



EUROPA FACHBUCHREIHE
für Farbtechnik und Raumgestaltung

Formeln und Tabellen

für Raumausstatter, Polster- und Dekorationsnäher

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 46178

Autor:

Michael Wild, Studiendirektor, Obergriesbach

Das vorliegende Buch wurde auf Grundlage der aktuellen amtlichen Rechtschreibregeln erstellt.

2. Auflage 2018

Druck 5 4 3 2

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da bis zur Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert.

ISBN 978-3-8085-4615-4

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2018 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Umschlaggestaltung: Andreas Sonnhüter, 40625 Düsseldorf

Satz: Typework Layoutsatz & Grafik GmbH, 86167 Augsburg

Druck: Dardedze hologrāfija SIA, Rencēnu iela 10A, 1073 Rīga (LV)

Vorwort

Die Formelsammlung für Raumausstatter und Polster- und Dekorationsnäher enthält alle Formeln und Tabellen, mit denen der überwiegende Teil der mathematischen Probleme in diesen Berufen gelöst werden kann. Die Formelsammlung ist sachlogisch nach Themen unterteilt.

Die Auswahl der Formeln und Tabellen orientiert sich in erster Linie an den Anforderungen der Berufsausbildung und der Vorbereitung zur Meisterprüfung. Sie sollen aber auch Gesellen und Meistern in der Berufspraxis eine Hilfe sein. Für die Auswahl und Zusammenstellung der Formeln und Tabellen wurden die gültigen Rahmenlehrpläne der einzelnen Bundesländer zugrunde gelegt. Die einschlägigen Normen wurden berücksichtigt.

Darüber hinaus kann die Formelsammlung aufgrund vergleichbarer Inhalte auch bei Polsterern, Fahrzeugpolsterern, Sattlern und Bodenlegern eingesetzt werden.

Um die Verwendung in Prüfungen zu ermöglichen, wurde bewusst auf Anwendungsbeispiele zu den Formeln verzichtet.

Sommer 2018 Michael Wild

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--------------------------|---|
| Tabellenverzeichnis..... | 8 |
|--------------------------|---|

Allgemeine und Technische Mathematik

Mathematische Grundlagen

| | |
|--------------------------------------|----|
| Größen und Einheiten | 9 |
| Zeichen und Symbole | 10 |
| Griechisches Alphabet | 10 |
| Vorsätze vor Einheiten | 11 |
| Römisches Zahlensystem | 11 |
| Primzahlen | 11 |
| Grundrechenarten | 12 |
| Rechengesetze | 12 |
| Brüche | 13 |
| Potenzen | 14 |
| Wurzel | 14 |
| Dreisatz | 15 |
| Prozentrechnen | 16 |
| Prozentrechnen mit Faktoren | 17 |
| Zins und Zinseszins | 17 |
| Gleichungszeichen | 18 |
| Gleichungen | 18 |
| Gleichungen mit einer Unbekannten .. | 18 |
| Gleichungen mit zwei Unbekannten .. | 19 |
| Quadratische Gleichungen | 19 |
| Binomische Formeln | 19 |
| Proportionen | 20 |
| Kettenproportionen | 20 |
| Fortlaufende Proportionen | 20 |
| Mischungsrechnen | 21 |
| Mittelwert | 22 |

Winkel-, Längen-, Flächen- und Körperberechnung

| | |
|-------------------------------------|----|
| Winkel und Winkelbezeichnung | 22 |
| Umrechnung von Winkleinheiten | 23 |
| Winkel an Geraden | 23 |
| Umrechnung von Längeneinheiten ... | 24 |
| Umrechnung von Flächeneinheiten ... | 24 |
| Umrechnung von Körpereinheiten | 24 |
| Längenberechnung | 25 |

| | |
|--|----|
| Maßstäbe | 25 |
| Steigung, Neigung und Gefälle | 25 |
| Längenteilung | 26 |
| Goldener Schnitt | 28 |
| Fortlaufende Streckenteilung nach dem Goldenen Schnitt | 28 |
| Fibonacci-Zahlenfolge | 28 |
| Strahlensätze (Vierstreckensätze) | 29 |
| Ähnlichkeitssätze für Dreiecke | 29 |
| Transversale im Dreieck | 30 |
| Winkelhalbierende und Inkreis | 30 |
| Mittelsenkrechte und Umkreis | 30 |
| Seitenhalbierende und Schwerpunkt | 30 |
| Höhen | 30 |
| Rechteck | 31 |
| Quadrat | 31 |
| Parallelogramm (Rhomboid) | 31 |
| Raute (Rhombus) | 32 |
| Trapez | 32 |
| Drachenviereck (Deltoid) | 32 |
| Dreieck | 33 |
| Satz des Pythagoras (Hypothenusensatz) | 33 |
| Kathetensatz | 34 |
| Höhensatz | 34 |
| Thaleskreis | 34 |
| Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck (Trigonometrie) | 35 |
| Seitenlängen und Winkel im rechtwinkligen Dreieck | 35 |
| Trigonometrische Funktionen | 36 |
| Flächeninhalt im rechtwinkligen Dreieck | 37 |
| Sinussatz | 37 |
| Kosinussatz | 38 |
| Unregelmäßiges Vieleck | 38 |
| Regelmäßige Vielecke | 39 |
| Kreis | 40 |
| Halbkreis | 40 |
| Viertelkreis | 40 |
| Kreisausschnitt (Sektor) | 41 |

| | |
|--------------------------------|----|
| Kreisabschnitt (Segment) | 41 |
| Kreisring | 41 |
| Kreisringausschnitt | 42 |
| Ellipse | 42 |
| Ellipsenring | 42 |
| Oval aus n Kreisen | 43 |
| Ei | 43 |
| Zusammengesetzte Fläche | 43 |
| Prismatische Körper | 44 |
| Quader | 44 |
| Würfel | 45 |
| Dreikantprisma | 45 |
| Trapezprisma | 45 |
| Zylinder | 46 |
| Hohlzylinder | 46 |
| Spitze Körper | 47 |
| Pyramide | 47 |
| Kegel | 48 |
| Keil | 48 |
| Stumpfe Körper | 49 |
| Pyramidenstumpf | 49 |
| Kegelstumpf | 50 |
| Keilstumpf (Obelisk) | 50 |
| Kugel | 50 |

Konstruktive Geometrie

| | |
|--|----|
| Senkrechte konstruieren | 51 |
| Parallele zu einer Geraden | 52 |
| Strecken (ein)teilen | 52 |
| Strecken (ein)teilen im Goldenen Schnitt | 53 |
| Fortlaufende Streckenteilung | 53 |
| Teilung nach Verhältnissen | 53 |
| Winkel konstruieren | 54 |
| Dreiecke konstruieren | 55 |
| Regelmäßige Vielecke konstruieren .. | 57 |
| Kreise konstruieren | 60 |
| Tangenten an Kreise | 60 |
| Kreisanschlüsse | 61 |
| Ellipse | 62 |
| Ei | 63 |
| Oval aus drei Kreisen | 63 |
| Spirale | 63 |

Diagramme

| | |
|----------------------------|----|
| Säulendiagramm | 64 |
| Gestapeltes Diagramm | 64 |
| Kreisdiagramm | 64 |

Werkstoffabhängige Berechnungen

| | |
|--------------------------------------|----|
| Masse und Dichte | 65 |
| Umrechnung von Masse-Einheiten | 65 |
| Umrechnung von Dichte-Einheiten..... | 65 |
| Gewichtskraft | 66 |
| Verschnitt | 66 |
| Brutto, Netto, Tara | 66 |

Berechnung bei Textilien

Garn- und Feinheitsbezeichnungen

| | |
|----------------------------|----|
| Gewichtsnummerierung | 67 |
| Längennummerierung | 67 |
| Zwirnbezeichnung | 67 |

Textile Flächen

| | |
|--------------------|----|
| Stofflänge | 68 |
| Stoffbreite | 68 |
| Stoffgewicht | 68 |

Berechnung bei Polsterarbeiten

| | |
|--|----|
| Funktionsmaße von Polstermöbeln ... | 69 |
| Gurtbedarf | 69 |
| Gurteinteilung | 70 |
| Schnürhöhe der Taillenfeder | 71 |
| Taillenfedern | 71 |
| Raumgewicht | 72 |
| Umrechnungen bei Raumgewicht-Einheiten | 72 |
| Schaumstoffzuschnitt | 72 |
| Stoffgröße und Nahtzugabe | 73 |
| Bezugsstoffzuschnitt | 73 |
| Lederzuschnitt | 73 |
| Gerades Polster | 74 |
| Sitzkeil | 75 |
| Rückenpolster | 76 |
| Nackenrolle | 77 |
| Heftungen | 77 |

Berechnung bei Dekorationsarbeiten

| | |
|---|----|
| Länge von Vorhangschienen, -stangen und Drahtseilgarnituren | 78 |
| Länge von Vitragenstangen | 78 |
| Faltenbänder | 78 |
| Obere Abschlüsse | 79 |
| Untere Abschlüsse | 80 |
| Seitliche Abschlüsse | 80 |
| Scheibenhänger | 81 |
| Scheibenspanner | 81 |
| Stores | 82 |
| Dekoschal | 83 |
| Vorhang | 83 |
| Raffgardine | 85 |
| Wolkenstores | 86 |
| Flächenvorhang | 87 |
| Faltrollo | 87 |
| Raffrollo | 87 |

Berechnung bei Wand- und Deckenbekleidungsarbeiten

Tapezieren

| | |
|---|----|
| Wandfläche | 88 |
| Wandumfang | 88 |
| Tapetenbedarf nach der Nutzfläche | 88 |
| Tapetenbedarf Bahnenmethode | 89 |
| Rollenmaße | 89 |
| Tapetenbedarf Tabellenmethode | 90 |
| Bedarf an Kleister | 90 |
| Verschnitt | 90 |

Wandbespannung

| | |
|----------------------|----|
| Leistenbedarf | 91 |
| Vliesunterlage | 92 |
| Stoffbedarf | 92 |

Deckenbespannung

| | |
|---------------------|----|
| Leistenbedarf | 93 |
| Stoffbedarf | 93 |

Wandbelag

| | |
|---------------------------|----|
| Wandbelag | 94 |
| Bedarf an Klebstoff | 94 |
| Verschnitt | 95 |
| Rollenmaße | 95 |
| Abschlüsse | 95 |

Berechnung bei Bodenlegearbeiten

Verlegung

| | |
|---|----|
| Fußbodenfläche | 96 |
| Fußbodenumfang | 96 |
| Vorstrichmittel, Kleber und Fixierung | 96 |
| Spachtel-, Ausgleichs- und Nivelliermasse | 97 |
| Doppelseitiges Klebeband | 97 |
| Klebegitter, Klebevlies | 97 |
| Dämmunterlage | 97 |

Bodenbeläge

| | |
|---------------------------------------|----|
| Teppichbodenlänge aus der Rolle | 97 |
| Bahnenlänge und -breite | 98 |
| Bodenbelag | 98 |
| Verschnitt | 99 |
| Schweißschnur, Schmelzschnur | 99 |
| Sockelleisten | 99 |
| Parkett- und Laminat-Elemente | 99 |

Bodenverspannungen

| | |
|-----------------------------|-----|
| Nagelleistenverbrauch | 100 |
| Vliesunterlage | 100 |
| Bodenbelag | 100 |

Fliesenbedarf

| | |
|-------------------------|-----|
| Parallelverlegung | 101 |
| Schrägverlegung | 102 |

Treppen

| | |
|-----------------------------|-----|
| Treppe mit Setzstufe | 103 |
| Treppe ohne Setzstufe | 103 |
| Treppenstangen | 103 |

Lohnberechnung und Kalkulation

Lohnberechnungen

| | |
|----------------------|-----|
| Lohnarten | 104 |
| Zeitlohn | 104 |
| Zeitakkordlohn | 104 |
| Geldakkordlohn | 104 |
| Prämienlohn | 104 |
| Zeitgrad | 104 |
| Lohnzuschläge | 105 |
| Nettolohn | 105 |

Kostenrechnen und Kalkulationen

| | |
|------------------------------------|-----|
| Allgemeiner Gemeinkostensatz | 105 |
| Fertigungslohn-Gemeinkosten | 105 |
| Kalkulation | 106 |
| Nettowerkstoffspreis | 107 |
| Werkstofffaktor | 107 |
| Werkstoffpreisberechnung | 107 |
| Nettolohnpreis | 107 |
| Lohnfaktor | 107 |
| Nettoverkaufspreis | 107 |
| Rechnungspreis | 107 |

Abschreibung

| | |
|-------------------------------|-----|
| Lineare Abschreibung | 108 |
| Degressive Abschreibung | 108 |
| Verzinsung | 108 |

| | |
|----------------------------------|-----|
| Sachwortverzeichnis | 110 |
|----------------------------------|-----|

Tabellenverzeichnis

| | |
|---|-----|
| Größen und Einheiten | 9 |
| Zeichen und Symbole | 10 |
| Griechisches Alphabet | 10 |
| Vorsätze vor Einheiten | 11 |
| Römisches Zahlensystem | 11 |
| Primzahlen | 11 |
| Bequeme Prozentsätze | 17 |
| Umrechnung von Winkleinheiten | 23 |
| Umrechnung von Längeneinheiten | 24 |
| Umrechnung von Flächeneinheiten | 24 |
| Umrechnung von Körpereinheiten | 24 |
| Fibonacci-Zahlenfolge | 28 |
| Trigonometrische Funktionen | 36 |
| Regelmäßige Vielecke | 39 |
| Umrechnung von Masse-Einheiten | 65 |
| Umrechnung von Dichte-Einheiten. | 65 |
| Tailenfedern | 71 |
| Umrechnung von Raumgewicht-Einheiten | 72 |
| Tapeten Rollenmaße | 89 |
| Tapetenbedarf mit Tabelle | 90 |
| Kleister | 90 |
| Wandbelag Rollenmaße | 95 |
| Nagelleisten | 100 |

Allgemeine und Technische Mathematik

Mathematische Grundlagen

Größen und Einheiten

| Formelzeichen | Größe | Basiseinheit + SI-Einheit | Einheitenzeichen | Weitere Einheiten |
|-------------------------|--------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|---|
| l | Länge | Meter | m | dm, cm, mm |
| b | Breite | | | |
| h | Höhe | | | |
| d | Durchmesser | | | |
| e | Diagonale | | | |
| r | Radius | | | |
| s | Sehnenlänge | | | |
| U | Umfang | | | |
| A | Fläche (area) | Quadratmeter | m^2 | $\text{dm}^2, \text{cm}^2, \text{mm}^2$ |
| M | Mantelfläche | | | |
| O | Oberfläche | | | |
| V | Volumen | Kubikmeter | m^3 | $\text{dm}^3, \text{cm}^3, \text{mm}^3$ |
| V | Liter | Liter | l | |
| α, β, γ | Winkel | Grad | ° | |
| t | Zeit | Sekunde | s | min, d (Tag), a (Jahr) |
| m | Masse | Kilogramm | kg | g, t (Tonne) |
| ρ | Dichte (rho) | Kilogramm pro Kubikmeter | $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ | $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}, \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ |
| F | Kraft (force) | Newton | N | kN, dN |
| F_G | Gewichtskraft | Newton | N | |
| p | Druck (pressure) | Pascal bar | Pa bar | |
| T | Thermodynamische Temperatur | Kelvin | K | |
| θ | Celsius-Temperatur | Grad Celsius | °C | |

Zeichen und Symbole

| Zeichen | Bedeutung |
|---------|---------------------|
| + | plus, addiert |
| − | minus, subtrahiert |
| · | mal, multipliziert |
| : | geteilt, dividiert |
| ± | plus-minus |
| — | Bruchstrich |
| / | Bruchstrich |
| = | ist gleich |
| ≠ | ist nicht gleich |
| ≈ | ist ungefähr |
| △ | entspricht |
| < | kleiner als |
| ≤ | kleiner oder gleich |
| > | größer als |
| ≥ | größer oder gleich |
| ... | und so weiter |
| Σ | Summe |

| Zeichen | Bedeutung |
|----------------|------------------------|
| () | runde Klammer |
| [] | eckige Klammer |
| { } | geschweifte Klammer |
| √ | Wurzel aus |
| % | Prozent |
| ‰ | Promille |
| Δ | Differenz |
| ⊥ | rechtwinklig zu |
| ∥ | parallel zu |
| ∠ | Winkel |
| ° | Grad |
| x ² | x hoch zwei, x quadrat |
| x ³ | x hoch drei |
| π | Pi, π = 3,14159... |
| ⇒ | daraus folgt |
| € | EURO |
| ct | Cent |

Griechisches Alphabet

| Zeichen | | Name | Verwendung |
|---------|-------|---------|--------------------|
| groß | klein | | |
| A | α | Alpha | Winkelgröße |
| B | β | Beta | Winkelgröße |
| Γ | γ | Gamma | Winkelgröße |
| Δ | δ | Delta | |
| E | ε | Epsilon | |
| Z | ζ | Zeta | |
| H | | Eta | |
| | η | Eta | Wirkungsgrad |
| Θ | | Theta | Celsius-Temperatur |
| | θ | Theta | |
| I | ι | Jota | |
| K | κ | Kappa | |
| Λ | | Lambda | Wärmedurchlasszahl |
| | λ | Lambda | Wärmeleitfähigkeit |
| N | ν | Ny | |
| M | μ | My | |

| Zeichen | | Name | Verwendung |
|---------|-------|---------|---------------------|
| groß | klein | | |
| Ξ | ξ | Xi | |
| O | ο | Omikron | |
| Π | | Pi | |
| | π | Pi | Kreiszahl = 3,14... |
| P | | Rho | |
| | ρ | Rho | Dichte |
| Σ | | Sigma | Summe |
| | σ | Sigma | |
| T | τ | Tau | |
| Υ | υ | Ypsilon | |
| Φ | | Phi | |
| | φ | Phi | |
| Χ | χ | Chi | |
| Ψ | ψ | Psi | |
| Ω | | Omega | Elektr. Widerstand |
| | ω | Omega | |

Vorsätze vor Einheiten

| Art | Vorsatz | Zeichen | Potenz-schreibweise | Bedeutung | Wert |
|---------------------------|---------|---------|---------------------|----------------------|---------------|
| Vergrößernd, Vielfache | Deka | da | 10^1 | Zehnfach | 10 |
| | Hekta | h | 10^2 | Hundertfach | 100 |
| | Kilo | k | 10^3 | Tausendfach | 1000 |
| | | | 10^4 | Zehntausendfach | 10 000 |
| | | | 10^5 | Hunderttausendfach | 100 000 |
| | Mega | M | 10^6 | Millionenfach | 1 000 000 |
| | | | 10^7 | Zehnmillionenfach | 10 000 000 |
| | | | 10^8 | Hundertmillionenfach | 100 000 000 |
| | Giga | G | 10^9 | Milliardenfach | 1 000 000 000 |
| Verkleinernd, Teile | Dezi | d | 10^{-1} | Zehntel | 0,1 |
| | Zenti | c | 10^{-2} | Hundertstel | 0,01 |
| | Milli | m | 10^{-3} | Tausendstel | 0,001 |
| | | | 10^{-4} | Zehntausendstel | 0,000 1 |
| | | | 10^{-5} | Hunderttausendstel | 0,000 01 |
| | Mikro | μ | 10^{-6} | Millionstel | 0,000 001 |
| | | | 10^{-7} | Zehnmillionstel | 0,000 000 1 |
| | | | 10^{-8} | Hundertmillionstel | 0,000 000 01 |
| | Nano | n | 10^{-9} | Milliardenstel | 0,000 000 001 |

Römisches Zahlensystem

| Zahl | Wert | Zahl | Wert | Zahl | Wert |
|------|------|------|------|-------|------|
| I | 1 | VI | 6 | L | 50 |
| II | 2 | VII | 7 | C | 100 |
| III | 3 | VIII | 8 | D | 500 |
| IV | 4 | IX | 9 | M | 1000 |
| V | 5 | X | 10 | MMXIV | 2014 |

Primzahlen von 1 bis 103

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|-----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 5 | 7 | 11 | 13 |
| 17 | 19 | 23 | 29 | 31 | 37 | 41 |
| 43 | 47 | 53 | 59 | 61 | 67 | 71 |
| 73 | 79 | 83 | 89 | 97 | 101 | 103 |

Grundrechenarten

| Rechenart | Addition | Subtraktion | Multiplikation | Division |
|---------------|-----------|---------------|----------------|--------------|
| Rechenzeichen | + | − | · oder × | : oder / |
| Gebildet wird | die Summe | die Differenz | das Produkt | der Quotient |

Rechengesetze (Auswahl)

| | | |
|--|--|---|
| Rangfolgeregeln (Operatorenrangfolge) | 1. Potenzen 2. Klammern (von innen nach außen auflösen) 3. Punktrechnung 4. Strichrechnung | |
| Kommutativgesetz (Vertauschungsgesetz) | $a + b = b + a$ | $a \cdot b = b \cdot a$ |
| Assoziativgesetz (Verbindungsgesetz) | $(a + b) + c = a + (b + c)$ | $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ |
| Distributivgesetz (Verteilungsgesetz) | $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ | |
| Produkt gleich Null | $a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ | |
| Multiplikation von Summen (Jedes mit Jedem) | $(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$ $(a + b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d + b \cdot c - b \cdot d$ | |
| Gemeinsamer Faktor (Ausklammern) | $a \cdot x - b \cdot x + 4 \cdot c \cdot x = x \cdot (a - b + 4 \cdot c)$ | |
| Rechnen mit positiven und negativen Zahlen | Addition $(+a) + (+b) = a + b$ $(+a) + (-b) = a - b$ | |
| | $(-a) + (+b) = -a + b$ $(-a) + (-b) = -a - b$ | |
| | Subtraktion $(+a) - (+b) = a - b$ $(+a) - (-b) = a + b$ | |
| | $(-a) - (+b) = -a - b$ $(-a) - (-b) = -a + b$ | |
| | Multiplikation $(+a) \cdot (+b) = a \cdot b$ $(+a) \cdot (-b) = -(a \cdot b)$ | |
| | $(-a) \cdot (+b) = -(a \cdot b)$ $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$ | |
| | Division $(+a) : (+b) = a : b$ $(+a) : (-b) = -(a : b)$ | |
| | $(-a) : (+b) = -(a : b)$ $(-a) : (-b) = a : b$ | |

Brüche

Bruch $\frac{a}{b} \leftrightarrow \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$ Bruchstrich

$$\frac{a}{b} \triangleq a : b$$

| Bruchart (Kennzeichen) | Beispiel |
|--|---|
| Positiver Bruch (> 0) | $\frac{2}{3} > 0$ |
| Echter Bruch (< 1 , Zähler $<$ Nenner) | $\frac{5}{8}$ |
| Gleichnamige Brüche (gleiche Nenner) | $\frac{6}{5}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}$ |
| Scheinbruch (Nenner = 1) | $\frac{6}{1}$ |

| Bruchart (Kennzeichen) | Beispiel |
|--|---|
| Negativer Bruch (< 0) | $-\frac{3}{7} < 0$ |
| Unechter Bruch (> 1 , Zähler $>$ Nenner) | $\frac{6}{5}$ |
| Ungleichnamige Brüche (ungleiche Nenner) | $\frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{4}{9}$ |
| Gemischte Zahl (Zahl + Bruch) | $2\frac{1}{3}$ |

Addition,
Subtraktion

gleiche Nenner:

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$$

verschiedene Nenner:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm c \cdot b}{b \cdot d}$$

Multiplikation

$$x \cdot \frac{a}{b} = \frac{x \cdot a}{b}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Division

$$x : \frac{a}{b} = x \cdot \frac{b}{a} = \frac{x \cdot b}{a}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{a}{b} : x = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{x} = \frac{a}{b \cdot x}$$

$$\frac{a}{a} = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$\frac{a}{1} = a$$

Erweitern

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}$$

Kürzen

$$\frac{(a \cdot m) : m}{(b \cdot m) : m} = \frac{(a \cdot \cancel{m}) : \cancel{m}}{(b \cdot \cancel{m}) : \cancel{m}} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a \cdot x + b \cdot x}{a \cdot y + b \cdot y} = \frac{x \cdot (a + b)}{y \cdot (a + b)} = \frac{x}{y}$$

Kehrwert

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

$$a \cdot \frac{1}{a} = \frac{a}{a} = 1$$

Potenzen

| | | | |
|--------------------|-----------------------------------|--|--|
| Potenz | $a^n = b \leftrightarrow$ | Basis ^{Exponent} = Potenzwert | $a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ Faktoren}}$ |
| Gleiche Basis | $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ | | $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ |
| Gleicher Exponent | $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ | | $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ |
| Potenzieren | $(a^n)^m = a^{(n \cdot m)}$ | | |
| Negativer Exponent | $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ | | $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ |
| Vorzeichenregel | $(-a)^n = a^n$, falls n gerade | | $(-a)^n = -a^n$, falls n ungerade |
| n-te Potenz | $a^0 = 1$ | $a^1 = a$ | $a^2 = a \cdot a$ $a^3 = a \cdot a \cdot a$ |

Wurzel

| | | | |
|-----------------------------|---|--|---|
| Wurzel | $\sqrt[n]{a} = b \leftrightarrow$ | Wurzelexponent ^{Wurzelwert} $\sqrt[n]{\text{Radikant}} = \text{Wurzelwert}$ | $a > 0$ |
| Beispiele | $\sqrt[2]{16} = \sqrt{4 \cdot 4} = 4$ | | $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5 \cdot 5 \cdot 5} = 5$ |
| Quadratwurzel | $\sqrt{a} = b$ (Schreibweise ohne Wurzelexponent) | | |
| Addition, Subtraktion | $x \cdot \sqrt[n]{a} \pm y \cdot \sqrt[n]{a} = (x \pm y) \cdot \sqrt[n]{a}$ | | $\sqrt[n]{a \pm b} = \sqrt[n]{a \pm b}$ |
| Multiplikation, Division | $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ | | $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$ |
| Potenzieren | $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ | | |
| Potenzschreibweise | $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ | | |
| Potenzieren | $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ | | |

Dreisatz

Beim Aussagesatz sind zwei Größen bekannt. Beim Fragesatz ist eine Größe bekannt, die zweite Größe wird gesucht.

| | 1. Größe | 2. Größe |
|-------------|--------------|--------------------|
| Aussagesatz | bekannt = A1 | A2 = bekannt |
| Fragesatz | bekannt = F1 | F2 = ? = unbekannt |

Die Beziehung der Größen zueinander entscheidet nun, welcher Dreisatz angewendet werden kann.



Die Größen der beiden Sätze entwickeln sich in die gleiche Richtung:



oder



je größer A ... ↑
desto größer F ↑

je kleiner A ... ↓
desto kleiner F ↓

Bsp.: Je größer die Menge, desto größer der Preis.

Bsp.: Je kleiner die Arbeitszeit, desto kleiner der Lohn.



Direkter Dreisatz

1. Lösungsmöglichkeit
Berechnung über das Verhältnis:

$$\begin{array}{ccc} A1 & \rightarrow & A2 \\ F1 & \rightarrow & F2 \end{array} \Rightarrow F2 = \frac{A2 \cdot F1}{A1}$$

2. Lösungsmöglichkeit
Berechnung über Schlussrechnung:
(Schluss über die Einheit)

Aussagesatz: $A1 \triangleq A2$

Einheitssatz: $1 \triangleq A2 : A1$

Schlussatz: $F1 \triangleq A2 : A1 \cdot F1 = F2$



Die Größen der beiden Sätze entwickeln sich in entgegengesetzter Richtung:



oder



je größer A ... ↑
desto kleiner F ↓

je kleiner A ... ↓
desto größer F ↑

Bsp.: Je größer die Anzahl der Arbeiter, desto kleiner die nötige Arbeitszeit.

Bsp.: Je kleiner die Anzahl der Arbeiter, desto größer die nötige Arbeitsmenge.



Indirekter (umgekehrter) Dreisatz

1. Lösungsmöglichkeit
Berechnung über das Verhältnis:

$$\begin{array}{ccc} A1 & \rightarrow & A2 \\ F1 & \rightarrow & F2 \end{array} \Rightarrow F2 = \frac{A2 \cdot A1}{F1}$$

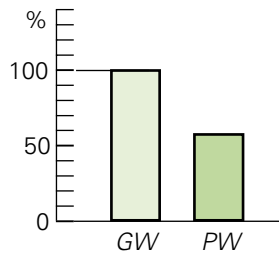
2. Lösungsmöglichkeit
Berechnung über Schlussrechnung:
(Schluss über die Einheit)

Aussagesatz: $A1 \triangleq A2$

Einheitssatz: $1 \triangleq A2 \cdot A1$

Schlussatz: $F1 \triangleq A2 \cdot A1 : F1 = F2$

Prozentrechnung mit reinem Grundwert



GW Grundwert [€; kg; m]
 PW Prozentwert [€; kg; m]
 PS Prozentsatz [%]

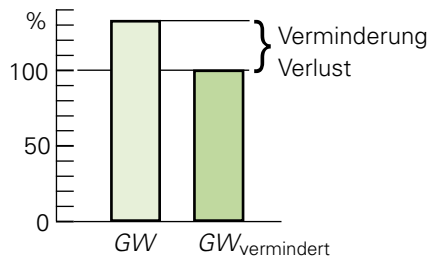
$$GW = \frac{PW \cdot 100}{PS}$$

$$PW = \frac{GW \cdot PS}{100}$$

$$PS = \frac{PW \cdot 100}{GW}$$

$$\text{Prozent \%} \triangleq \frac{1}{100}$$

Prozentrechnung mit vermindertem Grundwert



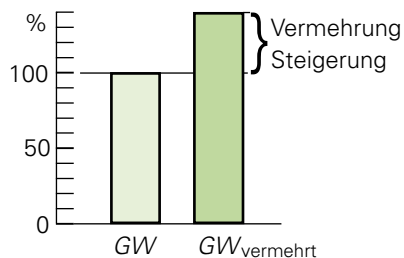
GW Grundwert [€; kg; m]
 PW Prozentwert [€; kg; m]
 PS Prozentsatz [%]

$$GW_{\text{vermindert}} = \frac{GW \cdot (100 - PS)}{100}$$

$$GW_{\text{vermindert}} = GW - PW$$

$$GW = \frac{GW_{\text{vermindert}} \cdot 100}{100 - PS}$$

Prozentrechnung mit vermehrtem Grundwert



GW Grundwert [€; kg; m]
 PW Prozentwert [€; kg; m]
 PS Prozentsatz [%]

$$GW_{\text{vermehrt}} = \frac{GW \cdot (100 + PS)}{100}$$

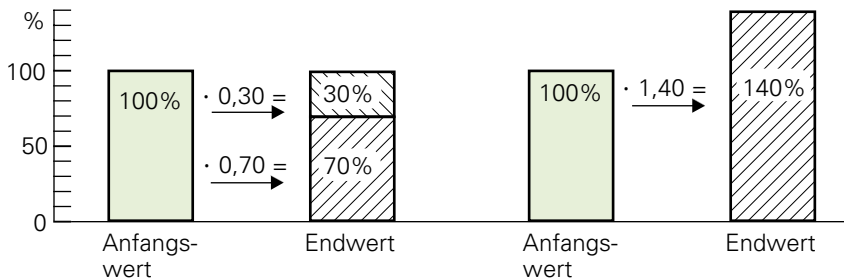
$$GW_{\text{vermehrt}} = GW + PW$$

$$GW = \frac{GW_{\text{vermehrt}} \cdot 100}{100 + PS}$$

Bequeme Prozentsätze

| | | | | | | | | | | | |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------|---------------|-------------------|---------------|-------------------|---------------|-------------------|
| 1% | 2% | 4% | 5% | 10% | 20% | 25% | $33\frac{1}{3}\%$ | 50% | $66\frac{2}{3}\%$ | 75% | 100% |
| $\frac{1}{100}$ | $\frac{1}{50}$ | $\frac{1}{25}$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{1}{1} = 1$ |

Prozentrechnung mit Faktoren

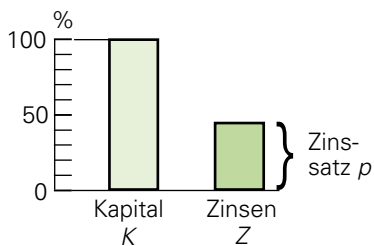


$$\text{Anfangswert} \cdot \text{Faktor} = \text{Endwert} \quad \text{Faktor} = \frac{\text{Endwert}}{\text{Anfangswert}} \quad \text{Faktor} = \frac{\text{Prozentsatz}}{100\%}$$

AW Anfangswert [€; kg; m]
EW Endwert [€; kg; m]

F Faktor
PS Prozentsatz [%]

Zins



$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100\%}$$

$$K = \frac{Z \cdot 100\%}{p \cdot t}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100\%}{K \cdot t}$$

$$t = \frac{Z \cdot 100\%}{K \cdot p}$$

Monatszinsen: $t_M = \frac{t}{12}$

Tageszinsen: $t_T = \frac{t}{360}$

Z Zinsen [€]
K Kapital [€]

p Prozentsatz [%]
t Laufzeit [a = Jahr]

Zinseszins

Die Zinsen werden dem Kapital zugerechnet und mitverzinst.

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Z Zinsen [€]
 K_n Kapital [€]

p Prozentsatz [%]
n Anzahl der Jahre

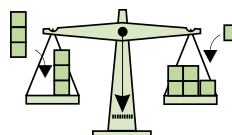
Gleichungszeichen

| = | ≠ | < | ≤ | > | ≥ |
|------------|------------------|-------------|---------------------|------------|--------------------|
| ist gleich | ist nicht gleich | kleiner als | kleiner oder gleich | größer als | größer oder gleich |

Gleichungen

Eine Gleichung verbindet zwei gleichwertige Terme durch ein Gleichheitszeichen.

Linke Seite = rechte Seite



$$3 + 3 = 5 + 1$$

Seiten können vertauscht werden.

$$\begin{aligned} a \cdot b &= c + 2 \\ c + 2 &= a \cdot b \end{aligned}$$

Auf beiden Seiten wird mit gleichem Wert addiert bzw. subtrahiert.
+ wird zu +
- wird zu +

Summengleichung

$$\begin{aligned} x + a &= b \quad | -a \\ x + a - a &= b - a \\ x &= b - a \end{aligned}$$

Differenzgleichung

$$\begin{aligned} x - a &= b \quad | +a \\ x - a + a &= b + a \\ x &= b + a \end{aligned}$$

Auf beiden Seiten wird mit gleichem Wert dividiert bzw. multipliziert.
· wird zu :
: wird zu ·

Produktgleichung

$$\begin{aligned} x \cdot a &= b \quad | :a \\ x \cdot a : a &= b : a \\ x &= b : a \end{aligned}$$

Quotientengleichung

$$\begin{aligned} x : a &= b \quad | \cdot a \\ x : a \cdot a &= b \cdot a \\ x &= b \cdot a \end{aligned}$$

Auf beiden Seiten wird mit gleichem Wert radiziert bzw. potenziert.

$$\begin{aligned} {}^n \text{ wird zu } \sqrt[n]{} \\ \sqrt[n]{} \text{ wird zu } {}^n \end{aligned}$$

Potenzgleichung

$$\begin{aligned} x^n &= a \quad | \sqrt[n]{} \\ x &= \sqrt[n]{a} \end{aligned}$$

Wurzelgleichung

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{x^m - y^m} &= z \quad | ()^n \\ x^m - y^m &= z^n \end{aligned}$$

Gleichungen mit einer Unbekannten

Eine Unbekannte wird allein auf eine Seite gestellt.

Beispiel: $a \cdot x + b = c \Rightarrow x = \frac{c - b}{a}$

Gleichungen mit zwei Unbekannten

Zur Bestimmung von zwei unbekannten Werten sind zwei Gleichungen notwendig, aus denen man eine dritte Gleichung mit nur einen Unbekannten herstellt.

Durch die Einsetzungs-, Gleichsetzungs- oder Additionsmethode wird dann die zweite Unbekannte ermittelt. Beispiel:

$$\begin{array}{lll} \text{I} & a \cdot x + b \cdot y = c & \\ & x = \frac{b \cdot f - e \cdot c}{b \cdot d - e \cdot a} & y = \frac{a \cdot f - d \cdot e}{a \cdot e - d \cdot b} \\ \text{II} & d \cdot x + e \cdot y = f & \end{array}$$

Quadratische Gleichungen

rein quadratisch: $x^2 = a^2 \Rightarrow x = \sqrt{a \cdot a} \Rightarrow x = \pm a$

gemischt-quadratisch: $x^2 + a \cdot x + b = 0 \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

Diskriminante: $D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

Anzahl der Lösungen:

$D < 0$: Keine Lösung

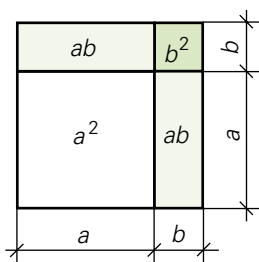
$D = 0$: Eine Lösung ($x_1 = x_2$)

$D > 0$: Zwei Lösungen

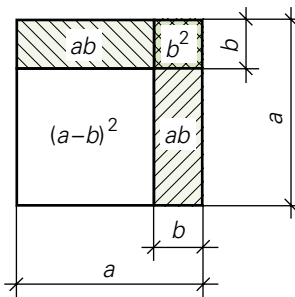
Linearfaktorenzerlegung:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

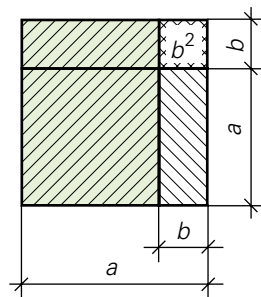
Binomische Formeln



1. Binom
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



2. Binom
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$



3. Binom
 $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Proportionen (Verhältnissgleichungen)

Zwei Verhältnisse mit gleichen Werten können gleichgesetzt und als Gleichung geschrieben werden.

$$\overbrace{a : b}^{\text{Außenglieder}} = \overbrace{c : d}^{\text{Innenglieder}}$$

(Verhältnissgleichung)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

(Bruchgleichung)

$$b \cdot c = a \cdot d$$

(Produktgleichung)

In einer Verhältnissgleichung ist das Produkt der Innenglieder gleich dem Produkt der Außenglieder

$$\text{Innenglied} \cdot \text{Innenglied} = \text{Außenglied} \cdot \text{Außenglied}$$

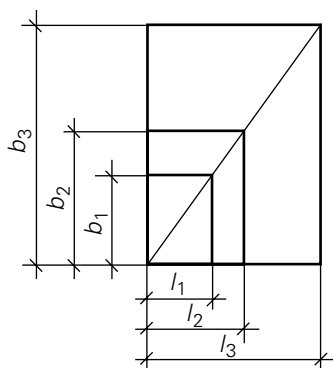
$$a = \frac{b \cdot c}{d}$$

$$b = \frac{a \cdot d}{c}$$

$$c = \frac{a \cdot d}{b}$$

$$d = \frac{b \cdot c}{a}$$

Kettenproportionen (Proportionale Verhältnisse)



$$l_1 : b_1 = l_2 : b_2 = l_3 : b_3$$

$$\underbrace{l_1 \cdot b_1}_{\cdot x} = \underbrace{l_2 \cdot b_2}_{\cdot y} = \underbrace{l_3 \cdot b_3}_{\cdot y}$$

$$x = \frac{l_2 \cdot b_2}{l_1 \cdot b_1} \quad y = \frac{l_3 \cdot b_3}{l_1 \cdot b_1}$$

l Länge [m; cm; mm]

b Breite [m; cm; mm]

x, y Faktor

Fortlaufende Proportionen

$$\underbrace{a : b = d : e \quad b : c = e : f}_{a : b : c = d : e : f}$$

⇓

$$\overbrace{a : b : c} = \overbrace{d : e : f}$$

oder

⇓

$$\overbrace{a : b : c} = \overbrace{d : e : f}$$

$$a : b = d : e \quad \text{und} \quad b : c = e : f$$

$$a : d = b : e \quad c : f = a : d \quad b : e = c : f$$