



Bibliothek des technischen Wissens

Bernd Mattheus

Falko Wieneke

Horst Herr †

# Technische Mechanik

## Formel- und Tabellensammlung

Statik • Dynamik • Festigkeitslehre

7. überarbeitete Auflage 2019

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 52212**

**Autoren:**

Bernd Mattheus  
Falko Wieneke

Dr.-Ing.  
Dipl.-Ing., Studiendirektor

Essen  
Essen

**Lektor:**

Falko Wieneke

**Autor bis zur 5. Auflage:**

Horst Herr †

VDI, Dipl.-Ing., Fachoberlehrer

Kelkheim im Taunus

**Bildbearbeitung:**

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

7. Auflage 2019

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

Diesem Buch wurden die neuesten DIN-Normen zugrunde gelegt. Es wird jedoch darauf hingewiesen, dass nur die DIN-Normen selbst verbindlich sind. Diese können in den öffentlichen DIN-Normen-Auslegestellen eingesehen oder durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

ISBN 978-3-8085-5227-8

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2019 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: rkt, 51379 Leverkusen, [www.rktypo.com](http://www.rktypo.com)

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfoto: Falko Wieneke, Vektor-Illustration: @ amgun, Fotos: © anekoho und

© 06photo – Shutterstock.com

Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

## Vorwort

Die Zusammenhänge zwischen den messbaren und berechenbaren Größen in Naturwissenschaft und Technik werden fast immer in ihrer kürzesten Ausdrucksweise, durch **Formeln**, dargestellt. Das Verständnis für den Einsatz der Formeln und die dazu gehörenden Einheiten muss für ein sicheres Arbeiten vorhanden sein, denn auch die beste Formelsammlung wird dieses Verständnis nicht alleine erwirken.

Im „**Lehr- und Aufgabenbuch Technische Mechanik**“ aus dem Verlag Europa-Lehrmittel (Europa-Nr. 5021X) werden die Zusammenhänge innerhalb der Technischen Mechanik erläutert. Über 1000 Aufgaben helfen, die Anwendung der Formeln einzuüben und ihr Verständnis zu vertiefen.

Die vorliegende Formel- und Tabellensammlung ermöglicht ein schnelles Auffinden der Berechnungsgrundlagen beim Einsatz des Lehr- und Aufgabenbuchs. Der parallele Einsatz beider Bücher ist daher sehr zu empfehlen.

Die **Formel- und Tabellensammlung Technische Mechanik** ist entsprechend dem Lehrbuch in drei Abschnitte unterteilt:

**A: Statik**

**B: Dynamik**

**C: Festigkeitslehre**

Die Hauptüberschriften A 1 bis A 32, B 1 bis B 18 sowie C 1 bis C 30 entsprechen den Überschriften im Lehr- und Aufgabenbuch. Nicht aufgeführt ist die Lektion C 31 des Lehr- und Aufgabenbuchs, da in diesem Kapitel keine Formeln vorkommen.

Auch werden in der Formel- und Tabellensammlung nur die Überschriften der Unterkapitel des Lehr- und Aufgabenbuchs übernommen, in denen Formeln oder Tabellen angewendet werden. Damit das parallele Arbeiten erleichtert wird, wurden die Nummerierungen der Überschriften aus dem Lehr- und Aufgabenbuch beibehalten. So beginnt z.B. das Kapitel A 16 im vorliegenden Buch mit dem Unterkapitel 16.2, da im Kapitel 16.1 des Lehr- und Aufgabenbuchs nur theoretische Inhalte erläutert werden.

Mit dieser Systematik erhöht sich der Gebrauchswert der Formel- und Tabellensammlung erheblich und fördert den Einsatz des Lehr- und Aufgabenbuchs Technische Mechanik.

Das Erkennen der Zusammenhänge von Formeln untereinander wird durch vielfältige Hinweise auf die jeweiligen Hauptkapitel erleichtert.

Natürlich kann die **Formel- und Tabellensammlung Technische Mechanik** auch unabhängig vom Lehr- und Aufgabenbuch verwendet werden.

Hinweise, die zur Verbesserung und Weiterentwicklung dieses Buches beitragen, nehmen wir gern unter der Verlagsadresse oder per E-Mail ([lektorat@europa-lehrmittel](mailto:lektorat@europa-lehrmittel)) entgegen.

Sommer 2019

Autoren und Verlag

## Inhalt

### Statik

<b>A1</b>	Die Verknüpfung von Physik und Technik .....	7
<b>A2</b>	Kraft und Drehmoment. ....	7
<b>A3</b>	Freiheitsgrade eines Körpers. ....	8
<b>A4</b>	Freimachen von Bauteilen .....	9
<b>A5</b>	Kräfte auf derselben Wirkungslinie .....	10
<b>A6</b>	Zusammensetzen von zwei Kräften, deren WL sich schneiden (zeichnerische Lösung) .	10
<b>A7</b>	Zerlegung einer Kraft in zwei Kräfte. ....	11
<b>A8</b>	Zusammensetzen von mehr als zwei in einem Punkt angreifenden Kräfte .....	11
<b>A9</b>	Erste Gleichgewichtsbedingung der Statik .....	12
<b>A10</b>	Bestimmung unbekannter Kräfte im zentralen Kräftesystem. ....	12
<b>A11</b>	Zeichnerische Ermittlung der Resultierenden im allgemeinen Kräftesystem .....	13
<b>A12</b>	Seileckverfahren (zwei oder mehr Einzelkräfte) .....	13
<b>A13</b>	Kräfte als Ursache einer Drehbewegung. ....	14
<b>A14</b>	Rechnerische Ermittlung der Resultierenden im allgemeinen Kräftesystem .....	15
<b>A15</b>	Bestimmung der Auflagerkräfte beim Träger auf zwei Stützen .....	15
<b>A16</b>	Bestimmung von Schwerpunkten mittels Momentensatz .....	15
<b>A17</b>	Bestimmung von Schwerpunkten mittels Seileckkonstruktion .....	17
<b>A18</b>	Gleichgewicht und Kippen. ....	18
<b>A19</b>	Regeln von Guldin. ....	18
<b>A20</b>	Statisch bestimmtes ebenes Fachwerk .....	18
<b>A21</b>	Zeichnerische Stabkraftermittlung mittels Krafteck .....	19
<b>A22</b>	Zeichnerische Stabkraftermittlung mittels Cremonaplan. ....	19
<b>A23</b>	Zeichnerische Stabkraftermittlung mittels Culmann'schem Schnittverfahren .....	20
<b>A24</b>	Rechnerische Stabkraftermittlung mittels Ritter'schem Schnittverfahren .....	20
<b>A25</b>	Die Reibungskräfte .....	20
<b>A26</b>	Reibung auf der schiefen (geneigten) Ebene .....	21
<b>A27</b>	Reibung an Geradföhrungen. ....	23
<b>A28</b>	Reibung in Gleitlagern .....	23
<b>A29</b>	Gewindereibung .....	24
<b>A30</b>	Seilreibung. ....	25
<b>A31</b>	Reibungsbremsen und Reibungskupplungen. ....	25
<b>A32</b>	Rollreibung. ....	26

## Dynamik

<b>B1</b>	Gleichförmige geradlinige Bewegung .....	27
<b>B2</b>	Ungleichförmige geradlinige Bewegung .....	27
<b>B3</b>	Zusammensetzen von Geschwindigkeiten .....	29
<b>B4</b>	Freie Bewegungsbahnen .....	29
<b>B5</b>	Trägheit der Körper .....	30
<b>B6</b>	Prinzip von d'Alembert .....	30
<b>B7</b>	Kurzzeitig wirkende Kräfte .....	31
<b>B8</b>	Arbeit und Energie .....	32
<b>B9</b>	Mechanische Leistung .....	33
<b>B10</b>	Reibungsarbeit und Wirkungsgrad, Reibleistung .....	34
<b>B11</b>	Wirkungsgrad wichtiger Maschinenelemente und Baugruppen .....	34
<b>B12</b>	Drehleistung .....	35
<b>B13</b>	Rotationskinetik .....	35
<b>B14</b>	Rotationsdynamik .....	37
<b>B15</b>	Kinetische Energie rotierender Körper .....	37
<b>B16</b>	Übersetzungsverhältnis beim Riementrieb .....	40
<b>B17</b>	Übersetzungen beim Zahntrieb .....	40
<b>B18</b>	Der Kurbeltrieb .....	41

## Festigkeitslehre

<b>C1</b>	Aufgaben der Festigkeitslehre .....	42
<b>C2</b>	Spannung und Beanspruchung .....	42
<b>C3</b>	Beanspruchung auf Zug und Druck .....	42
<b>C4</b>	Flächenpressung und Lochleibung .....	43
<b>C5</b>	Beanspruchung auf Abscherung .....	44
<b>C6</b>	Das Hookesche Gesetz für Zug und Druck .....	44
<b>C7</b>	Querkontraktion .....	45
<b>C8</b>	Belastungsgrenzen .....	45
<b>C9</b>	Wärmespannung und Formänderungsarbeit .....	47
<b>C10</b>	Verformung bei Scherung und Flächenpressung .....	47
<b>C11</b>	Auf Biegung beanspruchte Bauteile .....	48

<b>C12</b>	Die Biegespannung .....	48
<b>C13</b>	Rechnerische Ermittlung von Trägheits- und Widerstandsmomenten .....	48
<b>C14</b>	Schiefe Biegung .....	51
<b>C15</b>	Biegemomenten- und Querkraftverlauf beim Freitragler .....	52
<b>C16</b>	Biegemomenten- und Querkraftverlauf beim Träger auf zwei Stützen .....	52
<b>C17</b>	Träger gleicher Biegespannung (gleiche Biegefestigkeit) .....	53
<b>C18</b>	Verformung bei Durchbiegung .....	54
<b>C19</b>	Torsionsbeanspruchung (Verdrehspannung) .....	55
<b>C20</b>	Verformung bei Torsion .....	55
<b>C21</b>	Knickfestigkeit .....	56
<b>C22</b>	Knickspannung (elastische Knickung, Eulerknickung) .....	56
<b>C23</b>	Unelastische Knickung (Tetmajer-Knickung) .....	57
<b>C24</b>	Knickstäbe im Stahlbau .....	58
<b>C25</b>	Beanspruchung auf Biegung und Zug oder Druck .....	58
<b>C26</b>	Beanspruchung auf Zug und Schub, Druck und Schub, Biegung und Schub .....	59
<b>C27</b>	Beanspruchung auf Biegung und Torsion .....	59
<b>C28</b>	Dauerstandfestigkeit, Schwellfestigkeit, Wechselfestigkeit .....	59
<b>C29</b>	Ermittlung der Dauerfestigkeit .....	60
<b>C30</b>	Gestaltfestigkeit .....	61

## Tabellenanhang

<b>T1</b>	Ausgewählte Gewindetabellen .....	63
<b>T2</b>	Thermische Längenausdehnungskoeffizienten (Wärmedehnzahlen) .....	65
<b>T3</b>	Ausgewählte Formstahltabellen .....	66

## Sachwortverzeichnis

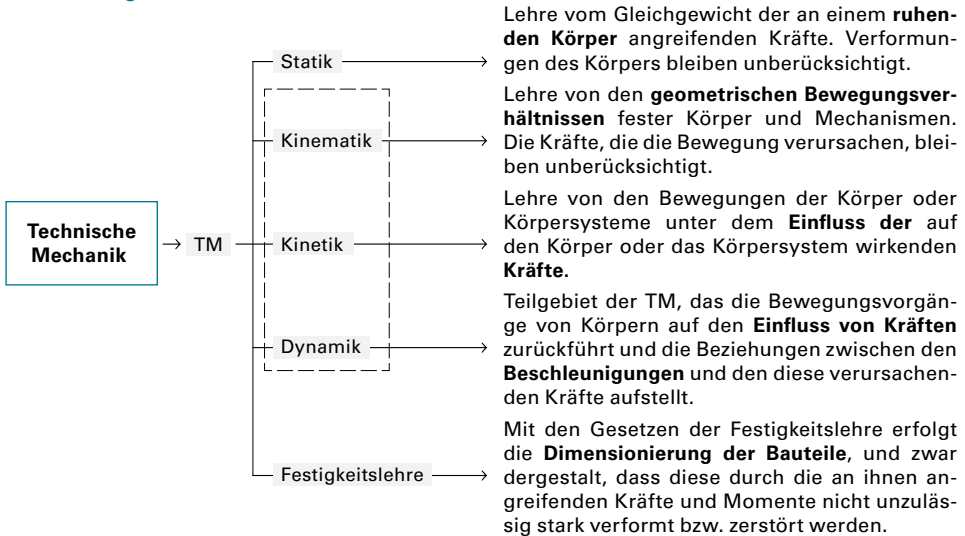
## A1 Die Verknüpfung von Physik und Technik

### 1.1 Bedeutung der klassischen Physik für die Mechanik → A5 C1

### 1.2 Bedeutung der „Mechanik der festen Körper“ für technische Problemlösungen

Die **Technische Mechanik**, (kurz **TM**) ist ein spezielles Teilgebiet der **Technischen Physik**. Sie ermöglicht es, mit den von ihr bereitgestellten Regeln und Gesetzen verbindliche Aussagen über die **erforderlichen Abmessungen**, d. h. der Dimensionen von Bauteilen und Bauwerksteilen sowie der **Bewegungsabläufe** von und in Maschinen, Apparaten und technischen Anlagen zu machen.

#### 1.2.1 Teilgebiete der technischen Mechanik



#### Ingenieurwissenschaftliche (technische) Gliederung



### 1.3 Lösungsmethoden der Statik

**Rechnerische** (analytische) Verfahren } Ermittlung der **Stützkräfte**, die den Körper zusammen mit den Belastungskräften im Gleichgewicht halten  
**Zeichnerische** (grafische) Verfahren }

## A2 Kraft und Drehmoment

→ A5 ... A14 A18 A28 A29 A31 B5 B12 B13 C12 C15 C16 C19

### 2.1 Basisgrößen und abgeleitete Größen → SI: Système International d'Unités

SI-Basisgröße	Formelzeichen	SI-Basiseinheit	Einheitenzeichen
Länge Masse Zeit	$l, s$ $m$ $t$	Meter Kilogramm Sekunde	m kg s
<b>Größen der Mechanik</b>		<b>Einheiten der Mechanik</b>	
elektrische Stromstärke	$I$	Ampere	A
thermodynamische Temperatur	$T$	Kelvin	K
Stoffmenge	$n$	Mol	mol
Lichtstärke	$I_v$	Candela	cd

## 2.2 Physikalische Größen der Statik

### 2.2.1 Kraft und Drehmoment als physikalische Größen

#### • Krafteinheit → B5

$$[F] = [m] \cdot [a] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

**Krafteinheit**

$F$	Kraft	$N$
$m$	Masse	$\text{kg}$
$a$	Beschleunigung	$\text{m/s}^2$

$$1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ Newton} = 1 \text{ N}$$

Ein Newton ist gleich der Kraft, die einem Körper mit der Masse  $m = 1 \text{ kg}$  die Beschleunigung  $a = 1 \text{ m/s}^2$  erteilt.

1 da N = 1 Dekanewton =  $10 \text{ N}$   
 1 kN = 1 Kilonewton =  $10^3 \text{ N}$   
 1 MN = 1 Meganewton =  $10^6 \text{ N}$  } je nach Größenordnung der Kraft.

#### • Das Drehmoment → A13 A14 A18 A28 A29 A31 B12 B13 C12 C15 C16 C19

DIN 1304: **Drehmoment**  $M$  gleich Produkt aus Kraft  $F$  und ihrem senkrechten **Abstand**  $r$  bis zu einem bestimmten Punkt (**Bilder 1 u. 2**).

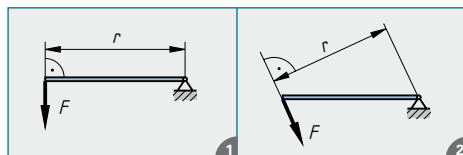
$$M = F \cdot r \quad \text{Drehmoment:}$$

Drehmoment  $M_d$  → A13 A14 B12 B13

Biegemoment  $M_b$  → C12 C15 C16

Torsionsmoment  $M_t$  → C19 C20

$$F \perp r$$



$M$	Drehmoment	$N \cdot m = \text{Nm}$
$F$	Kraft	$\text{N}$
$r$	Abstand (senkrechter Hebelarm)	$\text{m}$

### 2.2.3 Kraft als Vektor und die Kraftmerkmale → Bild 3

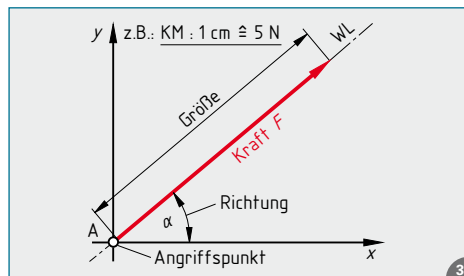
**Größe** → Dies ist der **Betrag der Kraft**, der in Verbindung mit einem **Kräftemaßstab KM** messbar ist.

**Richtung** → Diese entspricht der Lage der **Wirkungslinie WL**. Sie ist durch einen Winkel festgelegt.

**Angriffspunkt** → Ort, an dem die Kraft  $F$  am Körper angreift.

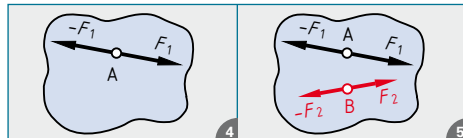
**Sinn** → Zugkraft oder Druckkraft. Festlegung mittels Vorzeichen

→ A5



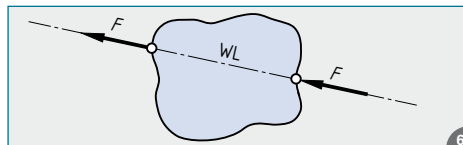
#### • Erweiterungssatz → A11

Bei einem Kräftesystem (**Bild 4**) dürfen Kräfte hinzugefügt oder weggenommen werden, wenn sie gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind und auf derselben WL liegen (**Bild 5**).



#### • Längsverschiebungssatz → A6 A11

Eine Kraft darf auf ihrer WL verschoben werden (**Bild 6**). Dadurch ändert sich ihre Wirkung auf den Körper nicht.



### A3 Freiheitsgrade eines Körpers → A4 B3 B7

Jede **Bewegungsmöglichkeit** (Translation und Rotation) wird als **Freiheitsgrad** bezeichnet.

**Körper in der Ebene** → drei Freiheitsgrade (zwei Translationen, eine Rotation).

**Körper im Raum** → sechs Freiheitsgrade (drei Translationen, drei Rotationen).

Einzelbewegungen können zu einer Gesamtbewegung zusammengesetzt werden. → B3 B7



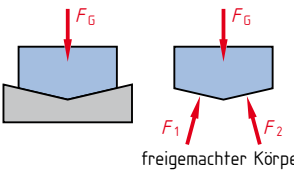
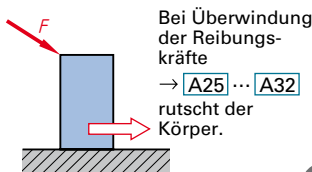
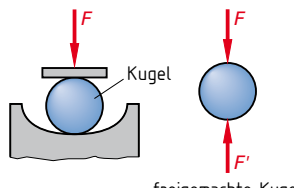
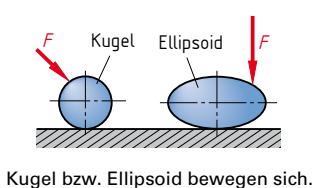
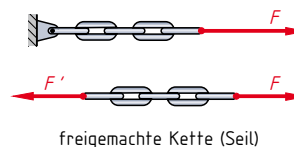
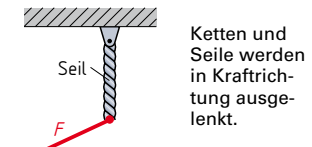
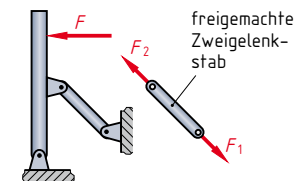
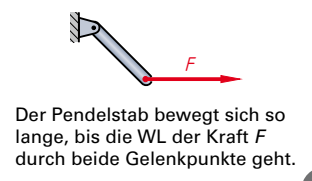
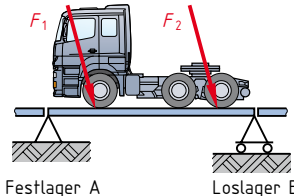
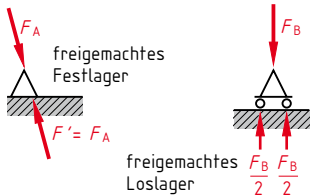
# A4 Freimachen von Bauteilen → A15 A21 A22 A23 A24

## 4.1 Wechselwirkungsgesetz → A25 A26 B5 B6

**Aktionskräfte** (Belastungskräfte) und **Reaktionskräfte** (Stützkkräfte) **belasten das Bauteil**.

Freimachen heißt, dass man alle das Bauteil tragenden Teile, wie Lager, Stützen, Einspannungen etc. durch die von diesen Elementen auf das Bauteil wirkenden Reaktionskräfte ersetzt. Damit ist zu ersehen, wie Belastungskräfte und Stützkkräfte auf das Bauteil wirken (es belasten).

### 4.2.1 Regeln für das Freimachen von Bauteilen

Form des Bauteils und Regeln für das Freimachen:	Kraftübertragung in Wirkrichtung der Kraft möglich	Kraftübertragung in Wirkrichtung der Kraft nicht möglich
<b>Ebene Flächen</b> können nur senkrechte Reaktionskräfte erzeugen, d.h. es können nur senkrecht zu ihnen gerichtete Kräfte übertragen werden. → A25 A26 B11 C4	 freigemachter Körper	 Bei Überwindung der Reibungskräfte → A25 ... A32 rutscht der Körper.
<b>Gewölbte Flächen</b> erzeugen im Berührungspunkt mit anderen Körpern senkrechte Reaktionskräfte. Diese wirken in Richtung des Krümmungsradius, d.h. als Radialkräfte. → A28 A30 A31 B6 B11 C10	 freigemachte Kugel	 Kugel bzw. Ellipsoid bewegen sich.
<b>Ketten und Seile</b> können Kräfte nur in Spannrichtung übertragen. Die übertragenen Kräfte können nur Zugkräfte sein. → C3	 freigemachte Kette (Seil)	 Ketten und Seile werden in Krafrichtung ausgelenkt.
<b>Zweigelenkstäbe</b> (Pendelstützen) nehmen nur Zug- oder Druckkräfte in Richtung der Verbindungslinie der beiden Gelenkpunkte auf. → C3	 freigemachter Zweigelenkstab	 Der Pendelstab bewegt sich so lange, bis die WL der Kraft F durch beide Gelenkpunkte geht.
<b>Loslager</b> nehmen nur Kräfte in senkrechter Richtung zum Lager auf. <b>Festlager</b> können Kräfte in jeder beliebigen Richtung aufnehmen. → A15 A22 A23 A24 C16 C21	 Festlager A Loslager B	 freigemachtes Festlager freigemachtes Loslager

Beim Freimachen wird der Angriffspunkt, die ungefähre Richtung der WL, der Richtungssinn, nicht aber die Größe (der Betrag) der Reaktionskräfte ermittelt.

## A5 Kräfte auf derselben Wirkungslinie

### 5.1 Hauptaufgaben der Statik → A1 A6 ... A9 A11 A12 A15 A20 C15 C16

1. Hauptaufgabe → Ermittlung der **Resultierenden**  $F_r$  (**resultierende Kraft** = **Ersatzkraft**)

2. Hauptaufgabe → Ermittlung der **Stützkkräfte** (Reaktionskräfte) aus den **Belastungskräften**.

### 5.3 Sonderfall des zentralen Kräftesystems : gemeinsame WL → A2

**Zeichnerische (grafische) Ermittlung von  $F_r$**  mit Hilfe des **Kräfteplanes KP** (**Bild 2**). Dieser ist grundsätzlich maßstäblich zu zeichnen. Zum KP gehört immer ein **Kräftemaßstab KM**.

Beispiel: KM: 1 cm  $\triangleq$  10 daN.

Der KP wird aus dem **Lageplan LP** (**Bild 1**) entwickelt. Dieser kann unmaßstäblich sein.

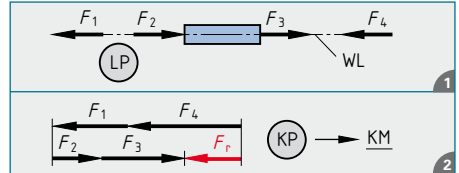
**Rechnerische (analytische) Ermittlung von  $F_r$**  durch die arithmetische Summe der Einzelkräfte:

$$F_r = \Sigma F = F_1 + F_2 + \dots + F_n \text{ in N, daN, kN, MN}$$

Der **Sinn der Kraft** (Wirkseite, z.B. nach rechts oder links bzw. nach oben oder unten) wird durch die **Wahl von Vorzeichen** (+ oder -) bei jeder Aufgabe neu berücksichtigt.

$$F_r = \Sigma F = 0 \rightarrow \text{Kräftegleichgewicht}$$

→ Beispiel:  $F_r = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 10 \text{ N} - 5 \text{ N} + 17 \text{ N} - 22 \text{ N} = 0$



Unverbindlicher Vorschlag zur Vorzeichenwahl:

- ← ↓ Nach links oder unten gerichtete Kräfte: minus(-)
- ↑ Nach rechts oder oben gerichtete Kräfte: plus(+)

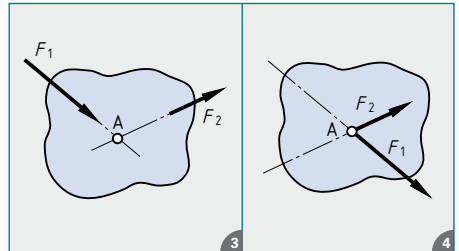
## A6 Zusammensetzen von zwei Kräften, deren WL sich schneiden (zeichnerische Lösung)

### 6.1 Anwendung des Längsverschiebungssatzes

→ A2 A10 A11 A12 A15 A23 A24 B3

Schneiden sich die WL mehrerer Kräfte in einem Punkt, spricht man von einem **zentralen Kräftesystem**. Den Schnittpunkt bezeichnet man als **Zentralpunkt A**. **Bild 3** zeigt dies für zwei Kräfte  $F_1$  und  $F_2$ .

Liegen die Anfangspunkte zweier Kräfte, deren WL sich schneiden, nicht im Zentralpunkt (**Bild 3**), können diese gemäß dem Längsverschiebungssatz dorthin verschoben werden (**Bild 4**).



### 6.2 Parallelogrammsatz → A7 A9 A11 B1 B4 C18

Kräfte sind **Vektoren**. Durch die **vektorielle Addition** der Einzelkräfte erhält man die **Resultierende**  $F_r$ , d.h. den Summenvektor. Zeichnerisch entspricht dies einer **Aneinanderreihung der Einzelkräfte in beliebiger Reihenfolge**. Die Konstruktion (**Bilder 5 und 6**) heißt **Kräftedreieck**.

Aus dieser Regel folgt der **Parallelogrammsatz**:

Greifen zwei Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  in unterschiedlicher Richtung im selben Punkt A an (**Bild 5**), dann ergibt sich die Resultierende  $F_r$  als die Diagonale des aus den beiden Einzelkräften gebildeten **Kräfteparallelogramms** (**Bild 7**). **Rechnerische Lösung** → A9

Die Resultierende (resultierende Kraft)  $F_r$  hat die gleiche Wirkung auf einen Körper wie alle an ihm wirkenden Einzelkräfte.  $F_r$  ersetzt also die Einzelkräfte und heißt deshalb auch **Ersatzkraft**.

