



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Mechatronik

J. Dillinger W. Escherich M. Lex T. Neumayr B. Schellmann R. Zweckstätter

Rechnen und Projektieren – Mechatronik

Projektieren · Problemlösen

5. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorf Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 18618

Autoren:

Dillinger, Josef	München
Escherich, Walter	München
Lex, Martin	München
Neumayr, Thomas	München
Schellmann, Bernhard	Kißlegg
Zweckstätter, Robert	München

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises:
Josef Dillinger München

Bildentwürfe: Die Autoren

Bildbearbeitung: Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

5. Auflage 2020, korrigierter Nachdruck 2023

Druck 5 4 3 2

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-1786-4

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2020 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: Festo AG & Co. KG, Esslingen

Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Das vorliegende Buch „**Rechnen und Projektieren – Mechatronik**“ ist ein Lehr- und Übungsbuch für die Ausbildung im Berufsfeld **Mechatronik**.

Das Buch bietet Lehrenden und Lernenden die Möglichkeit Berechnungen in den entsprechenden Lernfeldern durchzuführen und durch eine Vielfalt an Aufgaben das Lösen von Problemen zu üben.

Das Buch ist so aufgebaut, dass die in den einzelnen Lernfeldern auftretenden Berechnungsprobleme mithilfe von Beispielen und Lösungen aufgezeigt werden. Eine Vielzahl von Aufgaben schließen sich den entsprechenden Themenbereichen an. Der Bezug zu den Lernfeldern wird über die Zuordnung der Kapitel zu den Inhalten des KMK-Rahmenlehrplanes geschaffen.

Ein Hauptaugenmerk dieses Buches liegt auf den Problemstellungen der Automatisierungstechnik, die für das Berufsfeld Mechatronik von zentraler Bedeutung sind.

Die Automatisierungstechnik wird unterteilt in

- Verbindungsprogrammierte Steuerungen und
- Speicherprogrammierte Steuerungen,

wobei die Speicherprogrammierten Steuerungen getrennt nach Kleinststeuerungen und modularen Systemen behandelt werden.



Die Einteilung der Steuerungen erfolgt nach der verwendeten Steuerenergie:

- Pneumatische Steuerungen
- Hydraulische Steuerungen
- Elektrische Steuerungen
- Elektropneumatische Steuerungen
- Elektrohydraulische Steuerungen

Die meisten Kapitel wie auch das Kapitel Projekt- und Prüfungsaufgaben sind themenübergreifend angelegt. Sie bieten somit die Möglichkeit der Leistungskontrolle und der Vorbereitung für die Abschlussprüfung im Berufsfeld Mechatronik.

Das Lösungsheft zu „**Rechnen und Projektieren – Mechatronik**“ enthält für die Auszubildenden einen möglichen Lösungsweg der Aufgaben, um die eigenen Lösungen zu überprüfen. Das Lösungsheft erleichtert dem Lehrer die Unterrichtsvorbereitung und ist für das Selbststudium eine wesentliche Hilfe.

Vorwort zur 5. Auflage

In der neuen Auflage wurden die Themenbereiche durch **Animationen**  und **17 interaktive Simulationen**  angereichert, so dass sich die Lernfeldkonzeption in Verbindung mit digitalen Medien im Unterricht umsetzen lässt. Die digitalen Inhalte können auch auf kleinen Displays (Smartphone, Tablet) verifiziert werden. Können Aufgaben mittels Simulationen überprüft werden, wird im Buch ein entsprechender Hinweis gegeben.

Der neue Abschnitt **Simulationsaufgaben** beinhaltet 12 Seiten und ermöglicht durch einfache Aufgaben den Einstieg in die entsprechende Thematik. Entsprechend können durch den Einsatz der Simulationen Zusammenhänge erkannt und Lösungen überprüft werden. Die Konzeption beinhaltet folgende Thematik:

- **Konstante geradlinige Bewegung**
- **Schiefe Ebene**
- **Ohmsches Gesetz**
- **ISO-Toleranzen**
- **Konstante kreisförmige Bewegung**
- **Druck und Kolbenkraft**
- **Reihen- und Parallelschaltung**
- **ISO-Passungen**
- **Hebelgesetz**
- **Hydraulische Presse**
- **Gemischte Schaltung von Widerständen**
- **Einfache Übersetzungen**

Für Anregungen und kritische Hinweise an lektorat@europa-lehrmittel.de sind wir dankbar.

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	7	5	Werkstofftechnik und Hilfsstoffe	45
1.1	Rechnen mit Zahlen und Variablen	7	5.1	Wärmetechnik	45
1.2	Rechnen mit Brüchen	8	5.1.1	Längenänderung bei Erwärmung	45
1.3	Gleichungen und Formeln	10	5.1.2	Volumenänderung bei Erwärmung	46
1.3.1	Gleichungen	10	5.2	Viskosität von Druckflüssigkeiten	47
1.3.2	Formeln	13	5.3	Festigkeitsberechnung	49
1.4	Winkelberechnungen	14	5.3.1	Beanspruchung auf Zug	49
1.5	Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck	16	5.3.2	Beanspruchung auf Druck	51
1.6	Schlussrechnung (Dreisatzrechnung)	18	5.3.3	Beanspruchung auf Flächenpressung	53
1.7	Prozentrechnung	19	5.3.4	Beanspruchung auf Schub (Scherung)	54
1.8	Flächen	21	5.3.5	Schneiden von Werkstoffen	56
1.9	Rauminhalt, Masse und Gewichtskraft	23	5.3.6	Festigkeitsklasse und Einschraubtiefe bei Schrauben	58
1.9.1	Rauminhalt	23	6	Fertigungstechnik	60
1.9.2	Masse und Gewichtskraft	23	6.1	Maßtoleranzen und Passungen	60
1.10	Diagramme	25	6.1.1	Maßtoleranzen	60
1.10.1	Kreisdiagramm	25	6.1.2	Passungen	62
1.10.2	Balkendiagramm	25	6.1.3	ISO-Passungen	63
1.10.3	Histogramm und Paretiogramm	25	6.2	Hauptnutzungszeit beim Bohren, Senken und Reiben	66
2	Datenverarbeitungstechnik	28	6.3	Kostenrechnung, Kalkulation	69
2.1	Zahlensysteme	28	6.4	Schnittkraft und Leistungsbedarf beim Zerspanen	73
2.1.1	Umwandlung von Dualzahlen in Dezimalzahlen	28	7	Mechanische Systeme	75
2.1.2	Umwandlung von Sedezimalzahlen (Hexadezimalzahlen) in Dezimalzahlen	29	7.1	Berechnungen am Zahnrad	75
2.1.3	Umwandlung von Dezimalzahlen in Dualzahlen	29	7.1.1	Zahnradmaße außen- und innenverzahnter Stirnräder mit Geradverzahnung	75
2.1.4	Umwandlung von Dezimalzahlen in Sedezimalzahlen	30	7.1.2	Zahnradmaße außenverzahnter Stirnräder mit Schrägverzahnung	76
2.1.5	Umwandlung von Dualzahlen in Sedezimalzahlen	31	7.1.3	Achsabstand bei Zahnradern	77
2.1.6	Umwandlung von Sedezimalzahlen in Dualzahlen	31	7.2	Übersetzungen und Getriebe	79
2.2	BCD-Code	31	7.2.1	Einfache Übersetzungen	79
2.3	Potenzen und Wurzeln	32	7.2.2	Mehrfache Übersetzungen	82
2.4	Zehnerpotenzen, Vorsätze	33	7.3	Bewegungslehre	85
3	Prüf- und Messtechnik	34	7.3.1	Gleichförmige Bewegung	85
3.1	Messfehler analoger elektrischer Messgeräte	34	7.3.2	Kreisförmige Bewegung	88
3.2	Messfehler digitaler elektrischer Messgeräte	35	7.3.3	Ungleichförmige Bewegung	90
4	Qualitätsmanagement	37	7.4	Kräfte	93
4.1	Grundlagen der Statistik	37	7.4.1	Darstellen von Kräften	93
4.2	Statistische Prozesslenkung mit Qualitäts- regelkarten	40	7.4.2	Zusammensetzen von Kräften	94
4.3	Statistische Berechnungen mit dem Taschenrechner	44	7.4.3	Zerlegen von Kräften	95
			7.4.4	Reibungskräfte	97
			7.5	Rollen und Flaschenzüge	99
			7.6	Hebel und Drehmoment	101
			7.6.1	Hebelgesetz	102
			7.7	Mechanische Arbeit und Energie	104
			7.7.1	Mechanische Arbeit	104
			7.7.2	Die schiefe Ebene	105

7.7.3	Der Keil als schiefe Ebene	106	9.7	Schwingkreise	150
7.7.4	Die Schraube als schiefe Ebene	107	9.7.1	Reihenschaltung von R , L und C	150
7.7.5	Mechanische Energie	108	9.7.2	Parallelschaltung von R , L und C	152
7.8	Mechanische Leistung	110	9.8	Transformator	154
7.9	Wirkungsgrad	111			
8	Gleichstromtechnik	115	10	Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)	155
8.1	Elektrische Ladung und Stromstärke	115	10.1	Sternschaltung (symmetrisch, gleichartig)	155
8.2	Stromdichte	116	10.2	Dreieckschaltung (symmetrisch, gleichartig)	156
8.3	Widerstand und Leitwert	117	10.3	Leistung bei Stern-Dreieckschaltung (symmetrisch)	158
8.4	Temperaturabhängige Widerstände	120	10.4	Drehstromkompensation	159
8.5	Ohmsches Gesetz	121	11	Elektrische Antriebe	160
8.6	Reihenschaltung von Widerständen	122	11.1	Drehstrom-Asynchronmotor	160
8.7	Parallelschaltung von Widerständen	123	11.2	Gleichstrommotoren	163
8.8	Gemischte Schaltungen	124	11.2.1	Nebenschlussmotor/Fremderregter Motor	163
8.9	Spannungsteiler	126	11.2.2	Reihenschlussmotor/Doppelschlussmotor	166
8.9.1	Der unbelastete Spannungsteiler	126			
8.9.2	Der belastete Spannungsteiler	127	12	Elektrische Anlagen	168
8.10	Wheatstone'sche Brückenschaltung	128	12.1	Fehlerstromkreis	168
8.11	Die elektrische Leistung	130	12.2	Schutz durch Abschaltung mit Überstrom-Schutzeinrichtungen im TN-System	170
8.12	Die elektrische Arbeit	131	12.3	Schutz durch Abschaltung mit RCD im TT-System	172
8.13	Das elektrische Feld	132	12.4	Leitungsschutz	173
8.14	Kondensator	133	12.5	Leitungsberechnung	175
8.14.1	Ladung und Kapazität eines Kondensators	133	12.5.1	Spannungsfall auf Gleichstromleitungen	175
8.14.2	Bauform und Kapazität eines Kondensators	134	12.5.2	Spannungsfall auf Wechselstromleitungen	177
8.14.3	Schaltungsarten von Kapazitäten	135	12.5.3	Spannungsfall auf 3-Wechselstromleitungen	179
8.14.4	Lade- und Entladeverhalten eines Kondensators	136	13	Gleichrichterschaltungen	181
8.15	Spulen	137	13.1	Ungesteuerte Gleichrichterschaltungen	181
8.15.1	Bauform und Induktivität einer Spule	137	13.2	Gesteuerte Gleichrichterschaltungen	183
8.15.2	Schaltungsarten von Induktivitäten	138	14	Fluidtechnik: Pneumatik	185
8.15.3	Ein- und Ausschaltverhalten einer Spule	139	14.1	Druckarten und Druckeinheiten	185
8.16	Gleichstromverhalten von Halbleiterdioden	140	14.2	Zustandsänderungen bei Gasen	187
8.17	Bipolartransistor	141	14.3	Kolbenkraft	188
8.17.1	Bipolartransistor als Gleichstromverstärker	141	14.4	Luftverbrauch in pneumatischen Anlagen	190
8.17.2	Bipolartransistor als Schalter	142	14.5	Vakuumtechnik – Handhabung mit Unterdruck	192
9	Wechselstrom	143	15	Fluidtechnik: Hydraulik	195
9.1	Periodendauer, Frequenz und Kreisfrequenz	143	15.1	Hydrostatik – Hydrostatischer Druck, Kolbenkraft	195
9.2	Momentanwert der Spannung	143	15.2	Hydrostatik – Hydraulische Presse	197
9.3	Momentanwert des Stroms	144	15.3	Hydrostatik – Druckübersetzung	199
9.4	Effektivwert und Scheitelwert von Spannung und Strom	144			
9.5	Leistung im Wechselstromkreis	146			
9.6	Bauteile im Wechselstromkreis	148			
9.6.1	Blindwiderstand von Kapazitäten	148			
9.6.2	Blindwiderstand von Induktivitäten	149			

15.4	Hydrodynamik – Flüssigkeiten in Bewegung	200	18.4.5	Konnektor, Merker und Flankenauswertungen in einer SPS	276
15.5	Hydrodynamik – Hydraulische Leistung	202	18.4.6	Zeitoperationen einer SPS	278
16	NC-Technik	204	18.4.7	Zähl- und Vergleichsoperationen einer SPS	281
16.1	Geometrische Grundlagen	204	18.4.8	Ablaufsteuerungen und strukturierte Programmierung	283
16.2	Koordinatenmaße	207	18.4.9	Analogwertverarbeitung mit SPS	287
16.3	Werkstücke mit geradlinigen und kreisbogenförmigen Konturen	211	18.5	Systematischer Entwurf von Schaltplänen und Steuerungslösungen	293
17	Regelungstechnik	214	18.5.1	Funktions- und SR-Tabellen	293
17.1	Regelkreis	214	18.5.2	Programmablaufplan und Struktogramm	293
17.2	Regelungsarten	215	18.5.3	Ablauf-Funktionsplan: Grafacet	293
17.3	Strecken	216	18.6	Bussystemtechnik	300
17.3.1	Strecken mit Ausgleich	216	18.7	Kommunikation in Netzen	303
17.3.2	Strecken ohne Ausgleich (I-Strecken)	223	19	Projekt- und Prüfungsaufgaben	307
17.4	Regler	225	19.1	Drehstrom-Asynchronmotor und Riemenantrieb	307
17.4.1	Zweipunktregler	225	19.2	Transportband	308
17.5	Regler mit Operationsverstärker (OPV)	228	19.3	Qualitätssicherung	309
17.5.1	OPV als Komparator (Zweipunktregler)	228	19.4	Getriebe	312
17.5.2	Nichtinvertierender Verstärker (P-Regler)	229	19.5	Tauchbad	315
17.5.3	Invertierender Verstärker (P-Regler)	230	19.6	Paternoster	319
17.5.4	OPV als Integrierer (I-Regler)	231	19.7	Spannen mit Hydraulik	323
17.5.5	OPV als Differenzierer (D-Regler)	233	19.8	Werkstattschleifmaschine	328
17.6	Fuzzy-Logik und Fuzzy-Control	234	19.9	Pneumatische Steuerung mit zwei Schaltkreisen	330
17.6.1	Scharfe und unscharfe Werte	235	19.10	Elektropneumatik – Sortieren von Materialien	332
17.6.2	Fuzzifizierung	236	20	Simulationsaufgaben	335
17.6.3	Mengenverknüpfungen	238		Konstante geradlinige Bewegungen	335
17.6.4	Inferenz	240		Konstante kreisförmige Bewegungen	336
17.6.5	Defuzzifizierung	242		Hebelgesetz	337
18	Automatisierungstechnik	243		Schiefe Ebene	338
18.1	Logische Verknüpfungen	243		Druck und Kolbenkraft	339
18.2	Speichern von Signalen	248		Hydraulische Presse	340
18.3	Verbindungsprogrammierte Steuerungen: VPS	250		Ohmsches Gesetz	341
18.3.1	Pneumatische Steuerungen	250		Reihenschaltung und Parallelschaltung von Widerständen	342
18.3.2	Elektropneumatische Steuerungen	254		Gemischte Schaltung von Widerständen	343
18.3.3	Hydraulische und elektrohydraulische Steuerungen	263		ISO-Toleranzen	344
18.4	Speicherprogrammierbare Steuerungen (SPS)	266		ISO-Passungen	345
18.4.1	SPS als Kleinststeuerung (Steuerrelais)	266		Einfache Übersetzungen	346
18.4.2	SPS als modulares System	269	Anhang		347
18.4.3	Grundverknüpfungen in einer SPS	272	Sachwortverzeichnis		361
18.4.4	Öffner als Eingangsvariable und Speicherfunktionen der SPS	274			

1 Grundlagen

1.1 Rechnen mit Zahlen und Variablen

Für das Rechnen mit Zahlen und Variablen müssen verschiedene Regeln und Gesetzmäßigkeiten berücksichtigt werden (**Tabelle 1**). Dabei gilt vom Grundsatz her, dass Punktrechnung vor Strichrechnung durchgeführt werden muss.

Variablen sind Platzhalter für beliebige Zahlenwerte. Für die Variablen werden meist Kleinbuchstaben verwendet. Schreibt man ein Mehrfaches einer Variablen, z. B. $4 \cdot a = 4a$, oder das Produkt aus zwei Variablen, z. B. $a \cdot b = ab$, dann kann das Multiplikationszeichen gesetzt oder weggelassen werden.

Tabelle 1: Gesetze und Regeln

Kommutativgesetz		
Vertauschen von Summanden	$2 - 8 + 4 = 4 + 2 - 8 = -2$	$a - b + c = a + c - b$
Vertauschen von Faktoren	$6 \cdot 3 \cdot 4 = 4 \cdot 6 \cdot 3 = 72$	$a \cdot b \cdot c = c \cdot a \cdot b$
Assoziativgesetz		
Zusammenfassen von Summanden	$4 - 3 + 9 = (4 + 9) - 3 = 10$	$6a + 4b - 3a = (6a - 3a) + 4b = 3a + 4b$
Zusammenfassen von Faktoren	$2 \cdot 5 \cdot 6 = (6 \cdot 5) \cdot 2 = 60$	$a \cdot b \cdot c = (a \cdot c) \cdot b$
Vorzeichenregeln		
Summieren von Zahlen	$13 + (7 - 2) = 13 + 7 - 2 = 18$ $13 - (7 - 2) = 13 - 7 + 2 = 8$	$a - (b - c) = a - b + c$
Multiplizieren von Zahlen	$3 \cdot 5 = 15$ $(-3) \cdot (-5) = 15$ $(-3) \cdot 5 = 3 \cdot (-5) = -15$	$a \cdot x = ax$ $(-a) \cdot (-x) = ax$ $(-a) \cdot b = a \cdot (-b) = -ab$
Minuszeichen vor der Klammer	$9 - 2 - 5 = 9 - (2 + 5) = 2$	$a - b - c = a - (b + c)$
Distributivgesetz		
Multiplizieren mit Summen	$3 \cdot (6 + 2) = 3 \cdot 6 + 3 \cdot 2 = 24$	$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$
Multiplizieren von Summen	$(7 + 2) \cdot (5 - 3)$ $= 7 \cdot 5 - 7 \cdot 3 + 2 \cdot 5 - 2 \cdot 3$ $= 9 \cdot 2 = 18$	$(a - b) \cdot (c + d)$ $= ac + ad - bc - bd$

Aufgaben Rechnen mit Zahlen und Variablen

- a) $217,583 - 27,14 \cdot 0,043 + 12$
 c) $7,1 + 16,27 + 14,13 \cdot 17,0203$
 e) $857 - 3,52 \cdot 97,25 - 16,386 + 1,1$

b) $16,25 + 14,12 \cdot 6,21$
 d) $74,24 - 1,258 \cdot 12,8$
 f) $119,2 + 327,351 - 7,04 \cdot 7,36$
- a) $17,13 + 13,25 + 15,35 : 2$

b) $34,89 + 241,17 : 21,35 - 12,46 : 2,2$
- a) $243 : 0,04 - 92,17 - 13,325 + 124,3 : 3,5$

b) $507 : 0,05 - 261,17 - 114,325 + 142,3 : 18,4$
- a) $(a - b) \cdot 3y$
 c) $(-a - b) \cdot (-4)$

b) $(x + 2) \cdot 4x$
 d) $(22a - 4ab) : 2a$

5. a) $4a \cdot 2c \cdot 3b$ b) $6 \cdot 3,5b - b \cdot 4$
 c) $(-2,5b) \cdot (-4a + 3b)$ d) $(-a + 4b - \frac{1}{2}c) \cdot 2b$
6. a) $18 \cdot (-5) + (-3) \cdot (-7)$ b) $120 : (-6) - (-15) : 5$
 c) $\frac{-96}{16} + \frac{65}{-15}$ d) $\frac{148}{37} - \frac{-85}{17}$
7. a) $\frac{24,75 + 15}{12,5} + \frac{38,7 - 2,08}{0,36} - \frac{44,2 \cdot 13,1}{20,05 - 1,7}$ b) $34,2 \cdot \frac{23,4 - 8,6}{2,4} - \frac{13,8 + 22,7}{27 - 3,5} \cdot 20,6$
 c) $(23,7 - 2,8) \cdot \frac{15,1 - 3,7}{16,9}$ d) $\frac{25 \cdot (20,1 - 16,58)}{(34,85 - 2,97) \cdot 4,6}$
8. a) $3a \cdot 4b - 10a \cdot 2b$ b) $25x \cdot (-10y) + 13x \cdot (-5y)$
 c) $-8m \cdot 2n + 7,5m \cdot (-2n)$ d) $(-16a) \cdot (-5c) - (-5a) \cdot (-2c)$
9. a) $-3a \cdot (8x - 5x) - 2a \cdot (20x - 12x)$ b) $-3x \cdot (8x - 5x) + 3x \cdot (-12x - 33x)$
 Die Klammerausdrücke sind zu multiplizieren.
10. a) $6 \cdot (a + b)$ b) $2a \cdot (5a + 3b)$ c) $(3x - 2y) \cdot a$ d) $(3x + 4y) \cdot (6a + 9b)$
 e) $(a - 5) \cdot (6 + b)$ f) $(a + b) \cdot (a + b)$ g) $(a - b) \cdot (a - b)$ h) $(a + b) \cdot (a - b)$
11. a) $(a + b)(x - 2)$ b) $(3a - 2b)(3x - 4)$
 c) $3a(4 - b)(2 - 3a)$ d) $4a \cdot 3b(-x) + 3b \cdot 2a$
12. a) $4x - (0,5x + 3,5y) - (2x + 8y) \cdot 3$
 b) $3ax(c - 4)(3a - 2d)$

1.2 Rechnen mit Brüchen

Beim Rechnen mit Brüchen besteht der Rechenausdruck aus einem Zähler und einem Nenner, die durch eine Linie getrennt sind. Die Linie steht beim Bruchrechnen für den Doppelpunkt der einfachen Division. In der Tabelle sind die Gesetzmäßigkeiten der Bruchrechnung zusammengefasst (**Tabelle 1**).

Tabelle 1: Gesetze und Regeln zum Bruchrechnen

Erweitern und Kürzen	$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{6}{9}$	$\frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$	$\frac{6a}{4b} = \frac{3a}{2b}$
Addieren von Brüchen	$\frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 15 - 2 \cdot 20 + 3 \cdot 12}{60} = \frac{15 - 40 + 36}{60} = \frac{11}{60}$		
Bruchrechnen mit Summen	$\frac{2}{3} - \frac{a+3}{b-4} = \frac{2(b-4) - 3(a+3)}{3 \cdot (b-4)} = \frac{2b-8-3a-9}{3b-12} = \frac{2b-3a-17}{3b-12}$		
Multiplizieren von Brüchen	$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$	$5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{15}{4}$	
Dividieren von Brüchen	$\frac{3}{4} : \frac{3}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 3} = \frac{5}{4}$		
Dezimalbruch	$3 : \frac{3}{4} = 3 \cdot \frac{4}{3} = \frac{12}{3} = 4$	$\frac{2}{3} : 4 = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$	
	$\frac{3}{8} = 0,375$	$0,65 = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$	

Aufgaben Rechnen mit Brüchen

1. Die folgenden Brüche sind zu addieren bzw. zu subtrahieren.

a) $\frac{1}{5} + \frac{5}{6} + \frac{4}{9} + \frac{3}{12} + \frac{5}{7}$ b) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{3}{8} - \frac{7}{10}$

c) $3\frac{3}{4} - 5\frac{7}{8} - \frac{2}{3} + 9\frac{4}{5}$ d) $\frac{13,5 + 6,5}{42,8 - 12,8} - \frac{48 + 12}{50}$

3. Die folgenden Brüche sind zu dividieren.

a) $\frac{6}{7}, \frac{12}{15}, \frac{27}{35}$ jeweils durch 7

b) $7\frac{2}{5}, 8\frac{7}{9}, 14\frac{1}{6}$ jeweils durch $\frac{3}{5}$

5. Die folgenden Ausdrücke sind zu vereinfachen.

a) $4ab : \frac{1}{2}a$

b) $\frac{5x}{y} : 3x$

7. Die Dezimalbrüche sind in Brüche zu verwandeln.

a) 0,9375

b) 0,375

c) 0,85

2. Die folgenden Brüche sind zu multiplizieren.

a) $\frac{13}{4}; 7\frac{2}{7}; 12\frac{1}{3}$ jeweils mit 5

b) $\frac{1}{6}; \frac{7}{16}; \frac{9}{23}$ jeweils mit $\frac{1}{3}$

4. Folgende Brüche sind auf 3 Kommastellen gerundet in Dezimalbrüche zu verwandeln.

a) $\frac{1}{4}, \frac{4}{15}, \frac{1}{3}, \frac{3}{7}, \frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{21}, \frac{7}{29}, \frac{1}{125}, \frac{38}{45}, \frac{97}{12}$

6. Die Doppelbrüche sind zu vereinfachen.

b) $\frac{\frac{5}{3}}{\frac{8}{14} + \frac{8}{21}}$

b) $\frac{51}{\frac{7}{10} - \frac{23}{28}}$

8. Berechnen Sie folgende Brüche.

a) $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

b) $\frac{x}{y} : \frac{r}{t}$

c) $\frac{a}{b} : c$

d) $\frac{5}{a \cdot b} - \frac{20}{ac} + 10$

9. Berechnen Sie die Doppelbrüche

a) $\frac{1}{\frac{2}{m} + \frac{3}{n}}$

b) $\frac{2}{\frac{10}{r} - \frac{2}{s}}$

c) $x + y \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

d) $\frac{15a + 10}{\frac{3}{2} + \frac{1}{a}}$

e) $\frac{2m - n}{\frac{1}{m} - \frac{2}{n}}$

f) $\frac{5x - 6y}{\frac{3}{2x} - \frac{5}{4y}}$

10. Zusammenfassen von Brüchen

a) $\frac{2x}{5a-3} - \frac{2}{5a+3} + \frac{10a-6}{25a^2-9}$

b) $\frac{2}{a-1} + \frac{4}{a-2} + \frac{4a}{2a^2-6a+4}$

11. Multiplizieren und Dividieren von Bruchtermen

a) $\frac{x+2}{ac} \cdot \frac{x-2}{x} \cdot \frac{acx}{(x-2)^2}$

b) $\frac{2ax}{4n} \cdot \frac{12mn}{3c} \cdot \frac{4}{(-y)}$

c) $2 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$
 $\frac{2 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a}}{b+a}$

d) $\frac{a^2 - b^2}{a+b} \cdot \frac{3b}{a-b}$

1.3 Gleichungen und Formeln

Mathematische und naturwissenschaftliche Gesetze und Zusammenhänge lassen sich durch Gleichungen und Formeln darstellen.

In Formeln verwendet man für häufig vorkommende Größen bestimmte Buchstaben als Formelzeichen.

1.3.1 Gleichungen

Tabelle 1: Gleichungsarten

Gleichungsart	Beispiel
Größengleichungen (Formeln) stellen die Beziehungen zwischen Größen dar.	$v = \pi \cdot d \cdot n$
Zahlenwertgleichungen geben die Beziehungen von Zahlenwerten und Größen wieder. Sie sollten nur in besonderen Fällen verwendet werden.	$P = \frac{Q \cdot p_e}{600}$ gilt nur für: Q Volumenstrom in l/min p_e Druck in bar P Leistung in kW
Bestimmungsgleichungen sind algebraische Gleichungen, bei denen der Wert einer Variablen zu berechnen ist	$x + 3 = 8$ $ -3$ $x = 8 - 3$ $x = 5$ Der Wert von x ist durch die übrigen Größen 3 und 8 eindeutig bestimmt.

■ Aufbau von Gleichungen

Man kann eine Gleichung mit einer Waage im Gleichgewicht vergleichen (**Bild 1**).

Dabei sind die Werte auf der linken Seite und die Werte auf der rechten Seite gleich groß. Zwischen der linken und der rechten Größe steht das Gleichheitszeichen.

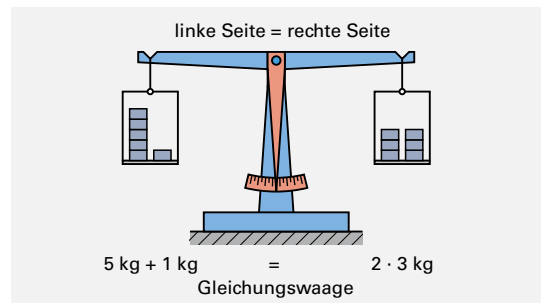


Bild 1: Balkenwaage

■ Umstellen von Gleichungen

Die Waage bleibt im Gleichgewicht, wenn die Inhalte der rechten und der linken Waagschale vertauscht werden.

Wird der Inhalt einer Waagschale verändert, so bleibt die Waage nur dann im Gleichgewicht, wenn der Inhalt der anderen Waagschale ebenso verändert wird. Daraus ergeben sich für das Lösen von Gleichungen folgende Regeln:

- Die Seiten einer Gleichung können vertauscht werden.
- Verändert man eine Seite der Gleichung, so muss man auch die andere Seite um den gleichen Wert verändern.
- Soll die in einer Gleichung enthaltene Unbekannte berechnet werden, formt man die Gleichung so um, dass die gesuchte Größe allein auf der linken Seite im Zähler steht und positiv ist.
- Stellt man eine Größe einer Gleichung von der einen Seite der Gleichung auf die andere Seite, so erhält sie das entgegengesetzte Rechenzeichen.