Optionen, Futures und andere Derivate

Das Übungsbuch

11., aktualisierte Auflage

John C. Hull

Pearson

Optionen, Futures und andere Derivate

Das Übungsbuch

11., aktualisierte Auflage

John C. Hull

Übersetzung durch
Dr. Wolfgang Mader und Dr. Marc Wagner

Pearson

die Aktien des Unternehmens leerverkaufen. In der Praxis wird dieses Verhalten nicht unterstützt und könnte sogar illegal sein. Die Punkte werden auch in Kapitel 10 diskutiert.

11.26 *Verifizieren Sie unter Verwendung der DerivaGem-Software, dass die Abbildungen 11.1 und 11.2 korrekt sind.*

Lösung:
Die Abbildungen können mit dem ersten Tabellenblatt in DerivaGem erstellt werden. Wählen Sie „Equity“ als Art des Underlyings und „Black-Scholes European“ als Option Type. Geben Sie für den Aktienkurs 50, für die Volatilität 30%, als risikolosen Zins 5%, als Restlaufzeit 1 Jahr und als Basispreis 50 ein. Die Zellen für Dividenden bleiben leer, da wir keine Dividendenzahlungan annehmen. Wählen Sie den Button für „Call“. Wählen Sie nicht den „implied volatility“-Button. Drücken Sie $\boxed{\hookleftarrow}$ und klicken Sie auf „Calculate“. DerivaGem gibt einen Optionspreis von 7,15562248 aus. Gehen Sie zu den Grafiken auf der rechten Seite des Arbeitsblatts. Wählen Sie „Option Price“ für die y-Achse und „Asset price“ für die x-Achse. Wählen Sie als Wert für den kleinsten Basispreis 10 (der Wert 0 wird von der Software nicht akzeptiert) und als Wert für den größten Basispreis 100. Drücken Sie $\boxed{\hookleftarrow}$ und klicken Sie auf „Draw Graph“. Sie erhalten Abbildung 11.1a (Lehrbuch). Die Abbildungen 11.1c, 11.1e, 11.2a und 11.2c können entsprechend durch Änderung der x-Achse erstellt werden. Durch die Wahl von „Put“ statt „Call“ und erneute Berechnung können die restlichen Abbildungen erstellt werden. Sie sollten mit diesem Tabellenblatt experimentieren. Probieren Sie unterschiedliche Parameterwerte und Optionsarten aus.

11.27 *Was ist die Auswirkung (wenn es eine gibt) der negativen Zinssätze auf:*

a. die Put-Call-Parität für europäische Optionen,

b. die Aussage, dass amerikanische Kaufoptionen auf dividendenlose Aktien niemals vorzeitig ausgeübt werden sollten,

c. die Aussage, dass amerikanische Put-Optionen auf dividendenlose Aktien manchmal vorzeitig ausgeübt werden sollten.

Nehmen Sie an, dass es nicht möglich ist, Bargeld zu halten, um den Zinssatz von null festzuschreiben.

Lösung:

a. Die Put-Call-Parität gilt immer noch. Die Argumente sind unverändert.

b. Amerikanische Calls, die tief im Geld sind, werden möglicherweise früher ausgeübt, da der Halter der Option es vorzieht, den Ausübungspreis früher zu zahlen.

c. Amerikanische Puts, die tief im Geld sind, sollten nicht vorzeitig ausgeübt werden, da der Halter es vorzieht, den Ausübungspreis später zu erhalten.

11.28 *Calls wurden zeitlich früher an Börsen gehandelt als Puts. Wie hätte man zu jener Zeit synthetisch eine europäische Put-Option auf eine dividendenlose Aktie erzeugen können?*

Lösung:
Weil keine Dividenden anfallen, kann die Kaufoption als europäische Kaufoption angesehen werden. Der europäische Put kann über die Put-Call-Parität abgeleitet werden. Ein europäischer Put plus die Aktie entspricht einer europäischen Kaufoption plus dem Barwert des Ausübungspreises, wenn sowohl die Kauf- als auch die Verkaufsoption denselben Ausübungspreis und dasselbe Fälligkeitsdatum haben. Ein europäischer Put kann erzeugt werden durch den Kauf der Kaufoption, Leerverkauf der Aktie und Einbehaltung eines Geldbetrags, der bei Anlage zum risikofreien Zinssatz ausreicht, um die Kaufoption auszuüben. Liegt der Aktienkurs über dem Ausübungspreis, wird die Kaufoption ausgeübt und die Short-Position wird ohne Nettoauszahlung geschlossen. Liegt der Aktienkurs unter dem Ausübungspreis, wird die Kaufoption nicht ausgeübt und die Short-Position wird mit einem Gewinn in Höhe der Put-Auszahlung geschlossen.

11.29 *Die Preise für europäische Call- und Put-Optionen auf eine dividendenlose Aktie mit Verfalldatum in zwölf Monaten und einem Basispreis von 120 $ betragen 20 $ bzw. 5 $. Der aktuelle Aktienkurs ist 130 $. Wie hoch ist der dadurch implizierte risikolose Zinssatz?*

Lösung:
Aus der Put-Call-Parität folgt $20 + 120\,\mathrm{e}^{-r\cdot 1} = 5 + 130$.
Auflösen ergibt $\mathrm{e}^{-r} = 115/120$.
$R = -\ln(115/120) = 0{,}0426$ oder 4,26%.

11.30 *Eine Kaufoption und eine Verkaufsoption (beide europäischen Typs) auf eine Aktie haben beide einen Basispreis von 20 $ und verfallen in drei Monaten. Ihr Preis beträgt jeweils 3 $. Der risikolose Zinssatz liegt bei 10% per annum, der derzeitige Aktienkurs ist 19 $, und in einem Monat wird eine Dividende von 1 $ erwartet. Stellen Sie fest, welche Arbitragemöglichkeit einem Händler offen steht.*

Lösung:
Wenn die Kaufoption 3 $ wert ist, ergibt sich aus der Put-Call-Parität, dass die Verkaufsoption folgenden Wert haben sollte:

$$3 + 20\,\mathrm{e}^{-0{,}10\cdot 3/12} + \mathrm{e}^{-0{,}1\cdot 1/12} - 19 = 4{,}50\,.$$

Dies ist mehr als 3 \$. Der Put ist also im Vergleich zum Call unterbewertet. Die richtige Arbitragestrategie besteht darin, den Put zu kaufen, die Aktie zu kaufen und den Call zu verkaufen. Dies kostet 19 \$. Wenn der Aktienkurs in drei Monaten über 20 \$ liegt, wird die Kaufoption ausgeübt. Liegt der Aktienkurs unter 20 \$, wird der Put ausgeübt. In beiden Fällen verkauft der Arbitrageur die Aktie für 20 \$ und erhält die Dividende von 1 \$ in einem Monat. Der Barwert des Gewinns für den Arbitrageur ist

$$-3 - 19 + 3 + 20\,\mathrm{e}^{-0{,}10\cdot 3/12} + \mathrm{e}^{-0{,}1\cdot 1/12} = 1{,}50\,.$$

11.31 *Angenommen, c_1, c_2 und c_3 sind die Preise von europäischen Kaufoptionen mit den jeweiligen Basispreisen K_1, K_2 bzw. K_3, wobei $K_3 > K_2 > K_1$ und $K_3 - K_2 = K_2 - K_1$. Alle Optionen haben die gleiche Laufzeit. Zeigen Sie, dass*

$$c_2 \leq 0{,}5(c_1 + c_3)\ .$$

*(*Hinweis*: Betrachten Sie ein Portfolio mit der Long-Position in jeweils einer Option mit dem Basispreis K_1 bzw. K_3 und der Short-Position in zwei Optionen mit dem Basispreis K_2.)*

Lösung:
Betrachten wir ein Portfolio bestehend aus einer Long-Option mit Ausübungspreis K_1, einer Long-Option mit Basispreis K_3 und zwei Short-Optionen mit dem Ausübungspreis K_2. Der Wert des Portfolios kann in vier verschiedenen Situationen ermittelt werden:

$S_T \leq K_1$:	Portfoliowert $= 0$
$K_1 < S_T \leq K_2$:	Portfoliowert $= S_T - K_1$
$K_2 < S_T \leq K_3$:	Portfoliowert $= S_T - K_1 - 2(S_T - K_2) = K_2 - K_1 - (S_T - K_2) \geq 0$
$S_T > K_3$:	Portfoliowert $= S_T - K_1 - 2(S_T - K_2) + S_T - K_3 = K_2 - K_1 - (K_3 - K_2) = 0$

Der Portfoliowert ist bei Verfall der Optionen immer entweder positiv oder gleich null. Um Arbitrage zu vermeiden, muss der heutige Wert positiv oder gleich null sein. Daher ergibt sich

$$c_1 + c_3 - 2c_2 \geq 0$$

oder

$$c_2 \leq 0{,}5(c_1 + c_3)\,.$$

Viele Studenten haben den Eindruck, sie hätten dies bewiesen, indem sie Folgendes berechnen:

$$c_1 \leq S_0 - K_1\,\mathrm{e}^{-rT}$$
$$2c_2 \leq 2(S_0 - K_2\,\mathrm{e}^{-rT})$$
$$c_3 \leq S_0 - K_3\,\mathrm{e}^{-rT}$$

und die mittlere Ungleichung von der Summe der beiden anderen subtrahieren. Aber sie täuschen sich, denn Ungleichungen können nicht subtrahiert werden. Zum Beispiel ist $9 > 8$ und $5 > 2$, aber es gilt nicht, dass $9-5 > 8-2$ ist!

11.32 *Welches ist das mit Aufgabe 11.31 korrespondierende Resultat für europäische Verkaufsoptionen?*

Lösung:
Das entsprechende Ergebnis lautet

$$p_2 \leq 0{,}5(p_1 + p_3)$$

wobei p_1, p_2 und p_3 die Preise der europäischen Verkaufsoption mit denselben Laufzeiten und Ausübungspreisen K_1, K_2 bzw. K_3 sind. Dies lässt sich anhand des Ergebnisses in Aufgabe 11.31 unter Verwendung der Put-Call-Parität beweisen. Alternativ können wir ein Portfolio betrachten, das aus einer Long-Position in einer Verkaufsoption mit Ausübungspreis K_1, einer Long-Position in einer Verkaufsoption mit Ausübungspreis K_3 und einer Short-Position in zwei Put-Optionen mit dem Ausübungspreis K_2 besteht. Der Wert des Portfolios kann in vier verschiedenen Situationen ermittelt werden:

$S_T \leq K_1$:	Portfoliowert $= K_1 - S_T - 2(K_2 - S_T) + K_3 - S_T = K_3 - K_2 - (K_2 - K_1) = 0$
$K_1 < S_T \leq K_2$:	Portfoliowert $= K_3 - S_T - 2(K_2 - S_T) = K_3 - K_2 - (K_2 - S_T) \geq 0$
$K_2 < S_T \leq K_3$:	Portfoliowert $= K_3 - S_T$
$S_T > K_3$:	Portfoliowert $= 0$

Der Portfoliowert ist immer entweder positiv oder gleich null. Um Arbitrage zu vermeiden, muss der heutige Wert positiv oder gleich null sein. Daher ergibt sich

$$p_1 + p_3 - 2p_2 \geq 0$$

oder

$$p_2 \leq 0{,}5(p_1 + p_3)\,.$$

12 Handelsstrategien mit Optionen

Fragen

12.1 *Worin besteht die Anziehungskraft von kapitalgarantierten Produkten für Anleger?*

Lösung:
Anleger können sich sicher sein, dass sie ihr eingesetztes Kapital zurückerhalten (aber möglicherweise werden sie darauf keine Rendite erhalten).

12.2 *Was ist ein Protective Put? Welche Position in Kaufoptionen ist äquivalent mit einem Protective Put?*

Lösung:
Ein Protective Put besteht aus einer Long-Position in einer Put-Option und einer Long-Position im Underlying. Äquivalent zu einem Protective Put ist eine Long-Position in einer Call-Option plus ein bestimmter Geldbetrag. Dies folgt aus der Put-Call-Parität

$$p + S_0 = c + K\,\mathrm{e}^{-rT} + D\,.$$

12.3 *Erläutern Sie zwei Methoden, mit denen Bear Spreads erzeugt werden können.*

Lösung:
Ein Bear Spread kann durch zwei Kaufoptionen mit demselben Verfalldatum und unterschiedlichen Basispreisen erzeugt werden. Der Anleger verkauft die Kaufoption mit dem kleineren Basispreis und kauft die Kaufoption mit dem größeren Basispreis. Ein Bear Spread kann auch durch zwei Verkaufsoptionen mit demselben Verfalldatum und unterschiedlichen Basispreisen erzeugt werden. In diesem Fall verkauft der Anleger den Put mit dem kleineren Basispreis und kauft den Put mit dem größeren Basispreis.

12.4 *Wann empfiehlt es sich für einen Anleger, einen Butterfly Spread zu erwerben?*

Lösung:
Ein Butterfly Spread besteht aus einer Position in Optionen mit drei verschiedenen Basispreisen (K_1, K_2 und K_3). Ein Anleger sollte einen Butterfly Spread erwerben, wenn er denkt, dass der Preis des Underlyings wahrscheinlich nahe am mittleren Basispreis K_2 bleibt.

12.5 *Welche Handelsstrategie erzeugt einen umgekehrten (reverse) Calendar Spread?*

Lösung:
Ein reverse Calendar Spread wird erzeugt durch den Kauf einer kurzlaufenden Option und den Verkauf einer langlaufenden Option, wobei beide Optionen denselben Basispreis haben.

12.6 *Was ist der Unterschied zwischen einem Strangle und einem Straddle?*

Lösung:
Sowohl ein Straddle als auch ein Strangle entstehen durch die Kombination einer Long-Position in einem Call mit einer Long-Position in einem Put. Beim Straddle haben beide denselben Basispreis und das gleiche Verfalldatum. Bei einem Strangle weisen sie unterschiedliche Basispreise auf und haben das gleiche Verfalldatum.

Übungsaufgaben

12.7 *Kaufoptionen auf eine Aktie sind zu Basispreisen von 15 \$, $17\frac{1}{2}$ \$ und 20 \$ erhältlich und das Fälligkeitsdatum liegt in drei Monaten. Sie kosten 4 \$, 2 \$ bzw. $\frac{1}{2}$ \$. Erläutern Sie, wie die Optionen genutzt werden können, um das Auszahlungsprofil eines Butterfly Spread zu erzeugen. Erstellen Sie eine Tabelle, die zeigt, wie sich der Gewinn für den Butterfly Spread mit dem Aktienkurs ändert.*

Lösung:
Ein Anleger kann einen Butterfly Spread durch den Kauf von Call-Optionen mit Basispreisen von 15 \$ und 20 \$ sowie den Verkauf von zwei Call-Optionen mit einem Basispreis von $17\frac{1}{2}$ \$ erzeugen. Das notwendige Investment beträgt $4 + \frac{1}{2} - 2 \cdot 2 = \frac{1}{2}$ \$. Die folgende Tabelle zeigt den jeweiligen Ertrag bei unterschiedlichen Aktienkursen:

Aktienkurs S_T	Gewinn
$S_T < 15$	$-\frac{1}{2}$
$15 < S_T < 17\frac{1}{2}$	$(S_T - 15) - \frac{1}{2}$
$17\frac{1}{2} < S_T < 20$	$(20 - S_T) - \frac{1}{2}$
$S_T > 20$	$-\frac{1}{2}$

12.8 *Ein Call mit einem Basispreis von 50 $ kostet 2 $. Ein Put mit einem Basispreis von 45 $ kostet 3 $. Erläutern Sie, wie mit diesen beiden Optionen ein Strangle erstellt werden kann. Wie sieht das Gewinnprofil dieses Strangle aus?*

Lösung:
Ein Strangle wird erzeugt durch den Kauf beider Optionen. Das Gewinnprofil sieht wie folgt aus:

Aktienkurs S_T	Gewinn
$S_T < 45$	$(45 - S_T) - 5$
$45 < S_T < 50$	-5
$S_T > 50$	$(S_T - 50) - 5$

12.9 *Verwenden Sie die Put-Call-Parität, um die Anfangsinvestition für einen Bull Spread, der Kaufoptionen benutzt, mit der Anfangsinvestition für einen Bull Spread in Beziehung zu bringen, der Verkaufsoptionen verwendet.*

Lösung:
Das Gewinnprofil eines Bull Spread mit Kaufoptionen entspricht grundsätzlich dem Gewinnprofil eines Bull Spread mit Verkaufsoptionen (siehe Abbildungen 12.2 und 12.3 im Lehrbuch). p_1 und c_1 seien die Preise von Put und Call mit Basispreis K_1 und p_2, und c_2 seien die Preise von Put und Call mit Basispreis K_2. Gemäß der Put-Call-Parität gilt

$$p_1 + S = c_1 + K_1 \, e^{-rT}$$
$$p_2 + S = c_2 + K_2 \, e^{-rT} \, .$$

Folglich gilt:

$$p_1 - p_2 = c_1 - c_2 - (K_2 - K_1) \, e^{-rT} \, .$$

Dies zeigt, dass die Anfangsinvestition des Spreads mit Verkaufsoptionen um $(K_2 - K_1) \, e^{-rT}$ geringer ist als die Anfangsinvestition des Spreads mit Kaufoptionen. Tatsächlich ist, wie im Lehrbuch erwähnt, die Anfangsinvestition bei einem Bull Spread mit Verkaufsoptionen negativ, während die Anfangsinvestition bei einem Bull Spread mit Kaufoptionen positiv ist. Der

Gewinn bei Verwendung von Kaufoptionen für den Bull Spread ist um $(K_2 - K_1)(1 - e^{-rT})$ höher als bei einer Verwendung von Verkaufsoptionen. Dies spiegelt die Tatsache wider, dass die Call-Strategie ein zusätzliches risikoloses Investment in Höhe von $(K_2 - K_1)\,e^{-rT}$ gegenüber der Put-Strategie erfordert. Darauf werden Zinsen in Höhe von $(K_2 - K_1)\,e^{-rT}(e^{rT} - 1) = (K_2 - K_1)(1 - e^{-rT})$ verdient.

12.10 *Erläutern Sie, wie ein aggressiver Bear Spread gebildet werden kann, der Verkaufsoptionen benutzt.*

Lösung:
Ein aggressiver Bull Spread mit Kaufoptionen wurde im Lehrbuch diskutiert. Beide verwendeten Optionen haben einen relativ hohen Basispreis. Entsprechend kann ein aggressiver Bear Spread mit Verkaufsoptionen gebildet werden. Beide Optionen sollten aus dem Geld liegen und daher relativ geringe Basispreise haben. Die Bildung des Spread ist dann mit sehr geringen Kosten verbunden, da beide Puts einen Wert nahe null aufweisen. In den meisten Fällen wird der Spread eine Auszahlung von 0 bieten. Es besteht jedoch eine kleine Chance, dass der Aktienkurs so stark fällt, dass am Verfalltag beide Optionen im Geld liegen. Der Spread bietet dann eine Auszahlung in Höhe der Differenz der beiden Basispreise, $K_2 - K_1$.

12.11 *Angenommen, Verkaufsoptionen auf eine Aktie mit Basispreisen von 30 \$ und 35 \$ kosten 4 \$ bzw. 7 \$. Wie können diese Optionen benutzt werden, um (a) einen Bull Spread und (b) einen Bear Spread zu erzeugen? Erstellen Sie eine Tabelle, die die Auszahlung und die Gewinne beider Spreads widergibt.*

Lösung:
Ein Bull Spread wird durch den Kauf des 30 \$-Puts und den Verkauf des 35 \$-Puts erzeugt. Die Strategie hat eine anfängliche Einzahlung von 3 \$ zur Folge. Das Ergebnis der Strategie sieht wie folgt aus:

Aktienkurs	Auszahlung	Gewinn
$S_T \geq 35$	0	3
$30 \leq S_T < 35$	$S_T - 35$	$S_T - 32$
$S_T < 30$	-5	-2

Ein Bear Spread wird durch den Verkauf des 30 \$-Puts und den Kauf des 35 \$-Puts erzeugt. Die Strategie weist anfängliche Kosten von 3 \$ auf. Das Ergebnis der Strategie sieht wie folgt aus:

Aktienkurs	Auszahlung	Gewinn
$S_T \geq 35$	0	-3
$30 \leq S_T < 35$	$35 - S_T$	$32 - S_T$
$S_T < 30$	5	2

12.12 *Zeigen Sie mithilfe der Put-Call-Parität, dass die Kosten eines mit europäischen Verkaufsoptionen gebildeten Butterfly Spread identisch mit den Kosten eines aus europäischen Kaufoptionen erstellten Butterfly Spread sind.*

Lösung:
c_1, c_2 und c_3 seien die Preise von Kaufoptionen mit den Basispreisen K_1, K_2 und K_3. p_1, p_2 und p_3 seien die Preise von Verkaufsoptionen mit den Basispreisen K_1, K_2 und K_3. Mit der üblichen Notation gilt

$$\begin{aligned} c_1 + K_1\,\mathrm{e}^{-rT} &= p_1 + S \\ c_2 + K_2\,\mathrm{e}^{-rT} &= p_2 + S \\ c_3 + K_3\,\mathrm{e}^{-rT} &= p_3 + S\,. \end{aligned}$$

Folglich gilt

$$c_1 + c_3 - 2c_2 + (K_1 + K_3 - 2K_2)\,\mathrm{e}^{-rT} = p_1 + p_3 - 2p_2\,.$$

Aus $K_2 - K_1 = K_3 - K_2$ folgt $K_1 + K_3 - 2K_2 = 0$ und

$$c_1 + c_3 - 2c_2 = p_1 + p_3 - 2p_2\,.$$

Die Kosten eines Butterfly Spread unter Verwendung europäischer Kaufoptionen sind deshalb genau so hoch wie die Kosten eines Butterfly Spread unter Verwendung europäischer Verkaufsoptionen.

12.13 *Ein Call mit einem Basispreis von 60 \$ kostet 6 \$. Ein Put mit demselben Basispreis und Fälligkeitsdatum kostet 4 \$. Erstellen Sie eine Tabelle, die den Gewinn eines Straddle zeigt. Für welchen Bereich des Aktienkurses würde der Straddle zu einem Verlust führen?*

Lösung:
Ein Straddle wird durch den Kauf von Call und Put erzeugt. Die Strategie kostet 10 \$. Das Gewinn-/Verlustprofil zeigt folgende Tabelle:

Aktienkurs	Auszahlung	Gewinn
$S_T > 60$	$S_T - 60$	$S_T - 70$
$S_T \leq 60$	$60 - S_T$	$50 - S_T$