaum* begegnen, deswegen gehen wir darauf hier auch nicht weiter ein.

Damit man sich darunter wenigstens etwas vorstellen kann:

1 Ampere entspricht einem Fluss von 1 Coulomb / Sekunde ($= 1 C s^{-1}$), und das sind $6,241\,51 \cdot 10^{18}$ Elektronen (also: e^-) pro Sekunde.

Die Stoffmenge hingegen und der damit untrennbar verbundene Begriff *Mol* sind allerdings derart wichtig, dass beiden beizeiten ausgiebig Raum zugestanden werden wird.

Zur Temperatur sei auf Folgendes hingewiesen:

- ✓ Die *Kelvin*-Skala gibt die *absolute Temperatur* an und besitzt als Nullpunkt den *absoluten Nullpunkt*, der bei $-273,15^\circ C$ liegt.
- ✓ Der Abstand zwischen zwei Temperaturschritten der *Kelvin*- und der *Celsius*-Skala (mit der Einheit $^\circ C$) ist identisch. Das vereinfacht natürlich die Umrechnung immens:

$$\text{Temperatur (in Kelvin)} = \text{Temperatur (in } ^\circ C\text{)} + 273,15$$



Der Gefrierpunkt des Wassers ($0^\circ C$) entspricht damit $273,15 K$, der Siedepunkt ($100^\circ C$) entsprechend $373,15 K$.



Zur Fachsprache: Es heißt *nicht* »Grad Kelvin«, sondern nur »Kelvin« – also: Der Siedepunkt des Wassers liegt bei »373,15 Kelvin«.

Von den Grundgrößen leiten sich alle Größen ab

Von diesen Standard-Größen leiten sich weitere Größen ab, wie etwa Fläche, Volumen, Druck und dergleichen; eine Auswahl solcher abgeleiteter Größen bietet Ihnen Tabelle 1.2, selbstverständlich ohne jeglichen Anspruch auf Vollständigkeit.

abgeleitete Größe	Formelzeichen	Einheit	Eigennamen
Fläche	A	m^2	
Volumen	V	m^3	
Geschwindigkeit	v	m s^{-1}	
Beschleunigung	a	m s^{-2}	
Dichte	p	kg m^{-3}	
Kraft	F	kg m s^{-2}	Newton
Druck	P	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$	Pascal
Impuls	\vec{p}	kg m s^{-1}	
Energie, Arbeit	E oder W	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$	Joule, Nm
Leistung	P	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-3}$	Watt
Wärmeleitfähigkeit	λ	$\text{kg m s}^{-3} \text{K}^{-1}$	

Tabelle 1.2: Abgeleitete Größen im SI-Einheitensystem



Eine der meistgebrauchten abgeleiteten Größen in der Chemie stellt das Volumen dar, und alleine aus Gründen der Praktikabilität wird im Labor nur selten die Einheit Kubikmeter (m^3) verwendet: Deutlich üblicher ist der Kubikdezimeter ($\text{dm}^3 = (10 \text{ cm})^3 = 1000 \text{ cm}^3$), der gemeinhin als **Liter** bezeichnet wird.

Für diese Einheit gibt es zwei offizielle Einheitenzeichen:

- ✓ das große L (L) *und*
- ✓ das kleine l (l).

Da Letzteres je nach Schriftsatz nur schwer von der Zahl 1 unterscheidbar ist, hat sich in der Chemie als Einheitenzeichen das L durchgesetzt, während in anderen (Natur-)Wissenschaften für das »kleine l« extra ein anderer Schriftsatz oder ein Sonderzeichen gewählt wird, etwa ℓ. In diesem Buch halten wir uns an die auch in den maßgeblichen deutschen Fachzeitschriften der Chemie übliche Variante: L.

Das soll der Standard sein: Was ist denn schon »normal«?

Sie haben schon gemerkt: Alle Angaben beziehen sich *immer* auf einen Referenz-Wert oder einen *Standard*; entsprechend gibt es auch eine Standard-Temperatur, einen Standard-Druck und dergleichen mehr.

Leider war das beschönigend ausgedrückt: International gesehen gibt es nämlich bedauerlicherweise eben nicht nur *einen* Standard, sondern gleich mehrere, die als gleichberechtigt angesehen werden. Die wichtigsten Standardbedingungen finden Sie in Tabelle 1.3; wenn Sie Tabellenwerken entsprechende Werte entnehmen, ist es stets wichtig, sich darüber zu informieren, welcher Standard jeweils zugrunde liegt.

	Temperatur	Druck
IUPAC (STP) <i>Standard Temperature and Pressure</i>	273,15 K = 0 °C	100 kPa = 0,986 atm = 1 bar
IUPAC (SATP, inoffiziell) <i>Standard Ambient Temperature and Pressure</i>	298,15 K = 25 °C	100 kPa = 0,986 atm = 1 bar
NIST (<i>National Institute of Standards and Technology</i>)	293,15 K = 20 °C	101,325 kPa = 1 atm = 1,01325 bar
DIN 1343	273,15 K = 0 °C	101,325 kPa = 1 atm = 1,01325 bar
Technische Norm (veraltet)	293,15 K = 20 °C	0,980665 bar = 1 at

Tabelle 1.3: Verschiedene Standardbedingungen

Vorsilben bestimmen die Größenordnung

In der Chemie – oder, um ehrlich zu sein: in *praktisch allen* Naturwissenschaften – bekommen Sie es recht häufig mit sehr kleinen oder sehr großen Objekten

zu tun, die dann entsprechend etwa eine bemerkenswert winzige oder gewaltige Masse aufweisen oder, wie Atome oder Moleküle, meist in geradezu unvorstellbaren Stückzahlen auftreten. Bei entsprechend winzigen oder riesigen Objekten ist es kaum sinnvoll, sich auf die Standard-Einheiten der sieben Grundgrößen zu beschränken. Aus diesem Grund sind, auch in der Chemie, zwei äußerst nützliche Hilfsmittel sehr beliebt:

- ✓ die wissenschaftliche Notation (für sehr große oder sehr kleine Zahlen)
- ✓ genau definierte Präfixe, die es deutlich vereinfachen, die Größenordnung von Zahlen unmissverständlich zu kennzeichnen.

Beides werden wir uns nun genauer anschauen.

Die wissenschaftliche Notation

Zahlen, die mehr als drei Stellen vor dem Komma aufweisen, werden meist in Form von Zehnerpotenzen angegeben – man bezeichnet dies auch als *Exponentialschreibweise*.



So könnten Sie die Zahl 500 000 auch als $5 \cdot 10^5$ schreiben, als $50 \cdot 10^4$ oder $500 \cdot 10^3$. Letzteres wäre die bevorzugte Schreibweise, denn es erfreuen sich (aus Gründen, die Sie im nächsten Abschnitt kennenlernen werden) Zehnerpotenzen besonderer Beliebtheit, deren Exponenten einem (ganzzahligen) Vielfachen von 3 entsprechen.

Entsprechend wird die Zahl 52 300 entweder als $5,23 \cdot 10^4$ oder (bevorzugt) $52,3 \cdot 10^3$ angegeben.

In gleicher Weise wird verfahren, wenn ein Wert (deutlich) kleiner als 1, aber immer noch größer als 0 ist. Mit dem Hintergrundwissen, dass $1/10$, also »ein Zehntel«, das Gleiche ist wie 10^{-1} , lässt sich etwa die Zahl 0,001 (»ein Tausendstel«) auch als $1 \cdot 10^{-3}$ schreiben.

An diesem Punkt sei bereits kurz das Thema der *signifikanten Ziffern* erwähnt, auf das wir im unmittelbar nachfolgenden Abschnitt eingehen werden. Jetzt aber widmen wir uns erst den bereits erwähnten Präfixen.

SI-Präfixe

Zum SI-System gehören nicht nur Einheiten, sondern auch *Größenordnungen*, die den *Faktor* bestimmen. Im metrischen System dreht sich (erwartungsgemäß) alles um die Zahl 10. So ist die Zahl 100 um *eine* Größenordnung größer als

10, während 1000 entsprechend *zwei* Größenordnungen größer ist. Da in den Naturwissenschaften bekanntermaßen eine sehr breite Spanne an Werten zu überbrücken ist, wurde diese Spanne noch in weitere Einheiten unterteilt, die sich um jeweils *drei* Größenordnungen unterscheiden; drei Größenordnungen betreffen jeweils einen Unterschied von $10^3 = 1000$. Angefangen von 0 geht es in Tausender-Schritten aufwärts und abwärts. Diese und *nur* diese Schritte sind im Sinne des SI-Systems und erhalten eine eigene Vorsilbe, sogenannte **Präfixe**, die Sie in Tabelle 1.4 finden.

Potenz	Präfix	Symbol	Anmerkungen
10^{18}	Exa	E	
10^{15}	Peta	P	
10^{12}	Tera	T	nein, nicht »Terra«
10^9	Giga	G	
10^6	Mega	M	
10^3	Kilo	k	mit einem <i>kleinen</i> »k«
10^{-1}	Dezi	d	nicht SI-konform
10^{-2}	Zenti	c	nicht SI-konform
10^{-3}	Milli	m	
10^{-6}	Mikro	μ	
10^{-9}	Nano	n	
10^{-12}	Pico	p	
10^{-15}	Femto	f	
10^{-18}	Atto	a	

Tabelle 1.4: Präfixe der Zehnerpotenzen



Bitte beachten Sie, dass weder der beim Liter erwähnte Dezimeter ($dm = 10^{-1} m$, nicht mehr sonderlich gebräuchlich) noch der (wirklich allgegenwärtige) Zentimeter ($cm = 10^{-2} m$) der SI-Konvention entspricht. *Eigentlich* sollten also beide nicht mehr verwendet werden, aber allen Konventionen zum Trotze halten sich der vom Dezimeter abgeleitete Liter und der Zentimeter hartnäckig. (Vermutlich liegt das einfach daran, dass beide in einer so praktischen/Alltags-kompatiblen Größenordnung liegen.)

Wenn Sie größere Massen angeben wollen, also mehrere Tausend Kilogramm (oder noch größer), wird dafür gerne die Einheit Tonne (t) herangezogen, für die gilt: $1 t = 1000 \text{ kg} = 10^3 \text{ kg}$. Streng genommen

ist die Tonne damit wieder keine SI-Einheit; es müsste »Megagramm (Mg)« heißen (10^6 g = 1 000 000 g). Das macht aber niemand: In der technischen Chemie, in der die verschiedenen Reaktionsteilnehmer gerne im mehrstelligen Kilogramm-Maßstab zusammengebracht werden, wird durchaus nach wie vor mit der *Tonne* gearbeitet (sicherlich nicht zuletzt, weil in der Chemie »Mg« nun einmal zunächst die Assoziation »Magnesium« wecken wird, nicht die Assoziation »eine Million Gramm«).

Signifikant muss es schon sein

Zur Angabe von Zahlenwerten ist es stets erforderlich, dabei auf das Maß an *Genauigkeit* zu achten, mit der diese Angabe erfolgt: Wenn Sie also etwa den Inhalt des auf Milliliter genau messenden Standzyinders aus Abbildung 1.1 auf »ungefähr einhundertfünfundfünfzig Milliliter« abschätzen, wäre es daher unsinnig, mit »154,02342« zu arbeiten; damit würden Sie eine Genauigkeit simulieren, für die Sie sich nun einmal nicht verbürgen können.

Wann immer Sie es mit derlei *gemessenen*, also nicht präzise definierten Zahlenwerten zu tun haben, kommen **signifikante Ziffern** ins Spiel. Schauen Sie sich bitte noch einmal Abbildung 1.1 an:

- ✓ Der Füllstand lässt keinerlei Zweifel daran, dass dieses Gefäß mehr als 150 und weniger als 160 Milliliter enthält. Die Angabe »15...« ist also auf jeden Fall als gesichert anzunehmen.
- ✓ Die nächste Ziffer kann nur *geschätzt* werden. Verschiedene Personen können dabei zu unterschiedlichen (Schätz-)Ergebnissen kommen: Die Frage, ob der Messzyylinder nun 155 oder 157 mL enthält (oder noch anders?), lässt sich so *nicht* beantworten.

Entsprechend wäre es unsinnig, hier weitere Stellen anzugeben.



Für die signifikanten Ziffern gilt also:

- ✓ Es sind stets *alle* Ziffern anzugeben, die man *mit Sicherheit* zu benennen vermag.
- ✓ Zusätzlich gibt es dann noch *eine letzte* Ziffer, die mit einer gewissen *Unsicherheit* behaftet ist.

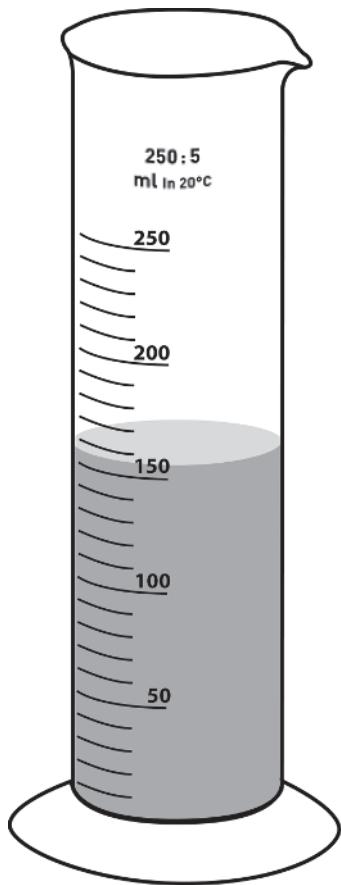


Abbildung 1.1: Ein gefüllter Messzylinder

Signifikante Ziffern und Einheiten

Es macht bekanntermaßen keinen Unterschied, ob Sie nun 0,5 kg Brot kaufen oder 500 g Brot. Aber stimmt das überhaupt? – Nicht, wenn wir die signifikanten Ziffern berücksichtigen. Schauen wir uns an, wo die Unsicherheiten liegen:

- ✓ Der Wert »0,5 kg Brot« besitzt nur eine einzige (signifikante) Ziffer, das heißt, schon diese eine Ziffer besitzt eine gewisse Unsicherheit: Es könnten genauso gut nur 0,4 oder auch 0,6 kg sein – das macht durchaus einen erkennbaren Unterschied.

- ✓ Der Wert »500 g Brot« hingegen besitzt drei signifikante Ziffern, das heißt die 5 und die erste 0 sind als gesichert anzunehmen. Entsprechend liegt die Unsicherheit in der zweiten 0, und somit könnten es auch 502 g Brot sein oder aber ein bisschen weniger als 500 g, zum Beispiel 497 g – dann ändert sich zwar auch die *davorliegende* Stelle, eben die »erste Null«, aber trotzdem liegt die Unsicherheit in der Größenordnung der letzten Stelle (also \pm ein paar Gramm, aber keinesfalls mehr als 9, sonst würde der Fehler ja schon die *nächste* Größenordnung erreichen, und auch die vorangegangene Ziffer wäre effektiv unsicher!).
- ✓ Entsprechend wären die beiden Angaben hinsichtlich ihrer Genauigkeit erst dann vergleichbar, wenn auch die gleiche Anzahl signifikanter Ziffern vorliegt: Die drei signifikanten Ziffern der Angabe »500 g Brot« finden Sie erst dann wieder, wenn Sie auch von »0,500 kg Brot« sprechen.



Aber 0,5 kg *sind* doch 500 g! – Ja und nein: *Nicht, wenn es um die Messgenauigkeit geht*. Noch einmal: Es geht um die Anzahl der Stellen, bei denen eben *keine* Messunsicherheit vorliegt.

Selbstverständlich können Sie bei jedem Messwert die Größenordnung frei wählen: Ob Sie nun 0,500 kg Brot kaufen wollen, 500 g oder $500 \cdot 10^{-4}$ t Brot (gut, das dürfte im Geschäft zu Schwierigkeiten führen ...): Die Masse an erstandenen Backwaren ist stets die gleiche, und auch hinsichtlich der Genauigkeit dieser Massenangaben besteht keinerlei Unterschied. Ebenso gut können Sie auch $500 \cdot 10^3$ mg Brot bestellen (was vermutlich auch wieder zu Problemen führen dürfte), aber eben nicht 500 000 Milligramm Brot, denn diese Zahl hätte *sechs* signifikante Ziffern, und die Messunsicherheit läge hier nicht im einstelligen *Grammbereich*, sondern im einstelligen *Milligrammbereich*, wäre also drei Größenordnungen genauer.

Wenn also nun die Größenordnung der gewählten Einheit keinerlei Aufschluss auf die tatsächlich vorliegende Genauigkeit besitzt, wie ermittelt man dann die Anzahl der signifikanten Ziffern? – Prinzipiell gilt es nur, einige einfache Spielregeln zu beherzigen. Es gilt:

- ✓ Signifikant sind alle Ziffern, die ungleich null sind.
- ✓ Signifikant sind alle Nullen zwischen Ziffern, die ungleich null sind.
- ✓ Eine Null am Anfang der Zahl ist *nicht* signifikant.
- ✓ Nullen am Ende einer Zahl sind *sehr wohl* signifikant.

Schauen wir uns die beiden letzten Punkte genauer an:

Ob am Anfang einer Zahlenangabe eine Null steht, hängt lediglich von der gewählten Einheit ab: Wenn Sie von Gramm zu Kilogramm wechseln, wird aus den 500 g eben 0,500 kg (oder 0,000 500 t), das heißt, die Anzahl der *vorangestellten* Nullen birgt keinerlei Information hinsichtlich der Genauigkeit des angegebenen Zahlenwerts.

Mit den *nachgestellten* Nullen hat es genau die Bewandtnis, die wir bereits erwähnt hatten: Die Angabe »0,500 kg« ist um eine Größenordnung (also eine Zehnerpotenz) genauer als die Angabe »0,50 kg« und so weiter.

Entsprechend müssen Sie auch, wenn Sie den entsprechenden Zahlenwert nun mit einer kleinteiligeren Einheit angeben wollen, die Anzahl der signifikanten Ziffern im Blick behalten. Am einfachsten ist es, hier zur *wissenschaftlichen Notation* zu greifen, die Sie schon aus dem vorangegangenen Abschnitt kennen: So wäre es völlig richtig, Ihre 0,500 kg in $500 \cdot 10^3$ mg, $500 \cdot 10^6$ µg, $500 \cdot 10^9$ ng oder $500 \cdot 10^{12}$ pg umzuwandeln, aber bitte lösen Sie den 10^x -Term nicht auf, indem Sie noch die entsprechende Anzahl an Nullen hinzufügen: Damit würden Sie wieder eine nicht verbürgbare Messgenauigkeit simulieren.



Sie können Ihre Körpergröße in Metern angeben oder genauso gut auch in Zentimetern (auch wenn das nicht ganz SI-konform ist ...); aber vermutlich käme es Ihnen seltsam vor, Ihre Körpergröße in Millimetern anzugeben, denn »so genau haben Sie das ja gar nicht gemessen«.

Bitte vermeiden Sie den Denkfehler, Sie würden bereits mit der Wahl der Einheit Entscheidungen über die Genauigkeit Ihrer Messung treffen. Ein Mensch mit einer Körpergröße von 1,84 m kann sich also auch einer Körperlänge von 184 cm rühmen, oder eben einer Größe von $1,84 \cdot 10^3$ mm (aber *eben nicht* 1840 mm).

»Signifikante Ziffern« heißt *nicht* »Stellen hinter dem Komma«!

Auch wenn es nun wirklich schon häufig erwähnt wurde: Bitte beachten Sie, dass es bei den signifikanten Ziffern keineswegs um die Positionierung des Kommas geht: Die Angabe »8,3« besitzt exakt die gleiche Anzahl signifikanter Ziffern wie die Angaben »0,83« oder »83«, und über die tatsächliche Größenordnung können dann die üblichen Zehnerpotenzen der wissenschaftlichen Notation Aufschluss geben.

Trotzdem ist es nicht gänzlich falsch, auch die Positionierung des Kommas im Blick zu behalten, und zwar immer dann, wenn zwei oder mehr Messwerte in einen Bezug zueinander gestellt werden, die sich in der Anzahl ihrer Stellen hinter dem Komma unterscheiden.



Welche Fläche ergibt sich für ein Rechteck mit den Kantenlängen 120,3 mm und 238,7 μm ?

Der Taschenrechner ($\stackrel{\text{TR}}{=}$) verrät uns:

$$120,3 \text{ mm} \times 238,7 \mu\text{m} \stackrel{\text{TR}}{=} 28,71561 \text{ mm}^2$$

Das Endergebnis besitzt nun aber ganze *sieben* signifikante Ziffern! Kann das stimmen? – Bitte beachten Sie: Beide Zahlenwerte besitzen zwar die gleiche Anzahl signifikanter Ziffern, aber sie unterscheiden sich nun einmal in ihrer *Größenordnung*.

$$120,3 \text{ mm} = 1,203 \cdot 10^2 \text{ mm}; \quad 238,7 \mu\text{m} = 2,387 \cdot 10^{-1} \text{ mm}$$

Bedenken Sie, wo die jeweiligen Genauigkeiten liegen:

- ✓ Bei der ersten Längenangabe liegt die Unsicherheit im 0,x-Millimeter-Bereich ($\pm 0,x \text{ mm}$).
- ✓ Bei der zweiten Längenangabe liegt die Unsicherheit im 0,x-Mikrometer-Bereich ($\pm 0,x \mu\text{m}$).

Die Genauigkeit, mit der jener zweite Messwert bestimmt wurde, hilft uns aber bei der Ermittlung der Genauigkeit bei der Angabe der Gesamtfläche nicht weiter, schließlich wurde die erste Kantenlänge ungleich »unpräziser« bestimmt.

Multiplizieren und Dividieren

Will man bei der Multiplikation (oder auch der Division) von Messwerten ein sinnvolles Ergebnis angeben, ist es sinnvoll, die betrachteten Werte auf die gleiche Größenordnung umzurechnen, dann einen Zahlenwert auszurechnen und diesen letztendlich sinnvoll so zu runden, dass das Ergebnis ebenso viele »Stellen hinter dem Komma« aufweist, wie der am *ungenauesten* bestimmte der jeweiligen Ausgangswerte besitzt: $238,7 \mu\text{m} = 0,2387 \text{ mm}$.

Bemühen wir nun erneut den Taschenrechner und runden dann so, dass wir nur eine »Stelle hinter dem Komma« erreichen:

$$120,3 \text{ mm} \times 0,2387 \text{ mm} \stackrel{\text{TR}}{=} 28,71561 \text{ mm}^2 = 28,7 \text{ mm}^2$$



Gerundet wird erst am Schluss! Bei allen Zwischenrechnungen – so Sie denn welche vornehmen – ist es durchaus sinnvoll, noch zwei oder noch mehr »Zusatz-Stellen hinter dem Komma« mitzuschleppen, um nicht bei jedem Zwischenschritt neuerliche Rundungsfehler einzuführen. Also:

Nicht vor dem Ausrechnen runden, sondern erst hinterher – ganz am Ende.



Zum Runden ist noch Folgendes anzumerken:

- ✓ Ist die erste nicht mehr signifikante Stelle < 5 , wird abgerundet.

Soll die Zahl 2,654 mit drei signifikanten Ziffern angegeben werden, wird daraus 2,65.

- ✓ Ist die erste nicht mehr signifikante Stelle > 5 , wird aufgerundet.

Mit drei signifikanten Ziffern wird aus 2,656 dann 2,66.

Damit wird auch (wieder) ersichtlich, dass wir es mit zwei *sicheren* und einer *unsicheren* Ziffer zu tun haben.



Achtung: Wenn die letzte signifikante Stelle eine 9 ist, führt das dazu, dass man dann noch *weiterrunden* muss. Soll etwa die Zahl 2,597 mit drei signifikanten Stellen angegeben werden, wird daraus 2,60. *Aber diese nachgestellte 0 dann nicht vergessen, die ist dann schließlich – als »erste unsichere Ziffer« – signifikant.*



- ✓ Ist die erste *nicht mehr* signifikante Stelle = 5, ist so zu runden, dass die letzte signifikante Stelle *gerade* wird.

- ✓ Man entscheidet also im Einzelfall, ob auf- oder abgerundet wird: 2,655 würde mit drei signifikanten Ziffern ebenso wie 2,665 jeweils zur 2,66.



Achtung: Das gilt aber *nur* für den Fall, dass die *erste nicht mehr* signifikante Ziffer eine 5 ist. Signifikante Fünfen, die nicht von einer nicht mehr signifikanten 5 gefolgt sind, müssen bestehen bleiben: Aus 2,652 würde natürlich 2,65. *Es geht also nicht darum, End-Fünfen um jeden Preis zu vermeiden!*

Addieren und Subtrahieren

In analoger Weise wird verfahren, wenn Messwerte, die sich in ihrer Größenordnung unterscheiden, miteinander zu addieren oder voneinander zu subtrahieren sind: Auch hier sind die Werte zunächst so umzuformulieren, dass sie miteinander vergleichbar werden.



Addieren wir die Strecken 10,2 cm, 11 mm, 179,48 mm, 223,634 mm, 1008 µm.

- ✓ Zunächst werden aus den 10,2 cm somit 102 mm, und die 1008 µm werden zu 1,008 mm.
- ✓ Dann wird addiert:

$$102 \text{ mm} + 11 \text{ mm} + 179,48 \text{ mm} + 223,646 \text{ mm} + 1,008 \text{ mm}$$

$$\stackrel{\text{TR}}{=} 517,134 \text{ mm}$$

- ✓ Auch wenn es natürlich wieder auf den Umgang mit signifikanten Ziffern hinausläuft:



Bitte nicht schon im Vorfeld alle zu addierenden (oder subtrahierenden) Zahlen durch Rundung auf zwei signifikante Ziffern eindampfen (auch wenn 11 natürlich nur zwei signifikante Ziffern aufweist).

Auch wenn weder der Wert 102 mm noch der Wert 11 mm entsprechende Nachkommastellen aufweist, sollten Sie keinesfalls schon im Vorfeld alle Nachkommastellen streichen: Die können sich durchaus auf das Endergebnis auswirken!

Nach Abschluss der Addition (Subtraktion) wird dann sinnvoll gerundet, sodass *jetzt* die Nachkommastellen tatsächlich verschwinden:

$$102 \text{ mm} + 11 \text{ mm} + 179,48 \text{ mm} + 223,646 \text{ mm} + 1,008 \text{ mm}$$

$$\stackrel{\text{TR}}{=} 517,134 \text{ mm} = 517 \text{ mm.}$$



Beim »Verschieben der Größenordnung« ist natürlich zu vermeiden, mit *nachgestellten* Nullen zu arbeiten, schließlich würden diese wieder eine nicht belegbare Genauigkeit simulieren:

- ✓ Wollen Sie 103 cm in Millimeter umrechnen, sind das nicht etwa 1030 mm!

Im Zweifelsfalle lieber nach einer größeren Größenordnung verschieben, denn *vorangestellte* Nullen sind ja nicht signifikant.

- ✓ 300 µm kann gefahrlos in 0,300 mm umwandeln, aber die nachgestellten Nullen dürfen Sie dann nicht vergessen.

Umrechnung von Masse in Stoffmenge und umgekehrt – tägliches Brot für den Chemiker

Schon im Abschnitt »Das soll der Standard sein: Grundgrößen« wurde angemerkt, dass der Stoffmenge (und damit dem Mol) besondere Bedeutung beizumessen ist; aus diesem Grund wollen wir uns mit dieser Grundgröße ein wenig genauer befassen.

Was genau ist denn ein Mol?

Eine Definition des Begriffes »Mol«, der zur Beschreibung einer **Stoffmenge** dient, haben Sie bereits kennengelernt:

1 Mol = die Stoffmenge eines Systems, das aus ebenso vielen Einzelteilchen besteht, wie Atome in 0,012 000 Kilogramm des Kohlenstoff-Isotops ^{12}C enthalten sind.



Diese Zahl wurde so genau wie möglich bestimmt (wie das geschehen ist, würde hier den Rahmen sprengen); ihr Zahlenwert ist als AVOGADRO-Zahl (abgekürzt: N_A) bezeichnet: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ Teilchen pro Mol (mit der Einheit mol^{-1} !).

Mit dieser Zahl werden Sie es in der Chemie immer wieder zu tun bekommen, deswegen sollten wir uns zunächst einmal zwei Dinge vor Augen führen:

- ✓ »Das Mol« beschreibt zunächst einmal nur eine Stückzahl: genau so, wie ein Dutzend immer exakt zwölf Stück sind – ganz egal, wovon! Ein Dutzend Autos sind genauso 12 Stück wie ein Dutzend Eier. (Trotzdem würde wohl niemand behaupten, ein Dutzend Autos besäßen die gleiche Masse wie ein Dutzend Eier, bloß weil das ebenso 12 Stück sind – zur Umrechnung von Stoffmengen in Massen kommen wir gleich zurück.)

Entsprechend hat die AVOGADRO-Zahl auch eine Einheit: $1/\text{mol}$, auch mit mol^{-1} darstellbar – kurz: »Stück pro Mol«. (Streng genommen besitzt auch das Dutzend eine Einheit: $1/\text{Dutzend}$, Dutzend^{-1} oder »Stück pro Dutzend«, und das sind eben 12.)

- ✓ Die Zahl » $6,022 \cdot 10^{23}$ « ist nahezu unvorstellbar groß, somit entspricht »ein Mol Teilchen« einer überwältigend großen Teilchenzahl (die aber immer noch genau bestimmt ist!).

Wenn Sie sich eine grobe Vorstellung davon machen wollen, wie viel das sind (es geht hier um 602 Trilliarden (!) Teilchen), schauen Sie sich den Kasten »Das Mol – ein *Kingsize-Dutzend*« an.

Das Mol – ein *Kingsize-Dutzend*

Wir wissen: $1 \text{ mol} = 6,022 \cdot 10^{23}$ Teilchen = 602 200 000 000 000 000 000 000 Teilchen.

Können Sie sich unter so einem Zahlenungetüm wirklich etwas vorstellen? – Also schauen wir uns das anhand von zwei Beispielen ein wenig genauer an:

Beispiel 1: Würden wir in jedes Quadrat eines ein Kästchen breiten Streifens Millimeterpapier einen Punkt setzen, wie lange müsste dieser Streifen dann sein, um darauf 1 mol Punkte unterzubringen? Reicht er von der Erde bis zum Mond? Bis zur Venus? Oder noch weiter?

Schauen wir uns ein paar Größen an: Distanz Erde–Sonne (d) ≈ 8 Lichtminuten; 1 min = 60 s, also ist $d = 480$ Lichtsekunden.

Die Lichtgeschwindigkeit (Formelzeichen: c) beträgt in etwa 300 000 km/s = 300 000 000 m/s = $3 \cdot 10^{11}$ mm/s (wir wollen ja Millimeterpapier verwenden!)

$$\begin{aligned}\text{Die Distanz Erde–Sonne } (d) \text{ beträgt damit } d &= 3 \cdot 10^{11} \text{ mm/s} \cdot 480 \text{ s} \\ &= 1,44 \cdot 10^{14} \text{ mm}\end{aligned}$$

Für ein Mol Punkte reicht das noch nicht ganz: Der Streifen müsste zusätzlich *ein bisschen* breiter sein. Erforderliche Breite:

$$\begin{aligned}6,022 \cdot 10^{23} / 1,44 \cdot 10^{14} \text{ mm} &= 4,2 \cdot 10^9 \text{ mm} = 4,2 \cdot 10^6 \text{ m} = 4,2 \cdot 10^3 \text{ km} \\ &= 4200 \text{ km}\end{aligned}$$

Dieser von der Erde bis zur Sonne reichende Papierstreifen müsste also 4200 km breit sein, damit insgesamt eine Fläche von 1 mol Quadratmillimeter (für 1 mol Punkte) zur Verfügung steht.

Beispiel 2: Nehmen wir uns jetzt die Zeit vor! Würde ein gottähnliches Wesen (Ihrer Wahl) Sandkörner von hier nach dort werfen und in jeder Sekunde ein Sandkorn auf die Reise befördern, wie viel Mol Sand wären dann bewegt worden, wenn besagtes Wesen mit dem Spaß gleich nach dem Urknall angefangen hätte?

Aktuellen Befunden gemäß fand der Urknall vor etwa 13,8 Milliarden Jahren statt. Rechnen wir das in die wissenschaftliche Notation um: 1 Milliarde = 10^9 , und dann bedenken wir noch:

$$60 \text{ s} = 1 \text{ min}; 60 \text{ min} = 1 \text{ h} \text{ (Stunde)}, 1 \text{ Tag} = 24 \text{ h}, 1 \text{ Jahr} = 365 \text{ Tage.}$$

So finden wir heraus, wie viele Sekunden seit dem Urknall vergangen sind:

$$\begin{aligned} 13,8 \cdot 10^9 \text{ Jahre} \cdot 365 \text{ Tage/Jahr} \cdot 24 \text{ h/Tag} \cdot 60 \text{ min/h} \cdot 60 \text{ s/min} \\ = 435196800 \cdot 10^9 \text{ s} = 4,351\,968 \cdot 10^{17} \text{ s.} \end{aligned}$$

Vergleichen wir das mit der AVOGADRO-Zahl: $6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. Sehr (!) grob überschlagen ist $4,351 \approx 6,022$ (sie liegen ja in der gleichen Größenordnung), also vergleichen wir hier vornehmlich die Zehnerpotenzen:

$10^{17}/10^{23} = 10^{-6}$: Seit dem Urknall sind also ungefähr 10^{-6} mol Sekunden vergangen, also gerade einmal *ein Millionstel-Mol* an Sekunden.

Wenn also in jeder Sekunde ein Sandkorn seine Position wechselt, konnte seit Anbeginn der Zeit gerade einmal ein Millionstel Mol an Sandkörnern einen neuen Wohnort sein eigen nennen.

Wenn Sie jetzt noch nicht erkennen, dass »ein Mol Teilchen« wirklich *viele* Teilchen sind, dann wissen wir auch nicht weiter ...

(Das ändert aber nichts daran, dass »ein Mol« trotzdem eine genau definierte Teilchen-Anzahl beschreibt – nur eben eine sehr, sehr große.)

Rechnen mit dem Mol – und mit molaren Massen

Da wir die Atome ja nun einmal nicht einfach so zählen können, werden im Labor stattdessen *Massen* bestimmt (durch Auswiegen). Entsprechend benötigen wir einen *Umrechnungsfaktor*, der Masse und Stückzahl (und damit die Stoffmenge – in mol) miteinander verknüpft.



Wenn Sie im Baumarkt für ein wie auch immer geartetes Projekt 923 Nägel benötigen, werden Sie diese wohl kaum eines nach dem anderen abzählen (oder haben Sie zu viel Zeit?!). Stattdessen wäre es wohl sinnvoll, zunächst die Masse *eines einzelnen* Nagels auszuwiegen. Angenommen, Sie kommen dabei zu dem Ergebnis, ein einzelner Nagel wiege 2 g, ist das Problem schon fast gelöst: Jetzt müssen Sie nur noch so viele Nägel auf die Waage schütten, dass die Anzeige die Masse von »2 g/Stück × 923 Stück« = 1846 g anzeigt.

In ganz analoger Weise können wir auch bei Atomen vorgehen, wenn wir einen entsprechenden Umrechnungsfaktor für die Masse (in Gramm) und die Stoffmenge (in Mol) haben.

Besagter Umrechnungsfaktor ist die **relative Atommasse**. Diese Massen werden stets relativ zur Masse (M) des Kohlenstoff-Isotops ^{12}C angegeben, für die gilt: $M(^{12}\text{C}) = 12,000\,000$. Hier gilt:



Die Masse eines Atoms ^{12}C ist definiert als exakt 12,000 000 atomare Masseneinheiten (*atomic mass units*, a.m.u.), meist mit **u** abgekürzt.

Dabei gilt für die atomare Masseneinheit:

$1\text{ u} = 1,660\,539\,040 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$ (oder $1,660\,539\,040 \cdot 10^{-24}\text{ g}$). (Das ist eine *Definition*, keine Naturkonstante.)

Stellen wir das nach der Einheit Gramm um (Teilen durch $1,660\,539\,040 \cdot 10^{-24}$), ergibt sich:

$$1\text{ g} = 1\text{ u}/1,660\,539\,040 \cdot 10^{-24}\text{ u/g} = 6,022\,140\,858 \cdot 10^{23}$$

Und das ist nichts anderes als der Zahlenwert der AVOGADRO-Konstanten N_A .

N_A ist also der Umrechnungsfaktor von u auf g. Aus diesem Faktor lässt sich dann die **molare Masse** ableiten:

Wenn ein Teilchen (also beispielsweise ein ^{12}C -Atom) eine Masse von 12,000 u aufbringt, ergibt sich als Masse für 1 mol besagter Atome dann 12,000 g. Man sagt auch:

Das ^{12}C -Atom hat eine *molare Masse* (mit dem Formelzeichen M) von 12,000 g/mol (oder g mol^{-1}).

Dabei entspricht die relative Atommasse eines jeden Elements der Durchschnitts-Atommasse aller natürlich auftretenden Isotope des betreffenden Elements; angegeben wird sie, wie anhand des Referenz-Werts – $M(^{12}\text{C})$ – ersichtlich, ebenfalls in u.



Beispiel:

✓ $m(^{35}\text{Cl}) = 34,06885\text{ u}$ natürliche Häufigkeit: 75,771 %

✓ $m(^{37}\text{Cl}) = 36,96590\text{ u}$ natürliche Häufigkeit: 24,229 %

Die relative Atommasse von natürlich auftretendem Chlor beträgt $M(\text{Cl}) = 35,45\text{ u}$

Als **Isotope** werden Atome desselben Elements bezeichnet (sie haben also dieselbe Anzahl an Protonen im Kern), jedoch gibt es sie mit einer unterschiedlichen Anzahl von Neutronen.

Mithilfe der *molaren Massen* der einzelnen Atome (für die dann jeweils in der oben angegebenen Art und Weise die jeweiligen natürlichen Isotopen-Verhältnisse zu berücksichtigen sind) schauen wir uns nun die molare Masse einer einfachen Verbindung an:

Ethanol hat die Summenformel C_2H_6O – jedes Molekül besteht also aus zwei Kohlenstoff-Atomen (C), sechs Wasserstoff-Atomen (H) und einem Sauerstoff-Atom (O). Die relative Atommassen sind: C = 12,011 u; H = 1,00794 u; O = 15,9994 u.

Damit ergibt sich die relative molekulare Masse von Ethanol zu:

$$\begin{aligned} M(C_2H_6O) &= ((2 \cdot 12,011 \text{ u}) + (6 \cdot 1,00794 \text{ u}) + 15,9994 \text{ u}) = 46,0690 \text{ u} \\ &= 46,0690 \text{ g/mol.} \end{aligned}$$

Kennen wir nun die vorliegende Masse eines Stoffs – in der Formelschreibweise: $m(X)$ – und dazu dessen molare Masse – analog: $M(X)$ –, können wir die vorliegende Stoffmenge berechnen.



Generell gilt im Umgang mit molaren Massen: Da Sie alle – hoffentlich – jederzeit auf ein Periodensystem der Elemente zugreifen können (in Klausuren wird es meistens mit der Klausur ausgeteilt), gelten jegliche molare Massen stets als *gegeben*; wir werden sie also im weiteren Text dieses Buches einfach bei Bedarf gefühlt »vom Himmel fallen lassen«.

Arbeiten mit der Stoffmenge

Dabei verwenden wie eine der wichtigsten Formeln der (Alltags-)Chemie:



$$n = \frac{m}{M}, \text{ oft umgestellt zu } m = n \cdot M \quad \text{oder} \quad M = \frac{m}{n} \quad (1.1)$$

Die zugehörigen Formelzeichen sollten Sie sich gut einprägen:

- ✓ n = Stoffmenge (mit der Einheit mol)
- ✓ m = Masse (Einheit: g)
- ✓ M = (relative) molare Masse (Einheit: g/mol)



Bei derartigen Rechnungen sollten Sie stets eine **Dimensionsanalyse** durchführen. Keine Sorge, das Wort klingt nur kompliziert, ist aber eigentlich irgendwo zwischen »Mitdenken« und »gesundem Menschenverstand« einzuordnen: Es geht dabei nur darum, ob im Zuge einer (vielleicht auch etwas komplexeren) Rechnung das Endergebnis *die richtige Einheit* aufweisen wird.

Und wo wir gerade bei hilfreichen Tipps sind: Wann immer Sie etwas auszurechnen versuchen, sollten Sie das (meist via Taschenrechner erhaltenene) Ergebnis noch einmal auf die Plausibilität untersuchen (man nennt das eine **Plausibilitätsanalyse**). Manchmal können beim Rechnen unglaublich einfache (um nicht zu sagen: dumme) Fehler auftreten, die allerdings, wenn die Rechnung nicht noch einmal auf ihre Plausibilität hin untersucht wird, leicht unbemerkt bleiben. Nehmen wir ein so einfaches Beispiel, dass es schon wehtut:

Wenn gemäß obiger Formel ausgerechnet wurde, dass bei einem gegebenen Stoff X gemäß obiger Formel zur Masse $m_1(X)$ die Stoffmenge $n_1(X)$ gehört und dann für den gleichen Stoff und eine deutlich kleinere Masse $m_2(X)$ die Stoffmenge ebenfalls zu ermitteln ist, sollte man, wenn das Ergebnis plötzlich $n_2(X) > n_1(X)$ lautet, auf jeden Fall stutzig werden ... und unbedingt noch einmal nachrechnen.



Schauen wir uns Gleichung 1.1 ganz genau an:

Da der Quotient aus Masse m (mit der Einheit g) und der molaren Masse M (mit der Einheit g/mol) der Stoffmenge entspricht, muss der Stoffmenge die Einheit »Gramm durch Gramm pro Mol« zukommen. Will man angeben, dass es um die »Einheit einer (Mess-)Größe als solches« geht, kommen gerne eckige Klammern ins Spiel, also:

$$[n] = \frac{g}{g/mol} = mol$$

Die beiden »Gramm« kürzen sich weg, das »mol« steht im Nenner eines Nenners, wird also zum Zähler. Zurück bleibt die Einheit mol – und das ist auch gut so, denn schließlich suchen wir eine Stoffmenge, und die *muss* diese Einheit aufweisen.

Entsprechend können wir, wenn wir die vorliegende Stoffmenge (n) und die molare Masse des betreffenden Stoffs (M) kennen, auch ausrechnen, welche Masse dieses Stoffs vorliegt: $m = n \cdot M$ (eine der oben angegebenen Umstellungen).

Einheit der Stoffmenge = mol; Einheit der molaren Masse M = g/mol (oder $g \cdot mol^{-1}$); bei der Multiplikation kürzen sich das alleinstehende

mol und das mol im Nenner (oder eben: mol und mol^{-1}) weg, sodass wir bei der »End-Einheit« g landen – was genau zu einer Masse m passt. Die Dimensionsanalyse war erfolgreich.



Früher oder später werden Sie beim chemischen Rechnen mehrere derartiger Formeln miteinander *verknüpfen* (wir fangen gleich im nächsten Abschnitt damit an!), und dabei kann man durcheinanderkommen. Bevor Sie also konkrete Zahlenwerte in Ihre Formeln einsetzen und den Taschenrechner bemühen, sollten Sie also – eben über eine *Dimensionsanalyse* – überprüfen, ob dem Zahlenwert, den Sie früher oder später erhalten, überhaupt die richtige Einheit zukommt: Wenn nicht, lohnt es sich gar nicht erst, den Taschenrechner anzuwerfen.

Wollen Sie etwa eine Masse bestimmen, und nach einer etwas misslungenen Umstellung von Gleichung 1.1 kommen Sie auf die Einheit mol^2/g (weil Sie fälschlicherweise n und M nicht miteinander *multipliziert*, sondern durcheinander geteilt haben), dann wissen Sie ganz genau, dass da irgendetwas nicht stimmt ...

Konzentration & Co. im Labor-Alltag

Natürlich bekommen Sie es in der Chemie gelegentlich mit Reinstoffen zu tun, also mit Substanzen, die keinerlei Verunreinigungen enthalten oder lösemittelfrei vorliegen. Sehr häufig jedoch sind Lösungen (ob das Lösemittel nun Wasser ist oder nicht, ist dabei zunächst unerheblich) oder andere Stoffgemische im Spiel. Dann ist es natürlich auch notwendig, den jeweiligen *Gehalt* des uns interessierenden Stoffs entsprechend anzugeben.

Stoffmenge und Stoffmengenkonzentration

Wenn es um Lösungen geht, taucht im Chemie-Alltag früher oder später fast immer eine Gleichung auf, die Ihnen beim chemischen Rechnen immer und immer wieder begegnen wird (und die beinahe ebenso wichtig ist wie Gleichung 1.1):

$$c = \frac{n}{V} \quad \text{und die zugehörige Umstellung} \quad n = c \cdot V \quad (1.2)$$



Auch hier sollten Ihnen die zugehörigen Formelzeichen in Fleisch und Blut übergehen:

- ✓ c = Konzentration der Lösung (mit der Einheit: mol/L, deswegen sollten Sie *eigentlich* immer von der *Stoffmengenkonzentration* sprechen (was im Laboralltag/Laborjargon leider häufig unterbleibt ...); wir gehen darauf in Kapitel 2 noch einmal ein)

- ✓ $n = \text{Stoffmenge}$ (Einheit: mol; die kennen Sie schon aus Gleichung 1.1)

- ✓ $V = \text{Volumen der Lösung}$ (Einheit: L)

Natürlich wird im Labor nicht immer gleich im Liter-Maßstab gearbeitet, entsprechend können Volumina auch gerne in mL angegeben werden (dafür haben wir ja die schönen SI-Präfixe). Und wenn es um (groß-)technische Chemie geht, dürfen Sie auch gerne in Kubikmetern arbeiten ($1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$).

Die Stoffmengenkonzentration (c) wird – vor allem im Laborjargon – gerne als **Molarität** bezeichnet: Eine Lösung des Stoffs X mit $c(X) = 1 \text{ mol/L}$ kann daher auch als »1-molar« beschrieben werden.

Die Molarität besitzt sogar eine (nicht offizielle, aber sehr beliebte) eigene Einheit: M. Dabei gilt: $1 \text{ M} = 1 \text{ mol/L}$, die oben erwähnte 1-molare Lösung ließe sich also auch durch $c(X) = 1 \text{ M}$ beschreiben. Wie erwähnt: *Offiziell* ist das nicht – aber *sehr* gebräuchlich.



Hier stellt sich gerne ein »Jetzt-bin-ich-durcheinander«-Problem, weil der Buchstabe M im allgemeinen Zusammenhang von Konzentrationen, Stoffmengen und molaren Massen *doppelt* verwendet wird. Bitte verwechseln Sie nicht:

- ✓ $M = \text{das Formelzeichen für die molare Masse}$
- ✓ $M = \text{die Einheit für die Molarität (als Kurzschreibweise für mol L}^{-1}\text{)}$

Formelzeichen und Einheitenzeichen sind nicht das Gleiche!



Für die oben angegebene Umstellung gilt wieder: Sicherheitshalber immer eine *Dimensionsanalyse* vornehmen! Bei der Multiplikation der Konzentration (mit der Einheit mol/L) und dem Volumen (angegeben in L) ergibt sich natürlich erwartungsgemäß die Einheit der Stoffmenge, also: mol.

$c_A, c(A)$ oder $[A]?$

Die Konzentration einer Komponente / eines Stoffs A oder B können Sie angeben als:

c_A, c_B oder $c(A), c(B)$ oder auch als $[A], [B]$

Alle drei Schreibweisen finden Sie in Büchern, und alle sind in gewisser Weise richtig. An sich können Sie also nehmen, was Ihnen besser gefällt. Manchmal ist eine Darstellung ja auch wirklich übersichtlicher als die anderen (oder einfach zeit- oder platzsparender). Sie müssen sich also *an sich* nicht festlegen und dürfen prinzipiell gerne mal die eine, mal die andere Angabe verwenden. (Vorzugsweise sollten Sie sich allerdings *innerhalb* einer Gleichung für *eine* entscheiden.)

Streng genommen jedoch sind die drei Schreibweisen allerdings dann *doch nicht ganz synonym*: c_A , c_B , $c(A)$ und $c(B)$ beschreiben *beliebige Konzentrationen* (und sind damit tatsächlich Sinn-identisch), während die Angabe mit eckigen Klammern, also $[A]$, $[B]$, *eigentlich ausschließlich* für Konzentrationen zu verwenden ist, die *innerhalb eines chemischen Gleichgewichts* vorliegen. Aber zum chemischen Gleichgewicht kommen wir erst in Kapitel 5, und meistens (auch in vielen Lehrbüchern) werden *eben doch* alle drei Schreibweisen als gleichwertig angesehen. Um Ihre Verwirrung nicht zu maximieren, haben wir uns dafür entschieden, die eckigen Klammern nur dann zu verwenden, wenn wirklich *Gleichgewichtskonzentrationen* gemeint sind.

Umgang mit Stoffmenge, Stoffmengenkonzentration und molarer Masse

Gleichung 1.1 und Gleichung 1.2 lassen sich trefflich kombinieren.

$$c = \frac{n}{V} = \frac{m/M}{V} = \frac{m}{M \cdot V} \quad \text{und somit} \quad c \cdot V \cdot M = m \quad (1.3)$$

(Analog kann natürlich auch nach V oder nach M umgestellt werden.)

Mit der Kombination dieser beiden Formeln lässt sich beispielsweise bei bekannter *molarer Masse* (M) die in einer Lösung vorliegende, tatsächliche *Masse* des betreffenden Stoffs ermitteln, wenn sowohl die Konzentration (c) als auch das Volumen der Lösung (V) bekannt sind.



Auch hier empfiehlt sich – zumindest, solange derlei Überlegungen noch nicht zur Selbstverständlichkeit geworden ist – jeweils eine *Dimensionsanalyse*.

Nehmen wir uns dafür die rechte Variante von Gleichung 1.3 vor: $\text{mol/L} \cdot \text{L} \cdot \text{g/mol} = \text{g}$. Genau diese Einheit brauchen wir für eine Masse auch.

Die Formelschreibweise

Wann immer Sie es mit einem Stoffgemisch zu tun haben – und schon jegliche Lösung *ist* ein Stoffgemisch, schließlich liegt hier *ein* Stoff in *einem anderen* Stoff gelöst vor! –, ist es unerlässlich, ganz genau zu notieren, was Sie über welchen der beteiligten Stoffe gerade wissen (aus einer (Klausur-)Aufgabenstellung oder auch dank eines Tabellenwerks wie dem Periodensystem, dem sich beispielsweise molare Massen entnehmen lassen). Dabei sollten Sie sich idealerweise der **Formelschreibweise** bedienen, bei der dann nicht nur die Formelzeichen angegeben werden (wie Sie sie schon aus den Gleichungen 1.1 bis 1.3 kennen), sondern (in Klammern) auch noch, um welchen konkreten Stoff es sich jeweils handelt.

Bei jeglichem chemischen Rechnen sollten Sie also keineswegs irgendwelche Zahlen miteinander in eine Beziehung setzen (so naheliegend diese Beziehung auch sein mag!), sondern zunächst einmal jegliche Angaben eindeutig als »dieser Zahlenwert bedeutet DasUndDas« kennzeichnen. (Das mag am Anfang unnötig erscheinen, aber Sie werden bald sehen, dass man, wenn man darauf verzichtet, schon rasch die Übersicht verlieren kann ...)

Ausführliche Beispielrechnung

In die Formelschreibweise überführt, lauten die Angaben für eine Lösung, die bei einem Gesamtvolumen von 568,3 mL genau 23,00 g Natriumchlorid (NaCl) enthält:

$$m(\text{NaCl}) = 23,00 \text{ g} \text{ und } V(\text{Lsg.}) = 568,3 \text{ mL}$$

$$\begin{aligned} \text{Mit } M(\text{NaCl}) &= M(\text{Na}) + M(\text{Cl}) \\ &= 22,9898 \text{ g/mol} + 35,4527 \text{ g/mol} \\ &= 58,4425 \text{ g/mol} \end{aligned}$$

ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} n(\text{NaCl}) &= m(\text{NaCl}) / M(\text{NaCl}) \\ &= 23,00 \text{ g} / 58,4425 \text{ g/mol} \\ &= 0,39355 \text{ mol.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(\text{NaCl}) &= n(\text{NaCl}) / V(\text{Lsg.}) \\ &= 0,39355 \text{ mol} / 0,5683 \text{ L} \\ &\stackrel{\text{TR}}{=} 0,6925025 \dots \text{ mol/L} \end{aligned}$$

(Die Dimensionsanalyse verrät uns: Die Einheit passt schon einmal zu einer (Stoffmengen-)Konzentrationsangabe! Jetzt sollten wir uns nur nicht verrechnet haben ...)

Anschließend gilt es, bei der Angabe des End-Ergebnisses die *signifikanten Ziffern* zu berücksichtigen: Sowohl die Masse des gelösten Stoffs – $m(\text{NaCl})$ – als auch das Gesamtvolumen der Lösung – $V(\text{Lsg.})$ – weisen *vier* signifikante Ziffern auf, also muss auch die Angabe der (Stoffmengen-) Konzentration mit vier signifikanten Ziffern erfolgen: Aus dem Taschenrechner-Ergebnis = 0,6925025... mol/L wird also:

$$c(\text{NaCl}) = 0,6925 \text{ mol/L}$$



Bitte denken Sie daran, dass die bei den vorangegangenen »Zwischenrechnungen« entstandenen »Zwischenergebnisse« *noch nicht* zu runden sind, sonst führen wir unnötige Rundungsfehler ein. Gerundet wird erst ganz am Ende!

Natürlich können Sie auf derlei Zwischenergebnisse auch verzichten. Gemäß Gleichung 1.3 lässt sich die Konzentration der betreffenden Lösung auch in *einem* Schritt ermitteln:

$$\begin{aligned} c(\text{NaCl}) &= m(\text{NaCl}) / (M(\text{NaCl}) \cdot V(\text{Lsg.})) \\ &= 23,00 \text{ g} / (58,4425 \text{ g/mol}) \cdot (0,5683 \text{ L}) \\ &\stackrel{\text{TR}}{=} 0,6925025 \dots \text{ mol/L} \\ &= 0,6925 \text{ mol/L.} \end{aligned}$$

Damit müssen Sie rechnen

Selbstverständlich kann (und will!) Ziel dieses Buches nicht sein, Ihnen die Mathematik in all ihrer Pracht (und Schönheit) nahezubringen. In diesem abschließenden Abschnitt des ersten Kapitels soll lediglich noch einmal kurz (!) wiederholt werden, welche grundlegenden (!) mathematischen Operationen für das »normale Alltags-Chemierechnen« schlichtweg unerlässlich sind. Wir wünschen Ihnen möglichst viele *Déjà-vu*-Erlebnisse.

Die allerallerwichtigste Rechentechnik, die Ihnen in diesem Buch wirklich *oft* begegnen wird, ist der

Dreisatz

Natürlich haben Sie ihn schon unzählige Male in Ihrem Leben angewendet – und wenn Sie zu den Menschen gehören, die auch das Vorwort eines Buches lesen, kennen Sie ihn erst recht:

Eine Dreisatzrechnung ist nichts anderes als eine *Verhältnisrechnung*: Zwei Größen stehen miteinander in einem bestimmten Verhältnis. Eine davon hat sich geändert, und Sie wollen die zugehörige dazu ausrechnen, wobei sich das Verhältnis natürlich *nicht* ändert. Sie betrachten also vier Größen: Drei davon kennen Sie, die vierte rechnen Sie aus, und die nennen Sie meistens x.



Sie müssen natürlich wissen, wie sich die Größen verhalten – es gibt nur zwei Möglichkeiten:

- ✓ Entweder die Größen ändern sich *proportional* zueinander: Beide Größen werden im gleichen Verhältnis größer beziehungsweise kleiner, oder
- ✓ die Größen ändern sich *antiproportional* zueinander: Wenn die eine Größe größer wird, wird die andere kleiner und umgekehrt.



Für diejenigen, die nicht mehr genau wissen, wie das funktioniert, hier noch einmal der prinzipielle Ablauf:

- ✓ *Proportionale Zuordnung:*

Ihr Auto verbraucht 7,9 Liter Benzin auf 100 Kilometer. Wie viel Benzin brauchen Sie für die 655 km bis zu Ihrem Urlaubsziel?

$$100 \text{ km} \rightarrow 7,9 \text{ L}$$

$$655 \text{ km} \rightarrow x \text{ L} \quad x = \frac{655 \text{ km} \cdot 7,9 \text{ L}}{100 \text{ km}} = 51,75 \text{ L}$$

- ✓ *Antiproportionale Zuordnung:*

Sie erreichen Ihr Ziel mit Ihrem Auto in 4 h 48 min, wenn Sie eine Geschwindigkeit von 90 km/h einhalten. Wie viel Zeit können Sie einsparen, wenn Sie 120 km/h fahren?

Da Sie ja nun nicht *mehr* Zeit brauchen, wenn Sie schneller fahren, geht die Rechnung anders:

$$90 \text{ km/h} \rightarrow 4,8 \text{ h}$$

$$120 \text{ km/h} \rightarrow x \text{ h} \quad x = \frac{4,8 \text{ h} \cdot 90 \text{ km/h}}{120 \text{ km/h}} = 3,6 \text{ h}$$

Sie sparen also $1,2 \text{ h} = 1 \text{ h } 12 \text{ min}$.

Die Beispiele mögen Ihnen trivial erscheinen, aber im chemischen Rechnen spielt der Dreisatz eine *gewaltige* Rolle. Es ist sehr gut möglich, dass Sie bei dem einen oder anderen Problem viel zu kompliziert denken: Oft lässt es sich durch die simple Anwendung des Dreisatzes lösen. (Sie werden ihn gleich in Kapitel 2 anwenden, dass es eine wahre Freude ist!)

Potenzen

In der Chemie geht es um das Verhalten einzelner Teilchen, die selbst unvorstellbar klein sind, dafür aber in nahezu unüberschaubar großer Stückzahl vorliegen. Zur Beschreibung und zum Rechnen mit diesen Größenordnungen ist es (wie in Kapitel 2 erwähnt wird), unerlässlich, die *wissenschaftliche Notation* (bekannt aus diesem Kapitel) zu verwenden.

Allein schon aus Gründen der Übersichtlichkeit sollte *unbedingt* mit Potenzen gearbeitet werden. Außerdem ist es so viel einfacher. Sie müssen nur ein paar Regeln beachten:

Addition und Subtraktion von Potenzen

In einem Schritt geht das nur, wenn die Exponenten *identisch* sind. In diesem Fall werden die vorangestellten Zahlen addiert. Allgemein gilt:

$$a \cdot 10^n + b \cdot 10^n = (a + b) \cdot 10^n \quad \text{Beispiel} \quad 2,3 \cdot 10^2 + 4,4 \cdot 10^2 = 6,7 \cdot 10^2$$

$$8,5 \cdot 10^{-3} - 3,1 \cdot 10^{-3} = 5,4 \cdot 10^{-3}$$

Sind die Exponenten *nicht* identisch, müssen sie zunächst auf den gleichen Exponenten *umgeformt* werden. Dabei ist es egal, welchen Exponenten Sie wählen:

$$2,3 \cdot 10^2 + 4,4 \cdot 10^3 = 2,3 \cdot 10^2 + 44 \cdot 10^2 = 46,3 \cdot 10^2$$

$$\text{oder} \quad = 0,23 \cdot 10^3 + 4,4 \cdot 10^3 = 4,63 \cdot 10^3$$

Selbstverständlich ist $46,3 \cdot 10^2 = 4,63 \cdot 10^3$. Für die Subtraktion gilt Entsprechendes.

Multiplikation und Division von Potenzen

Hier geht es sogar noch einfacher.

Bei der *Multiplikation* werden die vorangestellten Zahlen miteinander multipliziert und die *Exponenten addiert*. Das sieht dann so aus:

$$a \cdot 10^m \cdot b \cdot 10^n = a \cdot b \cdot 10^{m+n} \quad \text{Beispiel } 2,3 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^6 = (2,3 \cdot 3) \cdot 10^{4+6} \\ = 6,9 \cdot 10^{10}$$

Für die *Division* sollten Sie wissen, dass

$$10^{-x} = \frac{1}{10^x}$$

ist. Damit lässt sich der Umgang mit den Exponenten gemäß der bereits genannten Rechenregel auch für die Division anwenden: Die vorangestellten Zahlen werden dividiert, die *Exponenten* voneinander *subtrahiert*. Es gilt also:

$$\frac{a \cdot 10^m}{b \cdot 10^n} = \frac{a}{b} \cdot 10^{m-n} \quad \text{Beispiel } \frac{2,3 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^4} = \frac{2,3}{2} \cdot 10^{6-4} = 1,15 \cdot 10^2$$

Logarithmus

Mithilfe von Logarithmen lassen sich stark ansteigende Zahlenwerte übersichtlich darstellen und der rein rechnerische Umgang mit großen (oder kleinen) Zahlen vereinfachen.

Aus unerfindlichen Gründen wird der Umgang mit Logarithmen häufig als »völlig unverständlich« empfunden. Dabei ist ein Logarithmus einer beliebigen Zahl b eigentlich nichts anderes als der *Exponent* x , mit dem die *Basis* a potenziert werden muss, um eben die Zahl b zu erhalten:

wenn $a^x = b$, folgt $\log_a b = x$



Vielleicht hilft Ihnen eine Merkhilfe weiter:

Der Logarithmus fragt nach den Exponenten.

Prinzipiell kann jede beliebige Zahl > 0 als Basis dienen (die als Index rechts neben dem »log«-Zeichen angegeben wird). In der Chemie beschränken Sie sich allerdings meistens auf die Basis 10, weswegen entsprechende Logarithmen auch als *dekadische Logarithmen* bezeichnet werden. Statt \log_{10} schreiben Sie meist nur \lg .



Auf den meisten handelsüblichen Taschenrechnern ist die Taste für den dekadischen Logarithmus – fälschlicherweise – mit »log« beschriftet. Richtig wäre allerdings »lg« oder eben » \log_{10} «. Die Aussage »log« alleine ist nicht zielführend.

Dabei muss der Exponent x nicht zwangsläufig ganzzahlig sein, jede *reelle* Zahl ist ebenso gut möglich, also ist:

$$42 = 10^x, \quad \text{also ist} \quad x = \lg 42 = 1,62325$$

Der Logarithmus eines *Produkts* ($a \cdot b$) ist gleich der *Summe* der Logarithmen der Faktoren des Produkts. Wenn $a = 10^x$ und $b = 10^y$ ist, dann gilt:

$$a \cdot b = 10^x \cdot 10^y = 10^{x+y}, \quad \text{also ist} \quad \lg(a+b) = x+y = \lg a + \lg b$$

Der Logarithmus eines *Quotienten* (a/b) ist gleich der *Differenz* der Logarithmen von Dividend und Divisor:

$$\frac{a}{b} = \frac{10^x}{10^y} = 10^{x-y}, \quad \text{also ist} \quad \lg \frac{a}{b} = x-y = \lg a - \lg b$$

Der Logarithmus einer *Potenz* (a^n) ist gleich dem *Produkt* aus dem Exponenten und dem Logarithmus der Basis:

$$a^n = (10^x)^n = 10^{n \cdot x}, \quad \text{also ist} \quad \lg a^n = n \cdot x = n \lg a$$

In den Naturwissenschaften spielt die EULER'sche Zahl ($e = 2,7182818\dots$) eine besonders wichtige Rolle. Die Zahl e ist dadurch gekennzeichnet, dass e^x bei der Ableitung (siehe weiter unten) nach x wieder e^x ergibt. Die Zahl e reproduziert sich also selbst. Statt \log_e schreiben Sie meist \ln – das steht für *logarithmus naturalis*, also den natürlichen Logarithmus, weil sich viele Naturvorgänge (etwa manches Wachstum) mit entsprechenden Funktionen auf der Basis e beschreiben lassen.



✓ $e^x = 50 \quad \text{also:} \quad x = \ln 50$

Die Umrechnung vom natürlichen auf den dekadischen Logarithmus geht ganz einfach, da folgender Zusammenhang besteht:

$$\lg a = \frac{\ln a}{\ln 10}, \quad \text{also ist} \quad \ln a = \lg a \cdot \ln 10 = \lg a \cdot 2,303$$

Viele Dinge in der Natur (aber auch in ökonomischen Zusammenhängen) weisen eine logarithmische Verteilung auf, keine GAUß-Verteilung, wie häufig angenommen. Oft kommen dabei Logarithmen zur Basis e vor. Auch in vielen Anwendungen, die einen weiten Größenbereich umfassen, werden logarithmische Skalen benutzt, zum Beispiel beim pH-Wert (mit dem befassen wir uns eingehend in Kapitel 6).

pq-Formel

Gegeben sei eine Funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$ (das ist ein Polynom 2. Grades).

Wird $f(x) = 0$ gesetzt, ergibt sich daraus die quadratische Gleichung, mit der sich die Nullstellen dieser Funktion errechnen lassen. Das sind die Werte von x, bei denen $f(x) = 0$ ist, also

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Eine häufig angewandte Möglichkeit, eine solche Gleichung zu lösen, ist die pq-Formel.

Dazu wird die Gleichung zunächst in ihre *Normalform* überführt, das heißt: Vor dem x^2 -Term darf nur eine »1« stehen (die dann natürlich meist nicht ausdrücklich angegeben wird). Mit

$$p = \frac{b}{a} \text{ und } q = \frac{c}{a}$$

ergibt sich:

$$x^2 + px + q = 0.$$

Die beiden (!) resultierenden Lösungen lauten dann:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Meist ergibt nur eine der beiden Lösungen einen Sinn für das zu lösende Problem – negative Konzentrationen oder Flächen sollten Sie zumindest stutzen lassen.



Eine Anmerkung noch: Natürlich werden zumindest beim chemischen Rechnen die weitaus meisten zu logarithmierenden Zahlenwerte auch eine *Einheit* haben: Diese verschwindet, sobald der Logarithmus gezogen wurde. Immer. Kurz: *Keine Einheit übersteht das Logarithmieren.*