



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Formeln Metallbau Konstruktionsmechanik

Bearbeiter

Bulling, Gerhard
Dillinger, Josef
Heringer, Stefanie
Schindlbeck, Harald
Weingartner, Alfred

Studiendirektor
Studiendirektor i. R.
Oberfachlehrerin
Oberstudienrat
Studiendirektor i. R.

München
München
Schechen
Altheim
München

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises
Alfred Weingartner, München

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel GmbH & Co. KG, Ostfildern

7. Auflage 2020

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2020 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt
Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald
Umschlagfoto: Eislaufhalle im Olympiapark München
Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Europa-Nr.: 16313

ISBN 978-3-8085-1639-3

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Inhaltsverzeichnis

Mathematische Grundlagen	Grundrechnungsarten	4
	Umrechnen von Einheiten	7
	Winkelfunktionen	8
	Winkel, Strahlensatz	9
	Mischungs-, Prozent-, Zinsrechnung	9
	Längen	10
	Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck	11
	Flächen	12
	Berechnung regelmäßiger Vielecke	13
	Verschnitt	14
	Körper, Volumen und Oberfläche	15
	Masse, Gewichtskraft	18
Naturwissenschaftliche Grundlagen	Bewegungslehre	19
	Gleichförmige Kreis- oder Drehbewegung	19
	Geschwindigkeiten	20
	Vorschub-, Schnitt-, Umfangsgeschwindigkeit	20
	Mittlere Geschwindigkeit bei Kurbeltrieben	20
	Kräfte	21
	Hebel und Drehmoment	22
	Auflagerkräfte	22
	Mechanische Arbeit und Energie	23
	Kräfte an der schiefen Ebene	23
	Mechanische Leistung, Wirkungsgrad	24
	Rolle und Flaschenzug	25
Fertigungstechnik	Berechnungen an Metallbaukonstruktionen	26
	Teilungslängen bei Gittern und Bauelementen	26
	Teilungslängen nach Landesbauordnung	27
	Teilungslängen gekrümmter Strecken	28
	Oberflächen von Profilkonstruktionen	28
	Masse von Profilkonstruktionen	29
	Zuschnittlängen gebogener Profile	30
	Zuschnittlängen von Systemkonstruktionen, Fenster, Türen	30
	Rohmaße von Schmiede- und Pressstücken	32
	Treppenberechnungen	32
	Blechkonstruktionen	33
	Gestreckte Längen gekanteter Bauelemente	33
	Zugaben, Drahteinlagen	33
	Zugaben, Falze	34
	Abwicklungen von Blechformkörpern	34
	Wärmetechnik	36
	Temperatur	36
	Wärmemenge	36
	Längen- und Volumenänderung	36
	Kohle- und Gasverbrauch beim Schmieden	37
	Wärmestrom	38
	Wärmedurchlasswiderstand einschichtiger Bauelemente	38
	Wärmeleitfähigkeit verschiedener Baustoffe	38
	Wärmedurchlasswiderstand mehrschichtiger Bauelemente	39
	Wärmedurchgangswiderstand	39
	Wärmedurchgangskoeffizient	39
	Wärmeübergangswiderstände	40
	Wasserdampfdiffusion	41
	Vermeidung von Tauwasserbildung	41
	Nachweisverfahren nach Wärmeschutzverordnung	42
	Schweißen	43
	Rechnerische Schweißnahtlängen	44

Statische Berechnungen	Konstruktionselemente einer Stahlhalle	45
	Charakteristische Eigenlasten stabförmiger Bauteile.	45
	Charakteristische Werte von Nutzlasten	45
	Charakteristische Werte von Windlasten	46
	Charakteristische Werte von Schneelasten	47
	Bemessungswerte	48
	Umrechnung von charakteristischen Kräften in Bemessungskräfte	49
	Beanspruchbarkeit von Querschnitten	50
	Tragsicherheitsnachweis nach dominierender innerer Kraft	51
	Knickfestigkeit	51
	Festigkeit von Schweißverbindungen	53
	Festigkeit von Schraubenverbindungen	53
Festigkeitsberechnungen im Maschinen- und Anlagenbau	Beanspruchung auf Zug	55
	Beanspruchung auf Druck	55
	Beanspruchung auf Flächenpressung	55
	Beanspruchung auf Schub (Scherung)	56
	Festigkeit von Schweißverbindungen	56
	Schneiden von Werkstoffen	56
	Beanspruchung auf Biegung	57
	Beanspruchung auf Torsion	58
	Zahnradmaße	59
Zahnradberechnungen	Achsabstand	59
	Einfache Übersetzungen	60
	Bohren, Reiben, Senken	61
Hauptnutzungszeit	Längs-Runddrehen, Quer-Plandrehen	61
	Druck, Druckeinheiten	62
Hydraulik und Pneumatik	Kolbenkräfte	63
	Kolben- und Strömungsgeschwindigkeit	64
	Luftverbrauch pneumatischer Zylinder	65
	Ohmsches Gesetz	66
Elektrotechnik	Leiterwiderstand	66
	Reihenschaltung von Widerständen	66
	Parallelschaltung von Widerständen	66
	Elektrische Arbeit	67
	Elektrische Leistung	67
	Logische Grundfunktionen	68
Steuerungstechnik	Berechnung der Einzelkosten	69
Kostenrechnung	Berechnung der Gemeinkostenzuschlagssätze	69
	Berechnung der Herstell- und Selbstkosten	69
	Sachwortverzeichnis	71

Grundrechnungsarten

Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division zählen zu den Grundrechnungsarten. Man unterscheidet dabei zwischen den beiden Gruppen Strich- und Punktrechnung.

Rechnungsart	Rechnungsvorgang	Rechenzeichen	Ergebnis	Gruppe
Addition Subtraktion	addieren subtrahieren	+ plus – minus	Summe Differenz	Strichrechnung
Multiplikation Division	multiplizieren dividieren	· mal : geteilt	Produkt Quotient	Punktrechnung

Strichrechnungen

Bei Strichrechnungen handelt es sich um Summierungen, d.h. Additionen und Subtraktionen.

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Nur Zahlen mit gleichen Variablen können summiert werden.	–	$18a + a - 3a + 2b = 16a + 2b$
Zahlen und Buchstaben können vertauscht werden (Kommutativgesetz).	$3 - 9 + 7 = 7 + 3 - 9 = -9 + 3 + 7 = -9 + 7 + 3$	$a - b + c = a + c - b = -b + a + c = c + a - b$
Einzelne Glieder können zu Teilsommen zusammengefasst werden (Assoziativgesetz).	$3 + 7 - 9 = (3 + 7) - 9$	$a + b - c = (a + b) - c$

Klammern

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Klammern, vor denen ein Pluszeichen steht, können weggelassen werden. Die Vorzeichen der Glieder bleiben dann unverändert.	$16 + (9 - 5) = 16 + 9 - 5 = 20$	$a + (b - c) = a + b - c$
Klammern, vor denen ein Minuszeichen steht, können nur aufgelöst (weggelassen) werden, wenn alle Glieder in der Klammer entgegengesetzte Vorzeichen erhalten.	$16 - (9 - 5) = 16 - 9 + 5 = 12$	$a - (b - c) = a - b + c$

Punktrechnungen

Punktrechnungen sind Multiplikationen und Divisionen.

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Faktor · Faktor = Produkt	$2 \cdot 5 = 10$	$x \cdot y = z$
Faktoren dürfen vertauscht werden (Kommutativgesetz).	$3 \cdot 4 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 \cdot 4 = 5 \cdot 4 \cdot 3$	$a \cdot b \cdot c = b \cdot a \cdot c = c \cdot b \cdot a = c \cdot a \cdot b$
Einzelne Faktoren dürfen zu Teilprodukten zusammengefasst werden (Assoziativgesetz).	$3 \cdot 4 \cdot 5 = (3 \cdot 4) \cdot 5 = 3 \cdot (4 \cdot 5)$	$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Haben 2 Faktoren gleiche Vorzeichen, so wird das Produkt (Ergebnis) positiv. + mal + = +; – mal – = +	$2 \cdot 5 = 10$ $(-2) \cdot (-5) = 10$	$a \cdot x = ax$ $(-a) \cdot (-x) = ax$

Grundrechnungsarten

Punktrechnungen

Punktrechnungen sind Multiplikationen und Divisionen.

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Haben 2 Faktoren verschiedene Vorzeichen, so wird das Produkt (Ergebnis) negativ. $+ \text{ mal } - = -; - \text{ mal } + = -$	$3 \cdot (-8) = -24$ $(-3) \cdot 8 = -24$	$\cdot (-) = -$ $(-) \cdot = -$
Ein Klammerausdruck wird mit einem Faktor multipliziert indem man jedes Glied der Klammer mit dem Faktor multipliziert. Man kann auch zuerst den Inhalt der Klammer berechnen und danach das Ergebnis mit dem Faktor multiplizieren.	$7 \cdot (4 + 8)$ $= 7 \cdot 4 + 7 \cdot 8 = 84$ oder $7 \cdot (4 + 8)$ $= 7 \cdot 12 = 84$	$\cdot (+2) = +2 = 3$ oder $\cdot (+2) = \cdot 3$ $= 3$
Ein Klammerausdruck wird mit einem Klammerausdruck multipliziert indem man jedes Glied der einen Klammer mit jedem Glied der anderen Klammer multipliziert. Bei Zahlen können auch erst die Klammerausdrücke berechnet und danach hieraus das Produkt gebildet werden.	$(3 + 5) \cdot (10 - 7)$ $= 3 \cdot 10 + 3 \cdot (-7) +$ $+ 5 \cdot 10 + 5 \cdot (-7)$ $= 30 - 21 + 50 - 35 = 24$ oder $(3 + 5) \cdot (10 - 7)$ $= 8 \cdot 3 = 24$	$(+) \cdot (-)$ $= - + -$ $(+2) \cdot (+)$ $= 3 \cdot (+)$ $= 3 + 3$

Gemischte Punkte- und Strichrechnungen

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Punktrechnungen müssen vor Strichrechnungen gelöst werden.	$8 \cdot 4 - 18 \cdot 3$ $= 32 - 54 = -22$	$4 \cdot - \cdot 3$ $= 4 - 3$
	$\frac{16}{4} + \frac{20}{5} - \frac{18}{3}$ $= 4 + 4 - 6 = 2$	$\frac{16}{4} - \frac{3}{2} + \frac{6}{2}$ $= 4 - 3 + 3 = 4$
Sind in einer gemischten Punkt- und Strichrechnung auch Klammerausdrücke vorhanden, so werden, wenn möglich, zuerst die Klammern berechnet. Danach wird die Punkt- und dann die Strichrechnung durchgeführt.	$8 \cdot (3 - 2) + 4 \cdot (16 - 5)$ $= 8 \cdot 1 + 4 \cdot 11$ $= 8 + 44 = 52$	$\cdot (3 - 5)$ $- \cdot (12 - 2)$ $= \cdot (-2) - \cdot 10 = -2 - 10$

Potenzen

Zehnerpotenzen

Schreibweise als			Schreibweise als		
ausgeschriebene Zahl	Zehnerpotenz	Vorsatz bei Einheiten	ausgeschriebene Zahl	Zehnerpotenz	Vorsatz bei Einheiten
1 000 000	10^6	Mega (M)	1	10^0	–
100 000	10^5	–	0,1	10^{-1}	deci (d)
10 000	10^4	–	0,01	10^{-2}	centi (c)
1 000	10^3	kilo (k)	0,001	10^{-3}	milli (m)
100	10^2	hekto (h)	0,000 1	10^{-4}	–
10	10^1	deka (da)	0,000 01	10^{-5}	–
1	10^0	–	0,000 001	10^{-6}	mikro (μ)

Grundrechnungsarten

Potenzieren

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraische Beispiele	
Potenzen dürfen nur dann addiert oder subtrahiert werden, wenn sie sowohl denselben Exponenten als auch dieselbe Basis haben.	$2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^2 = 5^2 (2 + 4) = 6 \cdot 5^2$ $\frac{2}{3^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$	$a^3 + a^3 = 2a^3$ $\frac{7}{d^n} - \frac{4}{d^n} = \frac{3}{d^n} = 3 \cdot d^{-n}$	$ax^n + bx^n = x^n (a + b)$ $\frac{a}{x^n} = ax^{-n}$
Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält.	$3^2 \cdot 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$ oder: $3^2 \cdot 3^3 = 3^{(2+3)} = 3^5$	$x^4 \cdot x^2 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^6$ oder: $x^4 \cdot x^2 = x^{(4+2)} = x^6$	$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert, indem man ihre Basen multipliziert und den Exponenten beibehält.	$4^2 \cdot 6^2 = (4 \cdot 6)^2 = 24^2 = 576$	$6x^2 \cdot 3y^2 = 18x^2 \cdot y^2 = 18(x \cdot y)^2$	$x^n \cdot y^n = (xy)^n$
Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man ihre Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält.	$\frac{4^3}{4^2} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{4 \cdot 4} = 4$ oder: $4^3 \cdot 4^{-2} = 4^{3-2} = 4^1 = 4$	$\frac{m^3}{m^2} = \frac{m \cdot m \cdot m}{m \cdot m} = m$ oder: $m^3 \cdot m^{-2} = m^{3-2} = m^1 = m$	$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$
Potenzen mit gleichem Exponenten werden dividiert, indem man ihre Basen dividiert und den Exponenten beibehält.	$\frac{15^2}{3^2} = \left(\frac{15}{3}\right)^2 = 5^2 = 25$	$\frac{a^3}{b^3} = \left(\frac{a}{b}\right)^3$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
Jede Potenz mit dem Exponenten Null hat den Wert 1.	$\frac{10^4}{10^4} = 10^{4-4} = 10^0 = 1$	$(m+n)^0 = 1$	$a^0 = 1$

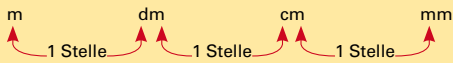
Wurzelziehen

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraische Beispiele	
Wurzeln dürfen nur dann addiert oder subtrahiert werden, wenn sie gleiche Exponenten und Radikanden haben. Man addiert (subtrahiert) die Faktoren und behält die Wurzel bei.	$2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} = (2+3)\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$	$8\sqrt{m} - 3\sqrt{m} = (8-3)\sqrt{m} = 5\sqrt{m}$	$a\sqrt{m} + b\sqrt{m} = (a+b)\sqrt{m}$
Ist der Radikand ein Produkt, so kann die Wurzel entweder aus dem Produkt oder aus jedem einzelnen Faktor gezogen werden.	$\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{144} = 12$ oder $\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12$	$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$	$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
Ist der Radikand eine Summe oder eine Differenz, so kann nur aus dem Ergebnis die Wurzel gezogen werden.	$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ $\sqrt{5^2-4^2} = \sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3$	$\sqrt[3]{a-b} = \sqrt[3]{(a-b)}$	$\sqrt[n]{a-b} = \sqrt[n]{(a-b)}$
Ist der Radikand ein Quotient (Bruch), so kann die Wurzel aus dem Quotienten oder aus Zähler und Nenner getrennt gezogen werden.	$\sqrt{\frac{9}{25}} = \sqrt{0,36} = 0,6$ oder $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5} = 0,6$	$\sqrt[4]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{b}}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Umrechnung von Einheiten

Länge

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$$



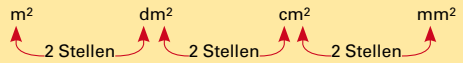
$$1 \text{ m} = 10^1 \text{ dm} = 10^2 \text{ cm} = 10^3 \text{ mm}$$

10 kleine Einheiten geben die nächst größere Einheit. Bei den Längenmaßen ist die Umrechnungszahl 10.

Bei Umrechnung der **Längenmaße** rückt das Komma von Einheit zu Einheit um **eine Stelle**.

Fläche

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10000 \text{ cm}^2 = 1000000 \text{ mm}^2$$



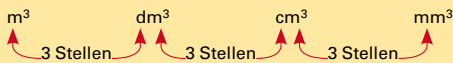
$$1 \text{ m}^2 = 10^2 \text{ dm}^2 = 10^4 \text{ cm}^2 = 10^6 \text{ mm}^2$$

100 kleine Einheiten geben die nächst größere Einheit. Bei den Flächenmaßen ist die Umrechnungszahl 100.

Bei Umrechnung der **Flächenmaße** rückt das Komma von Einheit zu Einheit um **zwei Stellen**.

Volumen

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000000 \text{ cm}^3 = 1000000000 \text{ mm}^3$$



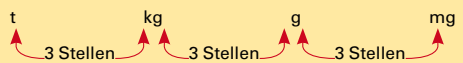
$$1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ dm}^3 = 10^6 \text{ cm}^3 = 10^9 \text{ mm}^3$$

1000 kleine Einheiten geben die nächst größere Einheit. Bei den Volumenmaßen ist die Umrechnungszahl 1000.

Bei Umrechnung der **Volumenmaße** rückt das Komma von Einheit zu Einheit um **drei Stellen**.

Masse

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg} = 1000000 \text{ g} = 1000000000 \text{ mg}$$



$$1 \text{ t} = 10^3 \text{ kg} = 10^6 \text{ g} = 10^9 \text{ mg}$$

1000 kleine Einheiten geben die nächst größere Einheit. Bei den Massen ist die Umrechnungszahl 1000.

Bei Umrechnung der **Masse** rückt das Komma von Einheit zu Einheit um **drei Stellen**.

Hohlmaß

Den Inhalt von Gefäßen misst man in Litern.
 $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$ $1 \text{ dl} = 0,1 \text{ dm}^3$ $1 \text{ cl} = 0,01 \text{ dm}^3$
 $1 \text{ ml} = 0,01 \text{ dm}^3 = 1 \text{ cm}^3$

Kraft

$$1 \text{ MN} = 1000 \text{ kN} = 1000000 \text{ N} = 1000000000 \text{ mN}$$

$$1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 10^6 \text{ N} = 10^9 \text{ mN}$$

Umrechnung von Zollmaßen

$$1 \text{ Inch} = 1 \text{ Zoll} = 25,4 \text{ mm}; 1 \text{ mm} = \frac{1}{25,4} \text{ inch}$$

$$1 \text{ foot} = 12 \text{ inches} = 304,8 \text{ mm}; 1 \text{ m} = 39,37 \text{ inches} = 3,28 \text{ feet}$$

Vergrößernde Vorsätze

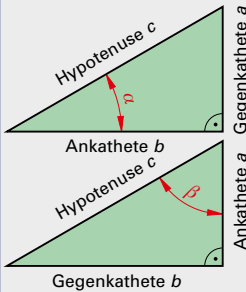
Vorsatz	Bedeutung	Beispiel
da = Deka-	10-fach	$1 \text{ daN} = 10 \text{ N}$
h = Hekto-	100-fach	$1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$
k = Kilo-	1000-fach	$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$
M = Mega-	1000000-fach	$1 \text{ MN} = 1000000 \text{ N}$

Verkleinernde Vorsätze

Vorsatz	Bedeutung	Beispiel
d = Dezi-	10tel	$1 \text{ dm} = 1/10 \text{ m}$
c = Zenti-	100stel	$1 \text{ cm} = 1/100 \text{ m}$
m = Milli-	1000stel	$1 \text{ mV} = 1/1000 \text{ V}$
μ = Mikro-	1000000stel	$1 \text{ μm} = 1/1000000 \text{ m} = 0,001 \text{ mm}$

Winkelfunktionen

Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck



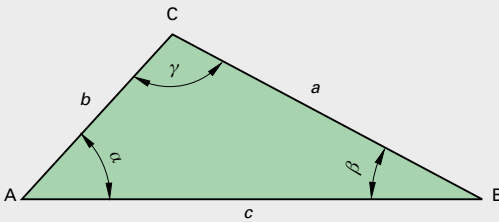
- a Gegenkathete zu α
Ankathete zu β
- b Ankathete zu α
Gegenkathete zu β
- c Hypotenuse
- \triangle rechter Winkel
- Funktionswerte aus Tabellen

für α	für β
$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\sin \beta = \frac{b}{c}$
$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\cos \beta = \frac{a}{c}$
$\tan \alpha = \frac{a}{b}$	$\tan \beta = \frac{b}{a}$
$\cot \alpha = \frac{b}{a}$	$\cot \beta = \frac{a}{b}$

Funktionswerte für ausgewählte Winkel

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2} = 0,5000$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = 0,7071$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = 0,8660$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = 0,8660$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = 0,7071$	$\frac{1}{2} = 0,5000$	0	-1	0	1
tan	0	$\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} = 0,5774$	1	$\sqrt{3} = 1,7321$	∞	0	∞	0
cot	∞	$\sqrt{3} = 1,7321$	1	$\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} = 0,5771$	0	∞	0	∞

Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck



Sinussatz

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Cosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

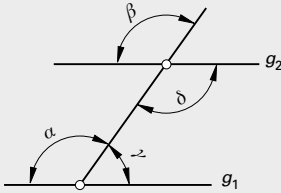
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

Anwendung von Sinus- und Cosinussatz

Seitenberechnung	Winkelberechnung		Flächenberechnung
$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$	$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{b} = \frac{a \cdot \sin \gamma}{c}$	$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$	$A = \frac{a \cdot b \cdot \sin \gamma}{2}$
$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$	$\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{c}$	$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$	$A = \frac{b \cdot c \cdot \sin \alpha}{2}$
$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$	$\sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \alpha}{a} = \frac{c \cdot \sin \beta}{b}$	$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$	$A = \frac{a \cdot c \cdot \sin \beta}{2}$

Winkel, Strahlensatz, Mischungs-, Prozent-, Zinsrechnung

Winkelarten



Werden zwei Parellelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen für die dabei gebildeten Winkel geometrische Zusammenhänge.

Stufenwinkel sind gleich groß.

$$\alpha = \beta$$

Scheitelwinkel sind gleich groß.

$$\beta = \delta$$

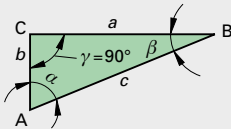
Wechselwinkel sind gleich groß.

$$\alpha = \delta$$

Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°.

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Winkelsumme im Dreieck



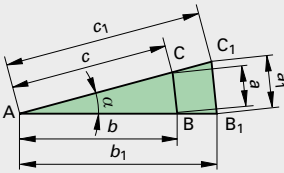
In jedem Dreieck ist die Summe der Innenwinkel gleich 180°.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Im rechtwinkligen Dreieck ist $\gamma = 90^\circ$, die Winkel α und β ergänzen sich zu 90°.

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

Strahlensatz



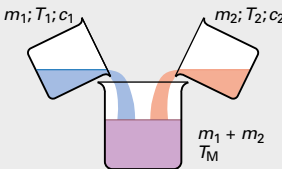
Werden zwei von einem Punkt ausgehende Strahlen von zwei Parallelen geschnitten, bilden die Abschnitte der Parallelen und die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{b_1}{c_1}$$

Mischungsrechnung



m_1, m_2 Teilmassen

T_1, T_2 Temperaturen der Teilmassen in K

c_1, c_2 spez. Wärmekapazitäten der Teilmassen

T_M Temperatur der Mischung

$$M = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot T_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot T_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2}$$

Prozentrechnung

P_s Prozentsatz
 G_w Grundwert
 P_w Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%}$$

Zinsrechnung

z Zinssatz
 p Zinssatz pro Jahr
 k Kapital
 t Zeit in Jahren

1 Zinsjahr (1 a) $\hat{=}$ 360 Tage (d)

$\hat{=}$ 12 Monate

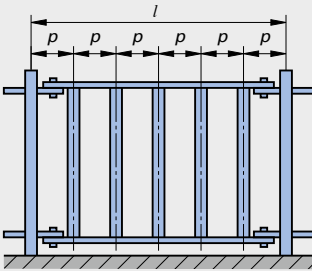
1 Zinsmonat $\hat{=}$ 30 Tage

$$z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100\%}$$

Längen

Teilung von Längen

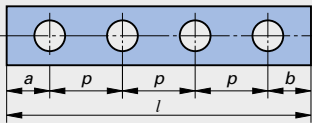
Randabstand = Teilung



- l Teilungslänge
 p Teilung
 n Anzahl der Bohrungen,
 Sägeschnitte, ...

$$p = \frac{l}{n+1}$$

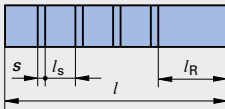
Randabstand + Teilung



- l Gesamtlänge
 p Teilung
 a, b Randabstand
 n Anzahl der Bohrungen,
 Sägeschnitte, ...

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

Trennen von Teilstücken

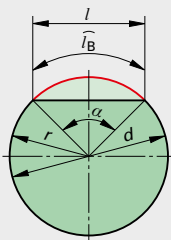


- l Gesamtlänge, Stablänge
 l_s Teillänge beim Trennen
 l_R Restlänge
 s Sägeschnittbreite
 n Anzahl der Teilelemente,
 z. B. Sägeschnitte, Stäbe,
 Bohrungen

$$n = \frac{l}{l_s + s}$$

$$l_R = l - (l_s + s) \cdot n$$

Kreisumfänge und Kreisteilungen



- d Durchmesser
 U Kreisumfang
 r Radius
 α Zentriwinkel
 l Sehnenlänge
 \hat{l}_B Kreisbogenlänge
 p Teilung
 n Anzahl der Teilelemente,
 z. B. Sägeschnitte, Stäbe, ...

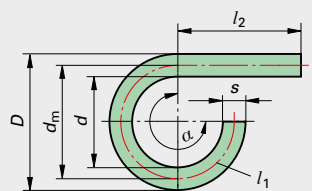
$$U = \pi \cdot d$$

$$p = \frac{U}{n} = \frac{\pi \cdot d}{n}$$

$$\hat{l}_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

Gestreckte und zusammengesetzte Längen



- D Außendurchmesser
 d Innendurchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser
 l gestreckte Länge
 l_1, l_2 Teillängen
 L zusammengesetzte Länge
 α Biegewinkel
 s Dicke

$$l = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$d_m = \frac{D + d}{2}$$

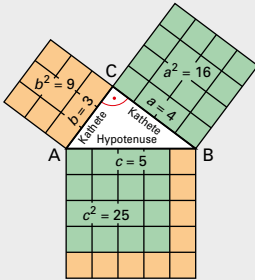
$$d_m = d + s$$

$$d_m = D - s$$

$$L = l_1 + l_2 + l_3 + \dots$$

Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
- b Kathete
- c Hypotenuse
- ∠ rechter Winkel

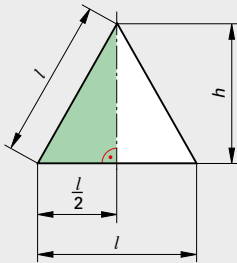
Im rechtwinkligen Dreieck gilt:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



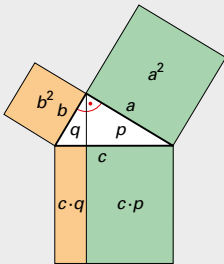
Im **gleichseitigen Dreieck** ergibt sich für die Höhe nach dem Lehrsatz des Pythagoras:

- h Höhe
- A Fläche
- l Seitenlänge

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l$$

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$$

Lehrsatz des Euklid (Kathetensatz)



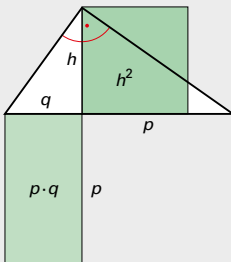
Das Quadrat über einer Kathete ist flächengleich einem Rechteck aus der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusenabschnitt.

- a, b Kathete
- p, q Hypotenusenabschnitt
- c Hypotenuse

$$a^2 = c \cdot p$$

$$b^2 = c \cdot q$$

Höhensatz



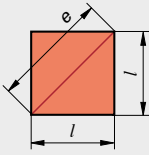
Das Quadrat über der Höhe h ist flächengleich dem Rechteck aus den Hypotenusenabschnitten p und q.

- p, q Hypotenusenabschnitt
- h Höhe

$$h^2 = p \cdot q$$

Flächen

Quadrat

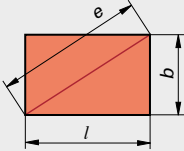


A Fläche
 l Seitenlänge
 e Eckmaß

$$A = l^2$$

$$e = l \cdot \sqrt{2}$$

Rechteck

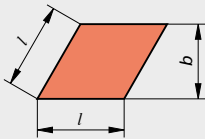


A Fläche
 l Länge
 b Breite
 e Eckmaß

$$A = l \cdot b$$

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

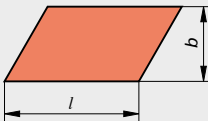
Raute (Rhombus)



A Fläche
 l Seitenlänge
 b Breite

$$A = l \cdot b$$

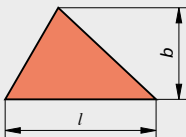
Parallelogramm



A Fläche
 l Länge
 b Breite

$$A = l \cdot b$$

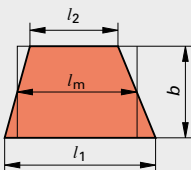
Dreieck



A Fläche
 l Seitenlänge
 b Breite

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

Trapez



A Fläche
 l_1 große Länge
 l_2 kleine Länge
 l_m mittlere Länge
 b Breite

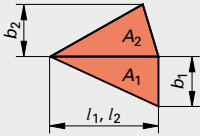
$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$

$$A = l_m \cdot b$$

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

Flächen

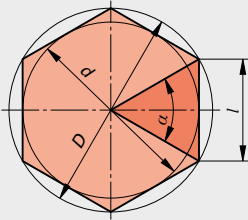
Unregelmäßiges Vieleck



A Gesamtfläche
 A_1, A_2 Teilflächen
 l_1, l_2 Längen
 b_1, b_2 Breiten

$$A = A_1 + A_2 + \dots$$

Regelmäßiges Vieleck



A Fläche
 l Seitenlänge
 D Umkreisdurchmesser
 d Inkreisdurchmesser
 n Eckenzahl
 α Mittelpunktswinkel

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4}$$

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$d = \sqrt{D^2 - l^2}$$

$$D = \sqrt{d^2 + l^2}$$

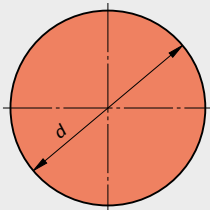
Im regelmäßigen Sechseck ist:

$$A \approx 0,649 \cdot D^2 \approx 0,866 \cdot d^2; D \approx 1,155 \cdot d$$

Berechnung regelmäßiger Vielecke mithilfe der Tabelle

Ecken- zahl n	Fläche $A \approx$			Umkreisdurch- messer $D \approx$		Inkreisdurch- messer $d \approx$		Seitenlänge $l \approx$	
	D^2 mal	d^2 mal	l^2 mal	l mal	d mal	l mal	D mal	D mal	d mal
3	0,325	1,299	0,433	1,154	2,000	0,578	0,500	0,867	1,732
4	0,500	1,000	1,000	1,414	1,414	1,000	0,707	0,707	1,000
5	0,595	0,908	1,721	1,702	1,236	1,376	0,809	0,588	0,727
6	0,649	0,866	2,598	2,000	1,155	1,732	0,866	0,500	0,577
8	0,707	0,829	4,828	2,614	1,082	2,414	0,924	0,383	0,414
10	0,735	0,812	7,694	3,236	1,052	3,078	0,951	0,309	0,325
12	0,750	0,804	11,196	3,864	1,035	3,732	0,966	0,259	0,268

Kreis



A Kreis
 d Durchmesser
 U Umfang

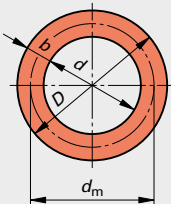
$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A \approx 0,785 \cdot d^2$$

$$U = \pi \cdot d$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

Kreisring



A Fläche
 D Außendurchmesser
 d Innendurchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser
 b Breite

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} - \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

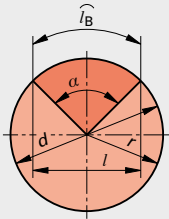
$$A = \pi \cdot d_m \cdot b$$

$$d_m = \frac{D + d}{2}$$

$$b = \frac{D - d}{2}$$

Flächen

Kreisausschnitt



- A** Fläche
d Durchmesser
r Radius
l Sehnenlänge
 \widehat{l}_B Bogenlänge
 α Mittelpunktswinkel

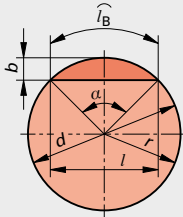
$$A = \frac{\widehat{l}_B \cdot r}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\widehat{l}_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

Kreisabschnitt



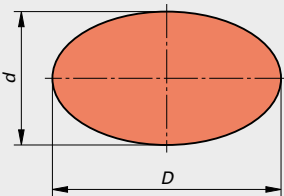
- A** Fläche
d Durchmesser
r Radius
l Sehnenlänge
 \widehat{l}_B Bogenlänge
b Breite
 α Mittelpunktswinkel

$$A = \frac{\widehat{l}_B \cdot r - l \cdot (r - b)}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{l \cdot (r - b)}{2}$$

$$b = r \cdot \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

Ellipse



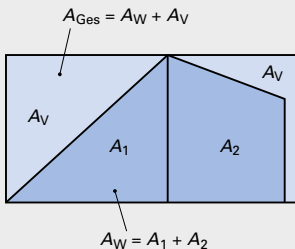
- A** Fläche
D großer Durchmesser
d kleiner Durchmesser
U Umfang

$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$$

Die angegebene Formel gilt auch für Oval und Korbogen.

$$U \approx \frac{\pi}{2} (D + d)$$

Verschnitt



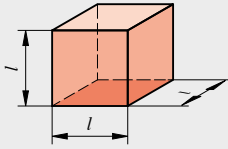
- A_{Ges}** Fläche des Rohteils, Ausgangsfläche
A_W Fläche des Werkstückes, Abwicklungsfläche
A_V Fläche des Verschnitts, Verschnitt

$$A_V = A_{Ges} - A_W$$

$$A_V = \frac{A_{Ges} - A_W}{A_{Ges}} \cdot 100\%$$

Körper, Volumen und Oberfläche

Würfel

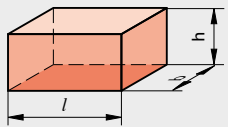


V Volumen
 l Seitenlänge
 A_0 Oberfläche

$$V = l^3$$

$$A_0 = 6 \cdot l^2$$

Vierkantprisma

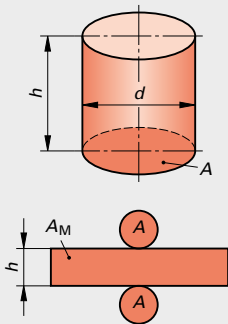


V Volumen
 l Seitenlänge
 h Höhe
 b Breite
 A_0 Oberfläche

$$V = l \cdot b \cdot h$$

$$A_0 = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

Zylinder



V Volumen
 d Durchmesser
 h Höhe
 A Grundfläche
 A_0 Oberfläche
 A_M Mantelfläche

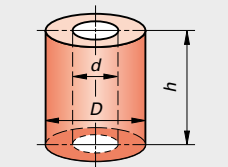
$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

$$A_0 = 2 \cdot A + A_M$$

$$A_0 = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} + \pi \cdot d \cdot h$$

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

Hohlzylinder

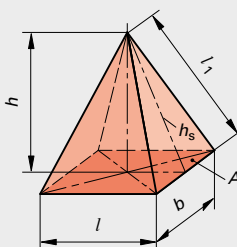


V Volumen
 D Außendurchmesser
 d Innendurchmesser
 h Höhe
 A_0 Oberfläche

$$V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$A_0 = \pi \cdot (D + d) \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (D - d) + h \right]$$

Pyramide



V Volumen
 l Seitenlänge
 l_1 Kantenlänge
 h Höhe
 h_s Mantelhöhe
 b Breite
 A Grundfläche
 A_0 Oberfläche
 A_M Mantelfläche

$$V = \frac{l \cdot b \cdot h}{3}$$

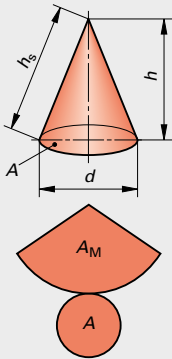
$$h_s = \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{4}}$$

$$l_1 = \sqrt{h_s^2 + \frac{b^2}{4}}$$

$$A_0 = A + A_M$$

Körper, Volumen und Oberfläche

Kegel



V Volumen
 d Durchmesser
 h Höhe
 h_s Mantelhöhe
 A Grundfläche
 A_M Mantelfläche
 A_0 Oberfläche

$$V = \frac{A \cdot h}{3}$$

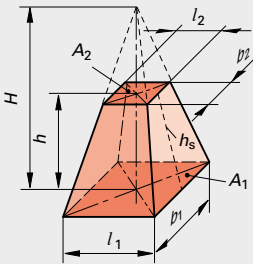
$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{h}{3}$$

$$h_s = \sqrt{\frac{d^2}{4} + h^2}$$

$$A_0 = A + A_M$$

$$A_M = \frac{\pi \cdot d \cdot h_s}{2}$$

Pyramidenstumpf



V Volumen
 l_1, l_2 Seitenlänge
 b_1, b_2 Breiten
 h, H Höhen
 h_s Mantelhöhe
 A_0 Oberfläche
 A_1 Grundfläche
 A_2 Deckfläche

$$V = \frac{A_1 \cdot H}{3} - \frac{A_2 (H - h)}{3}$$

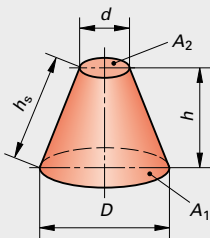
$$V = \frac{h}{3} \cdot (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$$

$$A_0 = A_M + A_1 + A_2$$

$$h_s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{l_1 - l_2}{2}\right)^2}$$

$$A_1 = l_1 \cdot b_1; A_2 = l_2 \cdot b_2$$

Kegelstumpf



V Volumen
 D großer Durchmesser
 d kleiner Durchmesser
 h Höhe
 h_s Mantelhöhe
 A_0 Oberfläche
 A_M Mantelfläche
 A_1 Grundfläche
 A_2 Deckfläche

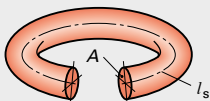
$$V = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$$

$$A_0 = A_1 + A_M + A_2$$

$$A_M = \frac{\pi \cdot h_s}{2} \cdot (D + d)$$

$$h_s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{D - d}{2}\right)^2}$$

Ringförmiger Körper

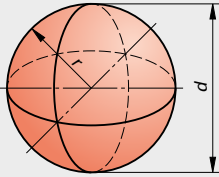


V Volumen
 A Grundfläche
 l_s Schwerpunktlinie

$$V = A \cdot l_s$$

Körper, Volumen und Oberfläche

Kugel

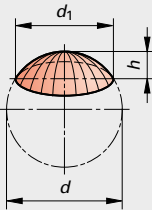


V Volumen
 d Kugeldurchmesser
 A_0 Oberfläche

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$$

$$A_0 = \pi \cdot d^2$$

Kugelabschnitt



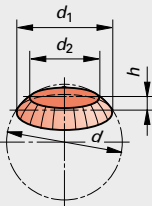
V Volumen
 d Kugeldurchmesser
 d_1 kleiner Durchmesser
 h Höhe
 A_0 Oberfläche
 A_M Mantelfläche

$$V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{h}{3} \right)$$

$$A_0 = \pi \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)$$

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

Kugelschicht



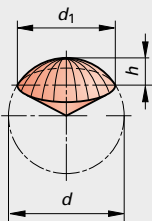
V Volumen
 d Kugeldurchmesser
 d_1 großer Durchmesser
 d_2 kleiner Durchmesser
 h Höhe
 A_0 Oberfläche
 A_M Mantelfläche

$$V = \frac{\pi \cdot h}{6} \cdot \left(\frac{3 \cdot d_1^2}{4} + \frac{3 \cdot d_2^2}{4} + h^2 \right)$$

$$A_0 = \pi \cdot \left(d \cdot h + \frac{d_1^2}{4} + \frac{d_2^2}{4} \right)$$

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

Kugelausschnitt



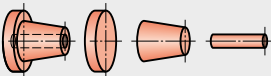
V Volumen
 d Kugeldurchmesser
 d_1 kleiner Durchmesser
 h Höhe
 A_0 Oberfläche

$$V = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{6}$$

$$A_0 = \frac{\pi \cdot d}{4} \cdot (4 \cdot h + d_1)$$

Zusammengesetzter Körper

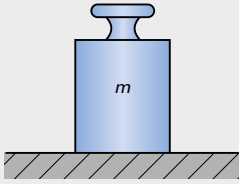
$$V = V_1 + V_2 - V_3$$



V Gesamtvolumen
 V_1, V_2, V_3 Teilvolumina

$$V = V_1 + V_2 - V_3$$

Masse



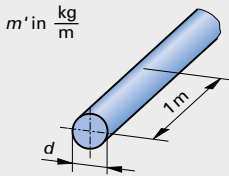
m Masse
 V Volumen
 ϱ Dichte

$$m = V \cdot \varrho$$

$$\varrho = \frac{m}{V}$$

$$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}$$

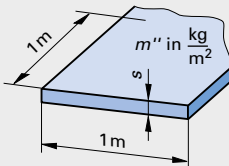
Längenbezogene Masse



m Masse
 m' längenbezogene Masse
 l Länge

$$m = m' \cdot l$$

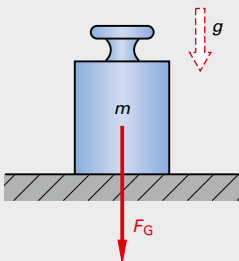
Flächenbezogene Masse



m Masse
 m'' flächenbezogene Masse
 A Fläche

$$m = m'' \cdot A$$

Gewichtskraft



F_G Gewichtskraft
 m Masse
 g Fallbeschleunigung

$$F_G = m \cdot g$$

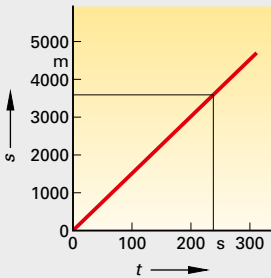
$$m = \frac{F_G}{g}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{\text{s}} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

Bewegungslehre

Geradlinige Bewegung



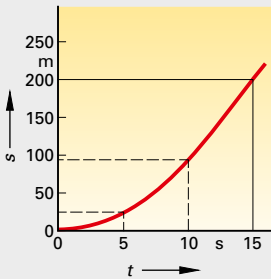
v Geschwindigkeit
 s Weg
 t Zeit

$$v = \frac{s}{t}$$

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 60 \frac{\text{m}}{\text{min}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 16,67 \frac{\text{m}}{\text{min}} = 0,278 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Gleichförmig beschleunigte Bewegung



a Beschleunigung
 v_e Endgeschwindigkeit
 v_o Anfangs-
 geschwindigkeit
 t Zeit
 s Weg

$$a = \frac{v_e - v_o}{t}$$

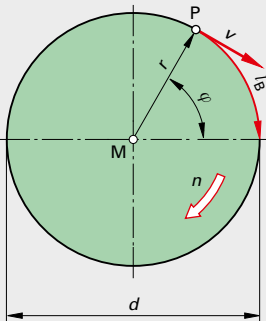
$$v_e = v_o + a \cdot t$$

$$v_e = \sqrt{v_o^2 + 2 \cdot a \cdot s}$$

$$s = \frac{v_o + v_e}{2} \cdot t$$

$$s = v_o \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Gleichförmige Kreis- oder Drehbewegung



n Drehzahl
 t Zeit
 v Umfangs-
 geschwindigkeit
 ω Winkel-
 geschwindigkeit
 φ Drehwinkel im
 Bogenmaß
 \hat{l}_B Bogenlänge
 d Durchmesser
 r Abstand

$$d = 2 \cdot r$$

$$v = \pi \cdot d \cdot n$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$v = \frac{d}{2} \cdot \omega$$

$$\varphi = \omega \cdot t$$

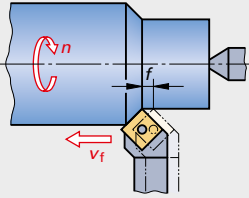
$$\hat{l}_B = \varphi \cdot r$$

$$\frac{1}{\text{min}} = \text{min}^{-1}$$

$$\frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1}$$

Geschwindigkeiten

Vorschubgeschwindigkeit



- v_f Vorschubgeschwindigkeit
- f_z Vorschub je Schneide
- z Anzahl der Schneiden,
Zähnezahl des Ritzels
- f Vorschub
- n Drehzahl
- P, p Steigung

Vorschubgeschwindigkeit
(Bohren, Drehen)

$$v_f = n \cdot f$$

Vorschubgeschwindigkeit
(Fräsen)

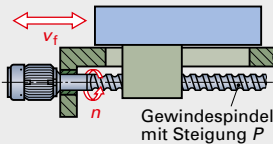
$$v_f = n \cdot f_z \cdot z$$

Vorschubgeschwindigkeit
(Gewindebetrieb)

$$v_f = n \cdot P$$

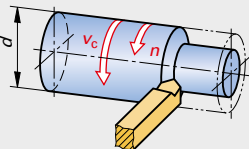
Vorschubgeschwindigkeit
(Zahnstangentrieb)

$$v_f = p \cdot z \cdot n$$



Gewindespindel
mit Steigung P

Schnittgeschwindigkeit, Umfangsgeschwindigkeit



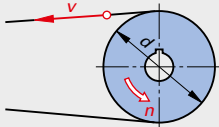
- v_c Schnittgeschwindigkeit
- v Umfangsgeschwindigkeit
- d Durchmesser
- n Drehzahl

Schnittgeschwindigkeit

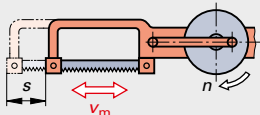
$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Umfangsgeschwindigkeit

$$v = \pi \cdot d \cdot n$$



Mittlere Geschwindigkeit bei Kurbeltrieben



- v_m mittlere Geschwindigkeit
- n Anzahl der Doppelhübe
- s Hublänge

Mittlere Geschwindigkeit

$$v_m = 2 \cdot s \cdot n$$

