



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für Chemieberufe

# Technische Mathematik und Datenauswertung für Laborberufe

Eckhard Ignatowitz, Henrik Althaus, Ernst Bartels, Holger Rapp

8. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr. 71713**

Autoren in alphabetischer Reihenfolge

Dr. Henrik Althaus, OStR	Stade
Dr. Ernst Bartels, StD a. D.	Winsen/Aller
Dr. Eckhard Ignatowitz, StR a. D.	Waldbronn
Holger Rapp, Dipl.-Ing., Dipl.-Wirt.-Ing	Waldbronn

Autoren bis zur 6. Auflage:

Dr. Klaus Brink, OStR †	Leverkusen
Gew.-Lehrer Gerhard Fastert, OStR †	Stade

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Dr. Eckhard Ignatowitz

Bildentwürfe: Die Autoren

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

8. Auflage 2021

Druck 5 4 3 2

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-8383-8

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2021 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
[www.europa-lehrmittel.de](http://www.europa-lehrmittel.de)

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt

Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, Radevormwald

Umschlagfoto: © angellodeco – stock.adobe.com

Druck: Plump Druck & Medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

## Vorwort

Das Buch **TECHNISCHE MATHEMATIK UND DATENAUSWERTUNG FÜR LABORBERUFE** ist ein Lehr- und Übungsbuch für die schulische und betriebliche Ausbildung im Bereich fachbezogener Berechnungen sowie der Labordaten- und Prozessdatenauswertung.

Dieses Lehrbuch ist geeignet für Auszubildende zum Chemielaborant/in, Lacklaborant/in und Biologielaborant/in. Auch in den Berufsfachschulen Chemisch-technischer Assistent/in, Biologisch-technischer Assistent/in, Pharmazeutisch-technischer Assistent/in und Umwelt-technischer Assistent/in, an Fachschulen für Biotechniker, Chemotechniker und Umweltschutztechniker sowie in der Fachoberschule Technik (Fachrichtung Chemie), der Berufsoberschule und in naturwissenschaftlich ausgerichteten Gymnasien ist es einsetzbar.

Die Auswahl der Inhalte orientiert sich an den Rahmenlehrplänen für die Ausbildungsberufe Chemielaborant/Chemielaborantin, Biologielaborant/Biologielaborantin und Lacklaborant/Lacklaborantin.

Dieses Buch vermittelt neben den mathematischen Grundkenntnissen die Vielfalt der berufsbezogenen mathematischen Kenntnisse aus den Bereichen Chemie, Physik, Statistik, Reaktionskinetik, Analytik, Qualitätssicherung, Beschichtungsstoffe und Informatik. Es ist ein kompetenter Begleiter während der Ausbildung und ein guter Vorbereiter auf die Prüfung.

Durch seinen modularen Aufbau ist das Buch uneingeschränkt für den Lernfeld-orientierten Unterricht geeignet. Den Beispielen und Übungsaufgaben liegen konsequent Problemstellungen aus dem Berufsalltag der Laborberufe zugrunde. Besonderer Wert wurde darauf gelegt, die zahlreichen Vorgänge und Geräte durch Abbildungen zu veranschaulichen. Wichtige Gesetzmäßigkeiten und Formeln sind optisch hervorgehoben.

Am Ende eines Kapitels folgen zahlreiche praxisorientierte Übungsaufgaben, die zur Festigung des Erlerten, zur Leistungskontrolle oder zur Prüfungsvorbereitung verwendet werden können.

Die Lösungen der Beispielaufgaben sind überwiegend mit Größengleichungen gerechnet. Wo es sinnvoll ist, wird alternativ auch die Schlussrechnung angewendet. Dabei wird das Runden der Ergebnisse auf die Anzahl signifikanter Ziffern oder Stellen konsequent berücksichtigt.

In einigen Kapiteln werden die Möglichkeiten zur Nutzung von Taschenrechnern mit Statistikfunktionen sowie eines Tabellenkalkulationsprogramms bei der rechnerischen oder grafischen Auswertung von Daten und Datenreihen vorgestellt.

Die im Rahmenlehrplan der Laborberufe geforderte Kompetenz zur Nutzung englischsprachlicher Informationsquellen wird durch die Angabe der Fachbegriffe in englischer Sprache (jeweils in Klammern hinter der deutschen Bezeichnung) im Text sowie im Sachwortverzeichnis unterstützt.

Bei den Bestimmungsmethoden physikalischer oder chemischer Größen sind im Text oder in den tabellarischen Übersichten die entsprechenden DIN-Normen angegeben. Die Bezeichnung von Stoffen folgt den Vorgaben der IUPAC, aber auch die in der Anlagen- und Laborpraxis üblichen technischen Namen werden aufgeführt, soweit sie von der IUPAC als weiterhin erlaubt gekennzeichnet sind.

Zum Lehrbuch **Technische Mathematik und Datenauswertung für Laborberufe** gibt es ein **Lösungsbuch** mit durchgerechneten Lösungswegen sowie methodischen Hinweisen (Europa-Nr. 71764).

In der **8. Auflage** des vorliegenden Buches wurde eine Vielzahl von Verbesserungen durchgeführt:

- Ein neues, vielfarbiges Layout wurde realisiert, das die schnelle Erfassung der Inhalte erleichtert.
- Die Aufgaben wurden durch präzise Formulierungen und Bilder anschaulicher gestaltet.

Neu aufgenommen wurden die Themen:

- Bestimmung von Abwasser-Kennwerten (Seiten 280 bis 285) und Bestimmung der Wasserhärte (Seiten 286 bis 289)
- Verdünnungsstrategien bei fotometrischen Bestimmungen (Seiten 307 bis 310)
- Moderne Analysegeräte, z.B. Biegeschwinger (Seite 444), Molare Masse (Seite 465).

Die Autoren und der Verlag freuen sich über kritisch-konstruktive Hinweise und Verbesserungsvorschläge zum Buch. Bitte richten Sie Ihre Zuschriften per e-mail an: [Lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:Lektorat@europa-lehrmittel.de)

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b> <b>Mathematische Grundlagen, praktisches Rechnen</b> ..... 8	<b>2.5</b> <b>Versuchs- und Prozessdatenauswertung mit dem Computer</b> ..... 59
1.1 Zahlenarten ..... 8	2.5.1 Das Tabellenkalkulationsprogramm Excel ..... 59
1.2 Größen, Einheiten, Zeichen, Formeln ..... 9	2.5.2 Auswertung von Messreihen mit Excel ..... 61
1.3 Grundrechnungsarten ..... 10	2.5.3 Diagramme zeichnen mit Excel ..... 64
1.3.1 Addieren und Subtrahieren ..... 10	2.5.4 Regressionsanalyse mit Excel ..... 68
1.3.2 Multiplizieren ..... 11	
1.3.3 Dividieren ..... 12	
<b>1.4 Berechnen zusammengesetzter Ausdrücke</b> ..... 13	
<b>1.5 Bruchrechnen</b> ..... 14	<b>3</b> <b>Ausgewählte physikalische Berechnungen</b> ..... 74
1.5.1 Addieren und Subtrahieren von Brüchen ..... 14	3.1 Größen, Zeichen, Einheiten, Umrechnungen ..... 74
1.5.2 Multiplizieren und Dividieren von Brüchen ..... 15	3.2 Berechnung von Längen, Flächen, Oberflächen und Volumina ..... 79
<b>1.6 Rechnen mit Potenzen</b> ..... 16	3.2.1 Längenberechnung ..... 79
<b>1.7 Rechnen mit Wurzeln</b> ..... 18	3.2.2 Umfangs- und Flächenberechnung ..... 80
<b>1.8 Rechnen mit Logarithmen</b> ..... 20	3.2.3 Oberflächen- und Volumenberechnung ..... 81
1.8.1 Definition des Logarithmus ..... 20	3.3 Berechnung von Masse, Volumen und Dichte ..... 83
1.8.2 Berechnen dekadischer Logarithmen ..... 21	3.4 Bewegungsvorgänge ..... 88
1.8.3 Berechnen natürlicher Logarithmen ..... 21	3.5 Strömende Medien in Rohrleitungen ..... 92
1.8.4 Logarithmengesetze ..... 22	3.6 Kräfte ..... 94
1.8.5 Logarithmieren bei der pH-Wert-Berechnung ..... 22	3.7 Arbeit ..... 97
<b>1.9 Lösen von Gleichungen</b> ..... 23	3.8 Leistung ..... 99
1.9.1 Lineare Bestimmungsgleichungen ..... 23	3.9 Energie ..... 101
1.9.2 Quadratische Bestimmungsgleichungen ..... 24	3.10 Wirkungsgrad ..... 103
1.9.3 Wurzelgleichungen ..... 25	3.11 Druck und Druckarten ..... 105
1.9.4 Exponentialgleichungen ..... 25	3.12 Druck in Flüssigkeiten ..... 106
1.9.5 Umstellen von Größengleichungen ..... 26	3.13 Auftriebskraft ..... 109
<b>1.10 Rechnen mit Winkeln und Winkelfunktionen</b> ..... 27	3.14 Gaskinetik ..... 111
<b>1.11 Berechnungen mit dem Dreisatz</b> ..... 28	3.15 Druck in Gasen, Gasgesetze ..... 112
<b>1.12 Berechnungen mit Proportionen</b> ..... 30	3.16 Sättigungsdampfdruck, Partialdruck ..... 114
<b>1.13 Berechnungen mit Anteilen</b> ..... 31	3.17 Luftfeuchtigkeit ..... 116
<b>2</b> <b>Auswertung von Messwerten und Prozessdaten</b> ..... 36	<b>4</b> <b>Stöchiometrische Berechnungen</b> ..... 122
<b>2.1 Messtechnik in der Chemie</b> ..... 36	4.1 Grundgesetze der Chemie ..... 122
2.1.1 Grundbegriffe der Messtechnik ..... 36	4.2 Aufbau der chemischen Elemente ..... 122
2.1.2 Unsicherheit von Messwerten ..... 37	4.3 Symbole und Ziffern in chemischen Formeln ..... 124
2.1.3 Messgenauigkeit im Labor und Chemiebetrieb ..... 38	4.4 Quantitäten von Stoffportionen ..... 125
<b>2.2 Rechnen mit Messwerten</b> ..... 42	4.4.1 Stoffmenge ..... 125
2.2.1 Signifikante Ziffern ..... 42	4.4.2 Molare Masse ..... 126
2.2.2 Runden ..... 42	4.4.3 Atomare Masseneinheit ..... 127
2.2.3 Rechnen mit Messwerten ohne angegebene Unsicherheit ..... 43	4.5 Zusammensetzung von Verbindungen und Elementen ..... 128
2.2.4 Rechnen mit Messwerten mit angegebener Unsicherheit ..... 44	4.5.1 Massenanteile von Bestandteilen in Verbindungen ..... 128
<b>2.3 Auswertung von Messwertreihen</b> ..... 45	4.5.2 Masse der Bestandteile in Portionen von Verbindungen ..... 128
2.3.1 Statistische Kennwerte ..... 45	4.5.3 Zusammensetzung von Isotopengemischen ..... 129
2.3.2 Absoluter und relativer Fehler ..... 45	4.6 Empirische Formel, Molekülformel (Teilchenformel) ..... 130
2.3.3 Standardabweichung ..... 46	4.6.1 Berechnung der empirischen Formel einer Verbindung ..... 131
2.3.4 Gauß'sche Normalverteilung ..... 47	4.6.2 Berechnung der Molekülformel einer Verbindung ..... 132
2.3.5 Auswertung mit dem Taschenrechner und Computer ..... 47	4.6.3 Ermittlung der Molekülformel mit der Elementaranalyse ..... 133
<b>2.4 Darstellung von Messergebnissen</b> ..... 49	<b>4.7</b> <b>Berechnungen mit Gasportionen</b> ..... 134
2.4.1 Messwerte in Wertetabellen ..... 49	4.7.1 Gase bei Normbedingungen ..... 134
2.4.2 Grafische Darstellung von Messwerten ..... 50	4.7.2 Gasportionen bei beliebigen Drücken und Temperaturen ..... 136
2.4.3 Arbeiten mit Diagrammen in der Chemie ..... 52	4.7.3 Bestimmung der molaren Masse aus der allgemeinen Gasgleichung ..... 138
2.4.4 Funktionsgraphen ..... 54	
2.4.5 Linearisieren einer Kurve ..... 56	
2.4.6 Verwendung grafischer Papiere ..... 57	

4.7.4	Dichte einer Gasportion .....	139	6.5	<b>Massenwirkungsgesetz für Gasgleichgewichte .....</b>	214
<b>4.8</b>	<b>Rechnen mit Reaktionsgleichungen .....</b>	140	6.6	<b>Verschiebung der Gleichgewichtslage .....</b>	216
4.8.1	Aufbau von Reaktionsgleichungen .....	140	<b>7</b>	<b>Rechnen mit Ionengleichgewichten .....</b>	220
4.8.2	Aufstellen von Reaktionsgleichungen .....	142	7.1	<b>Protonengleichgewichte .....</b>	220
4.8.3	Oxidationszahlen .....	145	7.1.1	Protonengleichgewicht des Wassers .....	220
4.8.4	Aufstellen von Redox-Gleichungen .....	147	7.1.2	pH-Wert .....	221
<b>4.9</b>	<b>Umsatzberechnung bei chemischen Reaktionen .....</b>	151	7.1.3	pH-Wert starker Säuren und Basen .....	223
4.9.1	Umsatzberechnung bei Einsatz reiner Stoffe .....	151	7.1.4	Dissoziationsgrad $\alpha$ , Protonengrad .....	224
4.9.2	Umsatzberechnung bei Einsatz verunreinigter oder gelöster Stoffe .....	153	7.1.5	Berechnung des pH-Werts aus der Säure- und Basenkonstante .....	225
4.9.3	Umsatzberechnung bei Gasreaktionen .....	157	7.1.6	pH-Wert schwacher Säuren und Basen .....	227
4.9.4	Umsatzberechnung unter Berücksichtigung der Ausbeute .....	159	7.1.7	pH-Wert mehrprotoniger Säuren .....	228
<b>4.10</b>	<b>Kernreaktionen .....</b>	166	7.1.8	Das Ostwald'sche Verdünnungsgesetz .....	229
<b>5</b>	<b>Rechnen mit Gehaltsgrößen von Mischungen .....</b>	168	7.1.9	pH-Wert von Pufferlösungen .....	230
5.1	<b>Gehaltsgrößen von Mischungen .....</b>	168	7.1.10	Lage von Protonengleichgewichten .....	232
5.1.1	Massenanteil $w$ .....	170	7.2	<b>Löslichkeitsgleichgewichte .....</b>	233
5.1.2	Volumenanteil $\varphi$ .....	172	<b>8</b>	<b>Analytische Bestimmungen .....</b>	237
5.1.3	Stoffmengenanteil $\chi$ .....	173	8.1	<b>Thermogravimetrische Analysen .....</b>	238
5.1.4	Umrechnen der verschiedenen Anteile .....	175	8.1.1	Feuchtigkeits- und Trockengehaltsbestimmungen von Feststoffen .....	238
5.1.5	Massenkonzentration $\beta$ .....	177	8.1.2	Bestimmung des Wassergehalts in Ölen .....	239
5.1.6	Volumenkonzentration $\sigma$ .....	178	8.1.3	Glührückstandsbestimmungen .....	240
5.1.7	Stoffmengenkonzentration $c$ und Äquivalentkonzentration $c(1/z \cdot X)$ .....	179	8.1.4	Thermogravimetrie .....	241
5.1.8	Umrechnen der verschiedenen Konzentrationen .....	181	8.1.5	Gravimetrische Fällungsanalysen .....	243
5.1.9	Löslichkeit $L^*$ .....	183	<b>8.2</b>	<b>Volumetrische Bestimmungen (Maßanalyse) .....</b>	246
<b>5.2</b>	<b>Umrechnen von Anteilen – Konzentrationen – Löslichkeiten .....</b>	185	8.2.1	Durchführung einer Maßanalyse .....	246
5.2.1	Umrechnung Massenanteil $w(X) \Leftrightarrow$ Stoffmengenkonzentration $c(X)$ .....	185	8.2.2	Maßanalyse mit aliquoten Teilen .....	246
5.2.2	Umrechnung Massenanteil $w(X) \Leftrightarrow$ Massenkonzentration $\beta(X)$ .....	186	8.2.3	Gehaltsangaben von Maßlösungen .....	247
5.2.3	Umrechnung: Massenanteil $w(X) \Leftrightarrow$ Volumenkonzentration $\sigma(X)$ .....	186	8.2.4	Herstellen von Maßlösungen .....	249
5.2.4	Umrechnung: Massenanteil $w(X) \Leftrightarrow$ Löslichkeit $L^*(X)$ .....	187	8.2.5	Titer von Maßlösungen .....	250
<b>5.3</b>	<b>Gehaltsgrößen beim Mischen, Verdünnen und Konzentrieren von Lösungen .....</b>	189	8.2.6	Einstellen einer Maßlösung .....	251
5.3.1	Mischen von Lösungen .....	189	8.2.7	Neutralisationstitrationen .....	252
5.3.2	Verdünnen von Lösungen .....	191	8.2.8	Bestimmung des Titers von Maßlösungen .....	256
5.3.3	Volumenberechnung beim Mischen von Lösungen .....	192	8.2.9	Rücktitrationen .....	258
5.3.4	Konzentrieren von Lösungen .....	193	8.2.10	Mehrstufige Neutralisationstitrationen .....	260
<b>6</b>	<b>Berechnungen zum Verlauf chemischer Reaktionen .....</b>	197	8.2.11	Indirekte Titration – Mehrfachbestimmung .....	261
6.1	<b>Reaktionsgeschwindigkeit .....</b>	197	8.2.12	Oleum-Bestimmungen .....	262
6.2	<b>Beeinflussung der Reaktionsgeschwindigkeit .....</b>	200	8.2.13	Redox-Titrationen (Oxidimetrie) .....	264
6.2.1	Einfluss der Konzentration auf die Reaktionsgeschwindigkeit .....	200	8.2.14	Fällungstitrationen .....	270
6.2.2	Grafische Ermittlung der Reaktionsordnung .....	204	8.2.15	Komplexometrische Titrationen .....	271
6.2.3	Einfluss der Temperatur auf die Reaktionsgeschwindigkeit .....	207	<b>8.3</b>	<b>Maßanalytische Bestimmungen mit elektrochemischen Methoden .....</b>	275
6.2.4	Einfluss von Katalysatoren auf die Reaktionsgeschwindigkeit .....	210	8.3.1	Potentiometrische Neutralisationstitrationen .....	275
6.3	<b>Chemisches Gleichgewicht .....</b>	211	8.3.2	Leitfähigkeitstitrationen (Konduktometrie) .....	278
6.4	<b>Massenwirkungsgesetz .....</b>	212	<b>8.4</b>	<b>Bestimmung von Abwasserkennwerten .....</b>	280

8.6.3	Esterzahl EZ .....	293	<b>11</b>	<b>Berechnungen zur Elektrotechnik .....</b>	377
8.6.4	Hydroxylzahl OHZ .....	293	11.1	Grundbegriffe der Elektrotechnik .....	377
8.6.5	Iodzahl IZ .....	295	11.2	Elektrischer Widerstand und Leitwert eines Leiters .....	379
<b>8.7</b>	<b>Optische Analyseverfahren .....</b>	298	11.3	Ohm'sches Gesetz .....	381
8.7.1	UV/VIS-Spektroskopie .....	298	11.4	Reihenschaltung von Widerständen .....	382
8.7.2	Refraktometrie .....	311	11.5	Parallelschaltung von Widerständen .....	384
8.7.3	Polarimetrie .....	314	11.6	Gruppenschaltungen, Netzwerk-Schaltungen .....	386
<b>8.8</b>	<b>Chromatografie .....</b>	316	11.7	Wheatstone'sche Brückenschaltung .....	388
8.8.1	Dünnschichtchromatografie und Papierchromatografie .....	316	11.8	Thermische Widerstandsänderung, Widerstandsthermometer .....	389
8.8.2	Säulenchromatografie .....	317	11.9	Thermospannung, Thermoelement .....	390
8.8.3	Kenngrößen der Chromatografie .....	319	11.10	Widerstandsänderung eines Leiters durch Dehnung .....	392
8.8.4	Trennwirkung einer chromatografischen Säule .....	320	11.11	Elektrische Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad .....	393
8.8.5	Detektorempfindlichkeit – Responsefaktor .....	322	11.12	Leistungsschilder elektrischer Geräte (rating plates) .....	395
8.8.6	Auswertung Säulenchromatografischer Analysen – Kalibriermethoden .....	323	11.13	Elektrische Leistung bei verschiedenen Stromarten .....	395
<b>9</b>	<b>Statistische Methoden in Biologie und analytischer Chemie .....</b>	334	<b>12</b>	<b>Elektrochemische Berechnungen .....</b>	399
<b>9.1</b>	<b>Datengewinnung .....</b>	334	12.1	Elektrolytische Stoffabscheidung .....	399
<b>9.2</b>	<b>Kennwerte zur Charakterisierung von Datenreihen .....</b>	334	12.2	Leitfähigkeit von Elektrolyten .....	402
9.2.1	Kennwerte zur Charakterisierung der mittleren Lage von Daten .....	335	12.2.1	Spezifische Elektrolyt-Leitfähigkeit .....	402
9.2.2	Kennwerte zur Charakterisierung der Streuung von Stichprobenwerten .....	337	12.2.2	Konzentrationsspezifische Leitfähigkeits-Kennwerte .....	403
<b>9.3</b>	<b>Korrelation von Datenreihen .....</b>	339	12.3	Elektrochemische Potenziale .....	406
<b>9.4</b>	<b>Regressionsanalyse von Datenreihen .....</b>	340	12.3.1	Halbzellenpotenziale (half-element potential) .....	406
<b>9.5</b>	<b>Statistische Prüfverfahren (Signifikanztests) .....</b>	341	12.3.2	Bezugselektroden .....	407
9.5.1	Prüfung zweier arithmetischer Mittelwerte: <i>t</i> -Test (Student-Test, Sollwert <i>t</i> -Test) .....	342	12.3.3	Galvanische Zellen (galvanic cell) .....	408
9.5.2	Prüfung zweier Varianzen: <i>F</i> -Test (Fisher-Test) .....	343	12.3.4	Konzentrationszelle (concentration cell) ..	409
9.5.3	Der chi <sup>2</sup> -Test ( $\chi^2$ -Test) .....	344	12.3.5	Nernst'sche Gleichung (Nernst equation) ..	409
<b>10</b>	<b>Qualitätssicherung in der Chemie .....</b>	348	12.3.6	Homogene Redoxsysteme (homogeneous redox-systems) .....	410
<b>10.1</b>	<b>Validierung analytischer Verfahren .....</b>	348	12.3.7	pH-abhängige Redoxsysteme (pH-dependent systems) .....	410
10.1.1	Richtigkeit und Präzision von Messwerten .....	348	12.3.8	Bestimmung des Löslichkeitsprodukts .....	411
10.1.2	Untersuchung der Richtigkeit von Messwerten .....	349	<b>13</b>	<b>Berechnungen zur Wärmelehre .....</b>	413
10.1.3	Untersuchung der Präzision von Messwerten .....	354	13.1	Temperaturskalen .....	413
<b>10.2</b>	<b>Qualitätssicherung in der Produktionsüberwachung .....</b>	363	13.2	Verhalten der Stoffe bei Erwärmung .....	414
10.2.1	Erfassung der Verteilung von Messwerten .....	363	13.2.1	Thermische Längenänderung von Feststoffen .....	414
<b>10.3</b>	<b>Qualitätsregelkarten in der Produktionsüberwachung .....</b>	365	13.2.2	Thermische Volumenänderung von Feststoffen .....	415
10.3.1	Aufbau und Funktion von Qualitätsregelkarten QRK .....	365	13.2.3	Thermische Volumenänderung von Flüssigkeiten .....	416
10.3.2	Berechnen der Regelgrenzen bei Lage-Qualitätsregelkarten .....	367	13.2.4	Thermische Volumenänderung von Gasen .....	418
10.3.3	Interpretation von Lage-Qualitätsregelkarten .....	369	13.3	Wärmeinhalt von Stoffportionen .....	419
10.3.4	Regelgrenzen in Streuungs-Qualitätsregelkarten .....	371	13.4	Aggregatzustandsänderungen .....	421
10.3.5	Bewertung von Streuungs-Qualitätsregelkarten .....	372	13.4.1	Schmelzen und Erstarren .....	421
10.3.6	Erstellen und Führen von Qualitätsregelkarten .....	373	13.4.2	Verdampfen, Kondensieren .....	422
<b>10.4</b>	<b>Qualitätsregelkarten für das analytische Labor .....</b>	374	13.4.3	Zusammengesetzte thermische Vorgänge .....	422
10.4.1	Blindwert-Regelkarte .....	374	13.5	Temperaturänderung beim Mischen von Flüssigkeiten .....	423
10.4.2	Wiederfindungsraten-Qualitätsregelkarte .....	375	13.6	Kalorimetrie (calorimetry) .....	425
			13.7	Temperaturänderung beim direkten Heizen und Kühlen .....	426
			13.8	Reaktionswärmen bei chemischen Reaktionen .....	428
			13.9	Heizwert und Brennwert von Brennstoffen .....	432

13.10	Neutralisationsenthalpie .....	434	15.2	Wasserdampfdestillation .....	484
13.11	Lösungsenthalpie .....	434	15.3	Rektifikation (Gegenstrom-Destillation) ..	486
13.12	Reaktionsenthalpie, Entropie, freie Reaktionsenthalpie .....	435	15.3.1	Vorgänge in der Rektifikationskolonne ..	486
<b>14</b>	<b>Bestimmung von Produkteinigenschaften .....</b>	<b>440</b>	15.3.2	Bestimmung der erforderlichen Trennstufen .....	487
14.1	Bestimmung der Dichte .....	440	15.3.3	Rektifikation mit Füllkörperkolonnen (packed column) .....	488
14.1.1	Dichtebestimmung mit dem Pyknometer	441	15.4	Flüssig-Flüssig-Extraktion (Solvent- Extraktion) .....	490
14.1.2	Dichtebestimmung mit Biegeschwinger- Messgeräten .....	444			
14.1.3	Dichtemessung mit dem Aräometer .....	446	<b>16</b>	<b>Berechnungen mit Beschichtungsstoffen .....</b>	<b>493</b>
14.1.4	Dichtebestimmung mit der hydrostatischen Waage .....	447	16.1	<b>Gehaltgrößen von Beschichtungsstoffen</b> .....	493
14.1.5	Dichtemessung mit der Westphal'schen Waage .....	448	16.1.1	Massenanteile in Beschichtungsstoffen ..	494
<b>14.2</b>	<b>Bestimmung technischer Dichten von Schüttgütern .....</b>	<b>449</b>	16.1.2	Pigment-Volumenkonzentration PVK in Beschichtungsstoffen .....	496
14.2.1	Bestimmung der Schütt- und Rütteldichte	449	16.1.3	Pigment-Bindemittel-Massenverhältnis ..	497
14.2.2	Bestimmung der Pressdichte .....	449	16.1.4	Umrechnung von Rezepturen .....	498
<b>14.3</b>	<b>Bestimmung der Viskosität .....</b>	<b>451</b>	<b>16.2</b>	<b>Bestimmung der Kenngrößen von Beschichtungen .....</b>	<b>500</b>
14.3.1	Dynamische und kinematische Viskosität	451	16.2.1	Experimentell bestimmte Größen .....	500
14.3.2	Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler .....	452	16.2.2	Berechnete Größen .....	501
14.3.3	Auslauf-Viskosimeter .....	453	<b>16.3</b>	<b>Schichtdicke von Beschichtungen .....</b>	<b>503</b>
14.3.4	Rotations-Viskosimeter .....	454	<b>16.4</b>	<b>Verbrauch und Ergiebigkeit von Beschichtungsstoffen .....</b>	<b>506</b>
<b>14.4</b>	<b>Bestimmung der Oberflächenspannung .....</b>	<b>455</b>	<b>16.5</b>	<b>Maßanalytische Kennzahlen von Beschichtungsstoffen .....</b>	<b>510</b>
14.4.1	Bügelverfahren oder Ringverfahren .....	456	16.5.1	Aminzahl, H-aktiv-Äquivalentmasse .....	510
14.4.2	Tropfenmethode .....	456	16.5.2	Isocyanatmassenanteil, Isocyanat- Äquivalentmasse .....	512
14.4.3	Kapillarmethode .....	457	16.5.3	Hydroxylzahl, Hydroxyl-Äquivalentmasse	512
<b>14.5</b>	<b>Bestimmung der molaren Masse .....</b>	<b>458</b>	16.5.4	Epoxid-Äquivalentmasse, Epoxidwert ..	514
14.5.1	Molare Masse aus den Gasgesetzen .....	458	<b>16.6</b>	<b>Mischen von Zweikomponenten-Lacken (2-K – Lacke) .....</b>	<b>515</b>
14.5.2	Molare Masse aus der Dampfdruckerniedrigung .....	460	16.6.1	2-Komponenten-Lacke mit Hydroxylgruppen und Isocyanatgruppen	515
14.5.3	Molare Masse aus der Siedepunkterhöhung .....	461	16.6.2	2-Komponenten-Lacke mit Epoxid- Gruppen und aktivem Wasserstoff .....	516
14.5.4	Molare Masse aus der Gefrierpunkterniedrigung .....	463			
14.5.5	Moderne Geräte zur Bestimmung der Gefriertemperatur und molaren Masse ..	465			
14.5.6	Molare Masse aus dem osmotischen Druck .....	467			
<b>14.6</b>	<b>Bestimmung der Partikelgrößenverteilung von Schüttgütern .....</b>	<b>469</b>	<b>17</b>	<b>Anhang .....</b>	<b>518</b>
14.6.1	Auswertung einer Siebanalyse .....	469	Griechisches Alphabet .....	518	
14.6.2	Darstellung und Auswertung einer Siebanalyse im RRSB-Netz .....	471	Physikalische Konstanten .....	518	
14.6.3	Bestimmung der spezifischen Oberfläche von Schüttgütern .....	473	Tabelle: Korrelationskoeffizient .....	519	
<b>14.7</b>	<b>Auswertung einer Siebanalyse mit dem Tabellenkalkulationsprogramm Excel .....</b>	<b>474</b>	Tabelle: <i>t</i> -Verteilung .....	520	
14.7.1	Rechnerische Auswertung der Siebanalyse mit Excel .....	474	Tabelle: <i>F</i> -Verteilung .....	521	
14.7.2	Erstellen von Diagrammen zur Siebanalyse mit Excel .....	475	Tabelle: $\chi^2$ -Verteilung .....	524	
<b>15</b>	<b>Trennen von Flüssigkeitsgemischen ..</b>	<b>477</b>	Kopiervorlage: Wahrscheinlichkeitsnetz .....	525	
<b>15.1</b>	<b>Destillieren .....</b>	<b>477</b>	Tabelle: Tabellenwerte zur Prüfung auf Normalverteilung mit dem David-Hartley- Pearson-Test .....	526	
15.1.1	Dampfdruck von Flüssigkeiten .....	477	Tabelle: Tabellenwerte zum Ausreißertest nach Grubbs .....	527	
15.1.2	Siedeverhalten homogener Flüssigkeitsgemische .....	477	Tabelle: Tabellenwerte zum Ausreißertest nach Dixon .....	528	
15.1.3	Siedediagramm .....	480	Tabelle: Umrechnungsformeln für Gehaltgrößen .....	529	
15.1.4	Gleichgewichtsdiagramm .....	480	Kopiervorlage: Millimeterpapier .....	530	
15.1.5	Durchführen einer einfachen Destillation	481	Kopiervorlage: Einfach-Logarithmenpapier .....	531	
15.1.6	Fraktionierte Destillation (fractional destillation) .....	482	Kopiervorlage: Doppelt-Logarithmenpapier .....	532	
			Kopiervorlage: Vordruck zur Datenerfassung einer Siebanalyse .....	533	
			Kopiervorlage: Histogramm .....	533	
			Kopiervorlage: RRSB-Netz für die Siebanalyse ..	534	
			Kopiervorlage: Qualitätsregelkarte .....	535	
			<b>Sachwortverzeichnis .....</b>	<b>536</b>	

# 1 Mathematische Grundlagen, praktisches Rechnen

Basis des Rechnens in der Chemie sind die grundlegenden mathematischen Rechnungsarten sowie deren praktische Anwendung mit dem Taschenrechner oder dem Computer.

## 1

### 1.1 Zahlenarten

Beim Rechnen unterscheidet man die **bestimmten Zahlen** sowie die **allgemeinen Zahlen**.

Während die bestimmten Zahlen einen festen Wert haben, wie z.B. 3, 9, 5,  $\frac{1}{2}$  usw., stehen die allgemeinen Zahlen, wie z.B.  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , als Platzhalter für beliebige Zahlen.

#### ■ Bestimmte Zahlen

Die bestimmten Zahlen kann man weiter in verschiedene Zahlenarten untergliedern.

Zahlenarten der bestimmten rationalen Zahlen	Beispiele
<b>Natürliche Zahlen:</b> Sie sind die zum Zählen benutzten Zahlen. Es sind <b>positive ganze Zahlen</b> sowie Null (0). Sie werden normalerweise ohne Pluszeichen (+) geschrieben.	0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, 12, ..., 37, ..., 59, 60, 61, ..., 107, ...
Die <b>negativen ganzen Zahlen</b> erhält man durch Subtrahieren einer größeren natürlichen Zahl von einer kleineren natürlichen Zahl. Beispiel: $5 - 7 = -2$ ; $15 - 29 = -14$	-1, -2, -3, ..., -18, -19, ...
Die <b>ganzen Zahlen</b> umfassen die natürlichen Zahlen (positive ganze Zahlen) und die negativen ganzen Zahlen.	0, 1, 2, 3, 4, ..., 71, 72, 73, ... -1, -2, -3, -4, ..., -21, -22, ...
<b>Gebrochene Zahlen</b> , auch <b>Bruchzahlen</b> genannt, sind Quotienten aus zwei ganzen Zahlen. Quotient ist der Name für einen Bruch, d.h. eine nicht ausgeführte Divisionsaufgabe ganzer Zahlen. Bruchzahlen können positiv und negativ sein.	$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, 1\frac{1}{6}, \frac{7}{9}, \dots$ $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}, -2\frac{1}{3}, -\frac{7}{9}, \dots$
<b>Dezimalzahlen</b> sind Zahlen mit einem Komma. Es können positive und negative Dezimalzahlen sein.	1,748, 0,250, -8,32, -2,0, -0,5, -7,8316, 4,57, 7,8

Die bislang genannten Zahlen bezeichnet man insgesamt als **rationale Zahlen**. Außerdem gibt es die Gruppe der **irrationalen Zahlen**. Es sind bestimmte Zahlen.

Zahlenarten der bestimmten irrationalen Zahlen	Beispiele
<b>Wurzelzahlen</b>	$\sqrt{2} = 1,4142136\dots$ ; $\sqrt{3} = 1,7320508\dots$
<b>Transzendente Zahlen</b>	$\pi = 3,1415927\dots$ ; $e = 2,7182818\dots$

Die irrationalen Zahlen sind nicht periodische Dezimalzahlen mit unendlich vielen Stellen.

#### ■ Zahlenstrahl

Die bestimmten Zahlen lassen sich außer durch Ziffern (siehe Beispiele oben) auch zeichnerisch auf einem Zahlenstrahl als Strecke darstellen (**Bild 1**). Vom Nullpunkt aus nach rechts liegen die positiven Zahlen, nach links die negativen Zahlen.

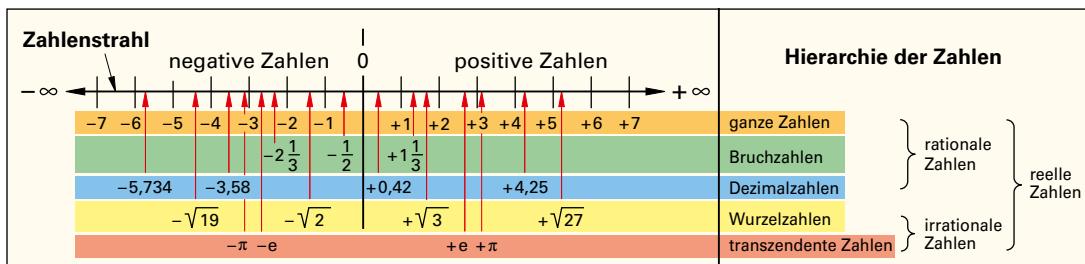


Bild 1: Zahlenarten und ihre Lage auf dem Zahlenstrahl, Hierarchie der Zahlen

## Allgemeine Zahlen

Die allgemeinen Zahlen, auch Variable genannt, stehen als Platzhalter für eine beliebige Zahl.

In der Mathematik werden für die allgemeinen Zahlen die kleinen Buchstaben des Alphabets verwendet.

### Beispiele

$a, b, c, \dots, u, v, w, \dots, x, y, z$

In der technischen Mathematik benutzt man kleine oder große Buchstaben zur Benennung einer Variablen. Sie sind meist der Anfangsbuchstabe des deutschen oder englischen Namens der Variablen, wie z.B.  $l$  für Länge oder  $V$  für das Volumen.

$l, b, t, v, \dots, A, V, U, T, \dots$

$l$  Länge,  $b$  Breite,  $t$  Zeit (time),  $h$  Höhe,  $A$  Fläche (aerea),  $V$  Volumen,  $U$  Umfang,  $T$  thermodynamische Temperatur, ...

### Aufgaben zu Zahlenarten

1. Zu welcher Zahlenart gehören folgende Zahlen:

$0,7, -18, \sqrt{3}, 1/7, 0, -387, -\pi, -0,32$  ?

2. Wo liegen auf dem Zahlenstrahl die Zahlen:

$-3\frac{1}{3}, 0,85, e, -0,25, \sqrt{9}, \frac{2}{4}, -3,50$  ?

Zeichnen Sie die Zahlen in den Zahlenstrahl ein.

## 1.2 Größen, Einheiten, Zeichen, Formeln

In chemischen Berechnungen wird meist mit Größen und Einheiten gerechnet, die mit mathematischen Zeichen in Formeln verknüpft sind.

### Größen, Einheiten

Mit einer Größe (engl. physical quantity) werden chemische oder physikalische Eigenschaften beschrieben. Zu ihrer Kurzschreibweise benutzt man ein Größenzeichen, z.B.  $l$  für die Länge.

Der Wert einer Größe besteht aus einem Zahlenwert und einem Einheitenzeichen, z.B. 5,8 kg.

Das Einheitenzeichen ist eine Kurzform des Einheitenamens, z.B. kg für Kilogramm.

**Beispiel:** Die Länge einer 3,40 Meter langen Rohrleitung beträgt:  $l = 3,40 \text{ m}$ .

Es gibt 7 Basisgrößen, auf die sich alle Größen zurückführen lassen (**Tabelle 1**).

**Tabelle 1: Basisgrößen und ihre Einheiten (nach SI)**

Physikalische Größen	Größen-zeichen	Einheiten-name	Einheiten-zeichen
Länge	$l$	Meter	m
Masse	$m$	Kilogramm	kg
Stoffmenge	$n$	Mol	mol
Zeit	$t$	Sekunde	s
Thermodynamische Temperatur	$T$	Kelvin	K
Stromstärke	$I$	Ampere	A
Lichtstärke	$I_v$	Candela	cd

**Tabelle 2: Mathematische Zeichen (DIN 1302)**

Zeichen	Bedeutung	Zeichen	Bedeutung
$+, -$	plus, minus	$<, >$	kleiner, größer
$:, —, /$	geteilt durch, pro	$\leq, \geq$	kleiner gleich, größer gleich
$\cdot, \times$	mal	$\Delta$	Differenz
$=, \neq$	ist gleich, ist ungleich	$\dots$	und so weiter
$\approx$	beträgt rund	$\infty$	unendlich
$\equiv$	identisch gleich	$\pm$	plus/minus
$\sim$	proportional	$ a $	Betrag von $a$
$\triangleq$	entspricht	$\sqrt{\quad}$	Wurzel

### Beispiel für Größengleichungen:

Fläche  $A = l \cdot b$       Gewichtskraft  $F_G = m \cdot g$   
 Volumen  $V = l \cdot b \cdot h$       Geschwindigkeit  $v = \frac{s}{t}$

### Formeln, Größengleichungen

Die gesetzmäßigen Zusammenhänge zwischen Größen werden durch Größengleichungen (engl. equations) oder Formeln (engl. formula) ausgedrückt.

Mithilfe von Größengleichungen lassen sich durch Umstellen und Auflösen die gesuchten Größen berechnen (Seite 23).

## 1.3 Grundrechnungsarten

### 1

#### 1.3.1 Addieren und Subtrahieren

Diese beiden Rechnungsarten werden wegen ihrer aus Strichen bestehenden mathematischen Zeichen (+, -) auch als Strichrechnungen bezeichnet.

Beim **Addieren** (Zusammenzählen, engl. to add) werden die einzelnen Summanden zusammengezählt. Das Ergebnis heißt Summenwert oder kurz Summe.

Beim **Subtrahieren** (Abziehen, engl. to subtract) zieht man von einer Zahl eine andere Zahl ab. Das Ergebnis ist der Differenzwert, einfach auch Differenz genannt.

Addieren	
Summe	Summenwert
$\begin{array}{r} a \\ + b \\ \hline c \end{array}$	$a + b = c$
Summanden	

Subtrahieren	
Differenz	Differenzwert
$\begin{array}{r} d \\ - e \\ \hline f \end{array}$	$d - e = f$
Minuend	Subtrahend

#### Rechenregeln und Klammern beim Addieren und Subtrahieren

##### Rechenregeln

Nur gleichartige allgemeine Zahlen bzw. Größen können addiert bzw. subtrahiert werden.

Die einzelnen Glieder in einer Strichrechnung können vertauscht werden (Kommutativgesetz).

Einzelne Glieder können zu Teilsummen bzw. Teildifferenzen zusammengefasst werden (Assoziativgesetz).

##### Beispiele

$$8 \text{ m}^2 + 72 \text{ cm}^2 + 7,5 \text{ m}^2 - 23 \text{ cm}^2 = 15,5 \text{ m}^2 + 49 \text{ cm}^2$$

$$5 - 16 + 7 = -16 + 7 + 5 = -4; \\ 11x - 3x + 9x = 11x + 9x - 3x = 17x$$

$$2 + 5 - 2 - 1 = 7 - 3 = 4 \\ 8u - 3v + 3u + 8v = 11u + 5v$$

##### Klammern beim Addieren und Subtrahieren

Klammern, () oder [], fassen Teilsummen bzw. Teildifferenzen zusammen. Das Vorzeichen der Glieder in der Klammer kann sich durch das Setzen oder Weglassen von Klammern ändern.

Steht ein + Zeichen vor einer Klammer, so kann man sie weglassen, ohne dass sich die Vorzeichen der Glieder in der Klammer ändern.

$$25 + (5 - 3) = 25 + 5 - 3 = 27; \\ 7a + (3a - 9a) = 7a + 3a - 9a = 1a = a$$

Steht ein – Zeichen vor einer Klammer, so muss man beim Weglassen der Klammer das Vorzeichen aller Glieder in der Klammer umkehren. Setzt man eine Klammer, vor der ein – Zeichen steht, so muss man ebenfalls das Vorzeichen aller Glieder, die in der Klammer stehen, umkehren.

$$16 - (3 - 2 + 8 - 5) = 16 - 3 + 2 - 8 + 5 = 12 \\ 5x - (2x + 9a - 7b) = 5x - 2x - 9a + 7b$$

#### Aufgaben zum Addieren und Subtrahieren

1. Ermitteln Sie das Ergebnis:

$$59,30a - 27,53a + 7,83b - 21,04b$$

2. Klammern Sie aus:

$$8,3x - 7,8a + 2,5x - 9,2a$$

3. Lassen Sie die Klammer weg und berechnen Sie das Ergebnis:

$$25a - (36b - 19a - 11b - 12a)$$

4. Ermitteln Sie die Maße  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_{\text{ges}}$  der Rohrleitung in **Bild 1**. Die Maße in der Zeichnung sind in mm angegeben.

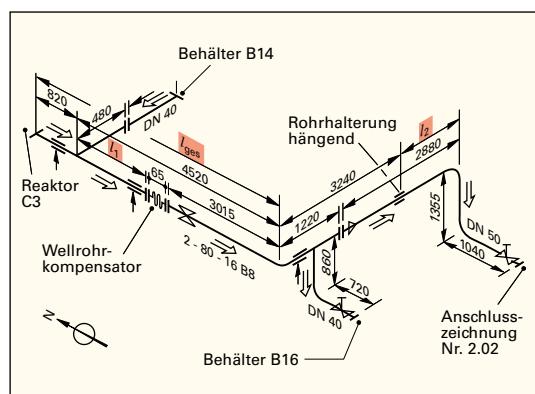


Bild 1: Maße in einer Rohrleitungszeichnung