

# Mündliches Abitur

Prüfungsaufgaben

**MEHR  
ERFAHREN**

Gymnasium Baden-Württemberg

Mathematik B7

**STARK**

# Inhaltsverzeichnis

## Hinweise und Tipps zur mündlichen Abiturprüfung im Basisfach

Das Abitur im Basisfach .....	I
Inhaltliche Anforderungen für die mündliche Abiturprüfung .....	I
Struktur der mündlichen Abiturprüfung .....	II
Operatoren .....	III
Bewertung der mündlichen Abiturprüfung .....	IV
Der Aufbau des Buches .....	IV
Anregungen zur Arbeit mit diesem Buch .....	V
Weitere Tipps zur mündlichen Prüfung .....	VII

## Übungsaufgaben zu den Grundfertigkeiten

Was erwartet Sie in diesem Abschnitt? .....	2
<b>Analysis</b>	
Beispielaufgaben Analysis .....	3
Ableitungsregeln	
Stammfunktion bestimmen	
Stammfunktion mit Zusatzbedingung	
Nachweis der Stammfunktion	
Integralrechnung	
Nachweis von Monotonie	
Aus dem Graphen von $f'$ auf den Graphen von $f$ schließen	
Aus dem Graphen von $f$ auf den Graphen von $F$ schließen	
Tangente in einem Punkt des Graphen	
Von der momentanen Änderungsrate zum Bestand	
Aussagen über ganzrationale Funktionen bewerten	
Übungsaufgaben Analysis .....	9
Lösungsvorschlag zu den Übungsaufgaben Analysis .....	12

## Geometrie

Beispielaufgaben	Geometrie .....	18
	Gerade durch zwei Punkte	
	Punktprobe bei einer Geraden	
	Parallelität von Geraden	
	Schnittpunkt zweier Geraden	
	Parametergleichung einer Ebene durch drei Punkte	
	Von der Parametergleichung einer Ebene zur Koordinatengleichung	
	Gegenseitige Lage von Gerade und Ebene	
	Abstand Punkt–Ebene	
	Besondere Lage von Ebenen erkennen	
Übungsaufgaben	Geometrie .....	24
Lösungsvorschlag zu den Übungsaufgaben	Geometrie .....	26

## Stochastik

Beispielaufgaben	Stochastik .....	29
	Erwartungswert	
	Binomialverteilung ohne Taschenrechner, Formel von Bernoulli	
	Binomialverteilung mit Taschenrechner	
	Normalverteilung ohne Taschenrechner	
	Normalverteilung mit Taschenrechner	
	Vierfeldertafel	
	Bedingte Wahrscheinlichkeit	
	Stochastische Unabhängigkeit	
Übungsaufgaben	Stochastik .....	36
Lösungsvorschlag zu den Übungsaufgaben	Stochastik .....	38

---

## Erster Prüfungsteil (Vortrag)

---

Was erwartet Sie in diesem Abschnitt? .....	42
---------------------------------------------	----

## Analysis

Musteraufgabe 1 (mit Taschenrechner, mit Formeldokument) .....	43	
	momentane Änderungsrate, Bestand und Integral, Exponentialfunktion, Nachweis von Monotonie, ganzrationale Funktion, Nullstelle, Funktionsterm ermitteln	
Musteraufgabe 2 (mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) .....	48	
	Sinusfunktion, Ableitung, Produktregel, Kettenregel, Exponentialfunktion, Exponentialgleichung, Monotonie, Grenzwert, Parabel, quadratische Gleichung	

Musteraufgabe 3	(ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument) . . . . .	52
	Sinusfunktion, Kosinusfunktion, Stammfunktion, Ableitungsregeln, Ermittlung der Grenzen eines Integrals, Erkennen und Zuordnen der Graphen von: Funktion, Stammfunktion und Ableitungsfunktion	
Musteraufgabe 4	(ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument) . . . . .	56
	allgemeine Sinusfunktion und ihre Eigenschaften, Flächen- inhalt und Integral, Funktionsterm ermitteln, trigonometri- sche Gleichung	
Musteraufgabe 5	(mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) . . . . .	61
	momentane Änderungsrate, Exponentialfunktion, Stamm- funktion, Bestand und Integral, ganzrationale Funktion, Wendepunkt	
Musteraufgabe 6	(ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument) . . . . .	65
	Exponentialfunktion, Ableitung, Kettenregel, Stammfunk- tion, momentane Änderungsrate, Bestand und Integral, ganzrationale Funktion, Nullstelle	
Musteraufgabe 7	(mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) . . . . .	69
	Geschwindigkeit und Strecke, Stammfunktion, Exponential- funktion, Exponentialgleichung, Bestand und Integral	
Musteraufgabe 8	(ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument) . . . . .	72
	Geschwindigkeit und Strecke, Wendepunkt, Tangente, Exponentialfunktion, lineare Funktion, Berührungspunkt	
<b>Geometrie</b>		
Musteraufgabe 9	(mit Taschenrechner, mit Formeldokument) . . . . .	76
	Quadrat, Pyramide, Volumen, Koordinatengleichung einer Ebene, Punktprobe, Abstand Punkt–Ebene, Schnittwinkel Gerade–Ebene	
Musteraufgabe 10	(ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument) . . . . .	80
	Würfel, gleichseitiges Dreieck, gleichschenkliges Dreieck, regelmäßiges Sechseck, Schnittfiguren, Geradengleichung, Punktprobe, rechtwinkliges Dreieck, Skalarprodukt	
Musteraufgabe 11	(ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument) . . . . .	83
	Gerade, Ebene, Parallelität, Abstand Punkt–Ebene, gleich- schenkliges Dreieck, rechtwinkliges Dreieck, Quadrat	
Musteraufgabe 12	(mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) . . . . .	87
	Quader, Ebene, Parallelität, Mittelpunkt, rechtwinkliges Dreieck, Innenwinkel im Dreieck, Pyramide, Volumen	

## Stochastik

Musteraufgabe 13	(mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) . . . . .	91
	normalverteilte Zufallsgröße, Glockenkurve, Erwartungswert, Standardabweichung, Wahrscheinlichkeit bei Normalverteilung	
Musteraufgabe 14	(mit Taschenrechner, mit Formeldokument) . . . . .	94
	Baumdiagramm, Pfadregeln, binomialverteilte Zufallsgröße, Wahrscheinlichkeit bei Binomialverteilung, Histogramme, Erwartungswert, Standardabweichung	
Musteraufgabe 15	(mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) . . . . .	97
	Pfadregeln, Glücksspiel, Erwartungswert, binomialverteilte Zufallsgröße, Normalverteilung, Standardabweichung	
Musteraufgabe 16	(mit Taschenrechner, ohne Formeldokument) . . . . .	102
	Vierfeldertafel, Baumdiagramm, Pfadregeln, bedingte Wahrscheinlichkeit, stochastische Unabhängigkeit	

---

## Zweiter Prüfungsteil (Prüfungsgespräch)

---

Was erwartet Sie in diesem Abschnitt? . . . . .	108
-------------------------------------------------	-----

## Analysis

Musteraufgabe 1	Geschwindigkeit, zurückgelegte Strecke, . . . . .	109
	momentane Änderungsrate, Bestand und Integral	
Musteraufgabe 2	Parabel, Ableitung, Steigung, Integral, . . . . .	113
	Flächeninhalt, Volumen, Quadrat	
Musteraufgabe 3	Kosinusfunktion, Wendepunkt, Amplitude, . . . . .	117
	Periode, Spiegelung, Streckung, Verschiebung, Hochpunkt	
Musteraufgabe 4	Ableitung, Stammfunktion, . . . . .	120
	Zusammenhang zwischen $F$ , $f$ und $f'$ , Flächenberechnung, Verschiebung und Spiegelung von Graphen	
Musteraufgabe 5	Geschwindigkeit, zurückgelegte Strecke, . . . . .	123
	Stammfunktion, Monotonie, Grenzwert, Integral	
Musteraufgabe 6	Exponentialfunktion, ganzrationale Funktion, . . . . .	127
	Sinusfunktion, Ableitung, Stammfunktion, Nullstelle	
Musteraufgabe 7	Parabel, Stammfunktion, Nullstelle, Hochpunkt, . . . . .	130
	Tangente, Flächenberechnung, Integral	
Musteraufgabe 8	ganzrationale Funktion, Nullstelle, Extrempunkt, . . . . .	134
	Wendepunkt, Zusammenhang zwischen $F$ , $f$ und $f'$ , Flächenberechnung, Integral	

## **Geometrie**

Musteraufgabe 9	Gerade, Punktprobe, Koordinatenebene, ..... rechtwinkliges Dreieck, Rechteck, geometrischer Ort	137
Musteraufgabe 10	Pyramide, Volumen, gleichschenkliges Dreieck, ..... Gerade, Ebene, Schnittwinkel zwischen Gerade und Ebene	140
Musteraufgabe 11	Würfel, Ebene, Punktprobe, Schnittwinkel zwischen ..... zwei Ebenen, gleichseitiges Dreieck, Pyramide, Volumen	143
Musteraufgabe 12	Gerade, Ebene, Punktprobe, Spurpunkt, ..... Lagebeziehungen im Raum, Spiegelung	146

## **Stochastik**

Musteraufgabe 13	Binomialverteilung, Histogramm, Erwartungswert, ..... Standardabweichung, Formel von Bernoulli	149
Musteraufgabe 14	Baumdiagramm, Pfadregeln, Erwartungswert, ..... fares Spiel, Binomialverteilung, Histogramm, Standardabweichung	152
Musteraufgabe 15	Wahrscheinlichkeitsverteilung, Erwartungswert, ..... fares Spiel, Formel von Bernoulli, Binomialverteilung, Standardabweichung	156
Musteraufgabe 16	Normalverteilung, Glockenkurve, Wahrscheinlichkeit . . . . bei Normalverteilung, Binomialverteilung, Histogramm, Erwartungswert, Standardabweichung	160

## **Autoren und Autorin**

Attila Furdek, Matthias Benkeser, Diana Dragmann

# Hinweise und Tipps zur mündlichen Abiturprüfung im Basisfach

## Das Abitur im Basisfach

Seit dem Abitur 2021 müssen Sie neben den schriftlichen Prüfungen in Ihren drei Leistungsfächern zwei mündliche Abiturprüfungen in den gewählten Basisfächern ablegen. Mathematik ist dabei als Prüfungsfach für alle Abiturientinnen und Abiturienten verpflichtend. Die mündliche Abiturprüfung im Basisfach Mathematik erstreckt sich über die Gebiete Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik.

Die Struktur der Prüfung, die Anforderungen und der Prüfungsablauf werden unten genauer erklärt.

## Inhaltliche Anforderungen für die mündliche Abiturprüfung

Der Prüfung liegen die im Bildungsplan 2018 zum Basisfach ausgewiesenen Inhalte zugrunde. Dabei gilt, dass die folgenden Themen **nicht** Gegenstand der mündlichen Abiturprüfung im Basisfach sind:

- nichtlineare Verkettungen bei der Kettenregel  
*Beispiel:*  $f(x) = \sin(x^2)$  kann nicht vorkommen, aber  $f(x) = \sin(2x - 1)$  schon.
- Stammfunktion zu  $f(x) = \frac{1}{x}$
- Quotienten von Funktionen, gebrochenrationale Funktionen
- senkrechte Asymptoten
- Mittelwert (mit Integral)
- Rotationsvolumen (mit Integral)
- unbegrenzte (ins Unendliche reichende) Flächen
- Funktionenscharen
- Extremwertbestimmung mit Nebenbedingungen
- Normalengleichung einer Ebene
- Ebenenscharen, Geradenscharen
- Abstand Punkt – Gerade

- HNF-Methode bei Abstand Punkt – Ebene  
*Beachte:* Der Abstand Punkt – Ebene kann zwar Gegenstand einer mündlichen Prüfung sein, man muss aber mit der Lotgeraden arbeiten.
- Spiegelung Punkt – Gerade
- Schnittgerade
- Lösungsmenge von Gleichungssystemen mit unendlich vielen Lösungen
- Bewegungsaufgaben (sogenannte „Flugzeugaufgaben“)
- Hypothesentests
- Umkehraufgaben zur Binomialverteilung

## Struktur der mündlichen Abiturprüfung

Jede mündliche Prüfung besteht aus zwei Prüfungsteilen:

**Teil 1** ist ein etwa 10-minütiger **Vortrag** und

**Teil 2** ist ein etwa 10-minütiges **Prüfungsgespräch**.

Details zu den beiden Prüfungsteilen werden unten beschrieben.

Die Prüfung erstreckt sich im Basisfach Mathematik auf **zwei der drei Themengebiete** Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik, wobei Analysis stets vorkommen muss. Daher sind genau folgende Kombinationen möglich:

- Teil 1 ist Analysis und Teil 2 ist Geometrie
- Teil 1 ist Geometrie und Teil 2 ist Analysis
- Teil 1 ist Analysis und Teil 2 ist Stochastik
- Teil 1 ist Stochastik und Teil 2 ist Analysis

**TIPP** Geometrie in Teil 1 und Stochastik in Teil 2 bzw. Stochastik in Teil 1 und Geometrie in Teil 2 sind *nicht möglich*, da Analysis nicht vorkommt. Analysis in Teil 1 und Teil 2 ist ebenfalls *nicht möglich*, weil hier nur ein Gebiet vorkommt.

### Teil 1 der Prüfung

Zu Beginn der Prüfung erhalten Sie ein Aufgabenblatt mit mehreren Teilaufgaben. Möglich sind sowohl Aufgaben mit Hilfsmitteln (Taschenrechner, Formeldokument) als auch Aufgaben ohne Hilfsmittel. Dies erfahren Sie erst auf dem Aufgabenblatt. Sie wissen also vor der Prüfung noch nicht, ob Sie Hilfsmittel verwenden dürfen.

Für die Bearbeitung der Aufgaben haben Sie 20 Minuten Vorbereitungszeit. Anschließend müssen Sie Ihre Antworten und Lösungen in einem 10-minütigen Vortrag präsentieren. Sie haben dabei die Möglichkeit, Aufzeichnungen aus der Vorbereitung zu visualisieren. Ein zeitraubendes Aufschreiben vorbereiteter Teile an der Tafel ist nicht vorgesehen. Während des Vortrags sind keine Hilfsmittel zugelassen – selbst dann nicht, wenn diese in der Vorbereitungszeit zur Verfügung standen.

Beim Vortragen sollten Sie in der Regel nicht unterbrochen werden. Umfasst Ihr Vortrag weniger als zehn Minuten, wird während der verbleibenden Minuten geschwiegen.

Wenn Sie also nach vier Minuten fertig sind, folgen weitere sechs Minuten, in denen niemand etwas sagt. Was unter Umständen möglich wäre, sind lediglich kurze Verständnisfragen zum Gesagten nach Ablauf der ersten zehn Minuten.

## Teil 2 der Prüfung

Direkt im Anschluss an Teil 1 beginnt Teil 2 der Prüfung; dieser dauert ebenfalls 10 Minuten. Sie erhalten zunächst einen sogenannten Impuls, z. B. einen Graphen, eine Abbildung, das Netz eines Würfels. Anschließend folgen Arbeitsaufträge und Fragen, die Ihnen nach und nach mündlich mitgeteilt werden. Teil 2 ist ein Prüfungsgespräch zwischen Prüfling und Prüfer\*in. Den Verlauf dieser Teilprüfung kann man daher im Vorfeld nicht genau vorhersehen. Während Teil 2 der Prüfung sind grundsätzlich keine Hilfsmittel zugelassen.

### Operatoren

In den für den 1. Prüfungsteil vorgelegten Aufgabenstellungen, aber auch bei den Fragestellungen im 2. Prüfungsteil findet man bestimmte Schlüsselwörter, sogenannte Operatoren, wie zum Beispiel *angeben*, *ermitteln*, *untersuchen*, die den jeweiligen Arbeitsauftrag präzisieren. Obwohl diese Wörter aus dem Alltag bekannt sind, ist es trotzdem erforderlich, zu wissen, was sie im mathematischen Kontext genau bedeuten. Um eine Fragestellung bzw. eine Aufgabe richtig zu verstehen, muss man wissen, was bei einer bestimmten Formulierung von einem erwartet wird.

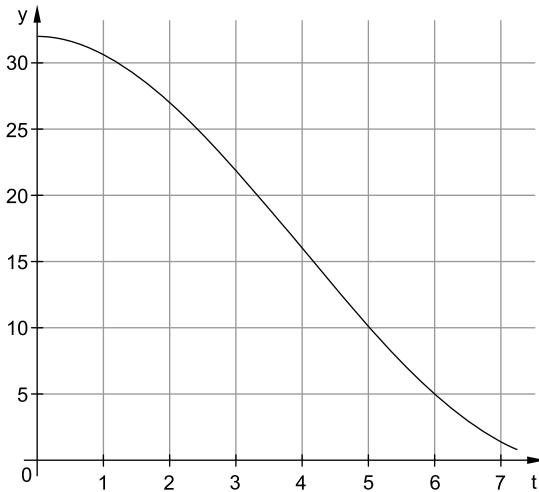
Dazu dient der folgende tabellarische Überblick:

Operatoren	Erklärungen und Hinweise
angeben nennen	Es wird weder ein Ansatz noch eine Begründung erwartet. Eine korrekte Angabe der Antwort reicht aus.
beschreiben	Es wird keine Begründung erwartet. Die Beschreibung erfolgt häufig anhand eines anschaulichen Hintergrundes.
beurteilen begründen nachweisen zeigen	Es wird ein logisches Argumentieren erwartet, wobei dies häufig anhand eines anschaulichen Hintergrundes erfolgt.
berechnen	Es wird ein nachvollziehbarer rechnerischer Lösungsweg erwartet.
bestimmen ermitteln untersuchen	Wenn man mehrere denkbare Ansätze hat, kann man sich einen von diesen frei aussuchen (z. B. grafisch oder rechnerisch), sofern nichts anderes vorgegeben wird (wie z. B. „Ermitteln Sie rechnerisch ...“).
grafisch darstellen zeichnen	Es wird eine möglichst genaue Darstellung erwartet.
skizzieren	Es reicht eine Beschränkung auf die wichtigsten Eigenschaften (bei Graphen z. B. Nullstellen, Extrempunkte usw.). Die Koordinatenachsen sollten beschriftet und skaliert sein.



### Musteraufgabe 8 (ohne Taschenrechner, ohne Formeldokument)

Der Graph beschreibt den Bremsvorgang eines Autos ( $t$  ist die Zeit in Sekunden,  $y = v(t)$  die Geschwindigkeit in Meter pro Sekunde).



- Geben Sie die Geschwindigkeit des Autos nach fünf Sekunden an.
- Ermitteln Sie den Zeitpunkt, zu dem die Geschwindigkeit des Autos  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  beträgt.
- Bestimmen Sie die Strecke, die das Auto in den ersten zwei Sekunden des Bremsvorgangs zurücklegt.
- Untersuchen Sie, wann die Geschwindigkeit am schnellsten abnimmt.
- Es gilt  $v(t) = \frac{1}{8}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 32$ . Ab  $t=4$  wird der Bremsvorgang jetzt durch die Tangente an den Graphen im Punkt  $B(4 | 16)$  modelliert. Ermitteln Sie, wann das Auto nach dieser Modellierung zum Stillstand kommt.
- Es sei  $f(x) = e^{-x}$  und  $g(x) = -x + c$ . Ermitteln Sie den Wert für  $c$ , sodass sich die Graphen von  $f$  und  $g$  berühren. Bestimmen Sie den Berührungspunkt.

► Eine passende Musteraufgabe zu Teil 2 der Prüfung finden Sie auf Seite 160.

## Lösungsvorschlag

### Prüfungsinhalte

Geschwindigkeit und Strecke, Wendepunkt, Tangente, Exponentialfunktion, lineare Funktion, Berührungspunkt

a)  $v(5) = 10$



Die Geschwindigkeit des Autos nach fünf Sekunden beträgt  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**TIPP** Bei Formulierungen mit „geben Sie an“ ist *keine Begründung* erforderlich. Es schadet aber nicht, wenn Sie in Ihrem Vortrag auf das Ablesen des Wertes am Graphen eingehen.

b)  $y = 5$

Schnittpunkt  $\Rightarrow t = 6$

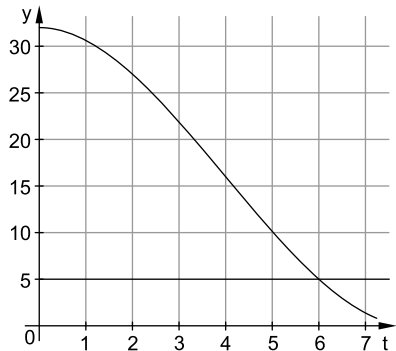


Man zeichnet die Parallele

$y = 5$  zur t-Achse ein.

Der Schnittpunkt dieser Parallele mit dem Graphen hat den t-Wert 6, siehe Skizze.

Nach 6 Sekunden beträgt die Geschwindigkeit des Autos also  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .



c)  $\int_0^2 v(t) dt \Rightarrow 12 \text{ K\"astchen}$

1 K\"astchen  $\hat{=} 5 \text{ m}$

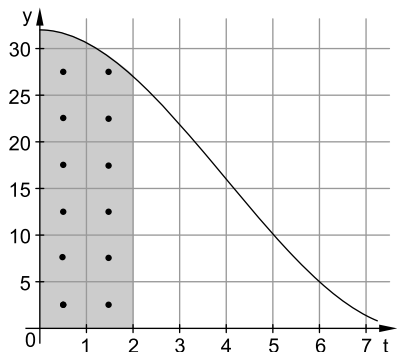
$12 \cdot 5 = 60$



Das Integral über die Geschwindigkeit ergibt den zurückgelegten Weg. Es geht um die ersten 2 Sekunden, also

um das Integral  $\int_0^2 v(t) dt$ .

Anschaulich entspricht es der Fläche zwischen Graph und t-Achse von 0 bis 2.



Man zählt die Kästchen zwischen Graph und t-Achse zusammen und erhält etwa 12 Kästchen, siehe Skizze. Ein Kästchen entspricht jedoch nicht 1 Flächeneinheit, sondern 5 Einheiten (1 mal 5). Die Anzahl der Kästchen muss man daher noch mit 5 multiplizieren; 12 mal 5 ist 60.

Das Auto legt also in den ersten zwei Sekunden eine Strecke von 60 Meter zurück.

**d) stärkste Abnahme  $\hat{=}$  Wendepunkt**

$$\Rightarrow t \approx 4$$



Die stärkste Abnahme erfolgt an der Stelle, an der der Graph einen Wendepunkt besitzt. Der Abbildung kann man entnehmen, dass dies bei etwa  $t=4$  der Fall ist. Nach 4 Sekunden nimmt also die Geschwindigkeit am schnellsten ab.

**+** Der Term  $v(t) = \frac{1}{8}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 32$  steht im Aufgabentext erst bei Teilaufgabe e. Verwendet man ihn trotzdem, kann man die Aufgabe auch rechnerisch lösen. Die stärkste Abnahme befindet sich an der Stelle, an der die erste Ableitung ihren Tiefpunkt hat. Man kann also  $v(t)$  ableiten und mit den bekannten Bedingungen den Tiefpunkt der Ableitung ermitteln ( $v''(t)=0$  und  $v'''(t)>0$ ). Die t-Koordinate des Tiefpunktes ist der gesuchte Wert.

**e) Tangente:  $y = v'(u) \cdot (t - u) + v(u)$**

$$B(4 | 16) \Rightarrow u=4; v(u)=16$$

$$v'(t) = \frac{3}{8}t^2 - 3t$$

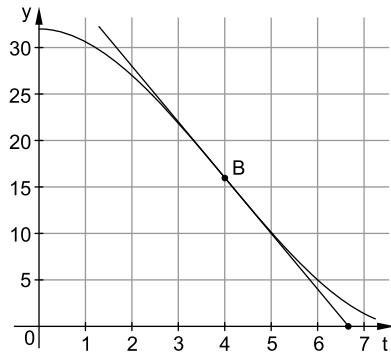
$$v'(4) = \frac{3}{8} \cdot 4^2 - 3 \cdot 4$$

$$= \frac{3}{8} \cdot 16 - 12 = 6 - 12 = -6$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Tangente: } y &= -6 \cdot (t - 4) + 16 \\ &= -6t + 24 + 16 \\ &= -6t + 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Stillstand: } y &= 0 \\ -6t + 40 &= 0 \end{aligned}$$

$$t = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} = 6,\bar{6} \approx 6,7$$

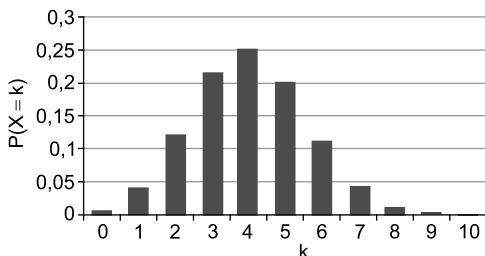


Die Geschwindigkeit wird ab  $t=4$  durch die Tangente in B beschrieben. Zuerst stellt man deshalb die Tangentengleichung auf. Dazu berechnet man  $v'(4)$  und erhält  $-6$ . Die Tangentengleichung lautet damit  $y = -6t + 40$ , siehe Rechnung. Stillstand bedeutet, dass die Geschwindigkeit null ist. Die Gleichung  $y=0$  hat als Lösung  $\frac{20}{3}$ , also  $6,\bar{6}$ . Nach etwa 6,7 Sekunden kommt das Auto nach dieser Modellierung zum Stillstand.

### Musteraufgabe 13

#### Impuls

Gegeben ist das Histogramm einer Binomialverteilung für die Zufallsgröße  $X$ :



#### Mögliche Arbeitsaufträge und Fragestellungen:

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass  $X$  den Wert 4 oder den Wert 5 annimmt.
- b) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass  $X$  weder den Wert 4 noch den Wert 5 annimmt.
- c) Geben Sie jene ganze Zahl an, die als Erwartungswert für  $X$  infrage kommt. Begründen Sie Ihre Wahl.
- d) Bestimmen Sie einen möglichen Wert für die Trefferwahrscheinlichkeit  $p$  des zugrunde liegenden Bernoulli-Experimentes. Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.
- e) Die Trefferwahrscheinlichkeit sei nun  $p=0,4$ . Zeigen Sie rechnerisch, dass die Standardabweichung von  $X$  kleiner als 2 ist.
- f) Geben Sie für  $p=0,4$  einen Rechenausdruck an, mit dem sich die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $X=1$  berechnen lässt.
- g) Erläutern Sie, wie das Histogramm einer Binomialverteilung mit  $n=100$  und  $p=0,4$  im Vergleich zum dargestellten Histogramm aussieht.

## Lösungsvorschlag

### Prüfungsinhalte

Binomialverteilung, Histogramm, Erwartungswert, Standardabweichung, Formel von Bernoulli

- a) Die Wahrscheinlichkeiten für  $k=4$  und für  $k=5$  lassen sich am Histogramm ablesen. Sie betragen 0,25 und 0,2. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt also:  
 $P(X=4) + P(X=5) = 0,25 + 0,2 = 0,45$
- b) Das hier betrachtete Ereignis ist das Gegenereignis zu dem Ereignis aus Teilaufgabe a. Die Summe der Wahrscheinlichkeiten von Ereignis und Gegenereignis ergibt stets 1. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist somit  $1 - 0,45 = 0,55$ .
- c) Es kommt nur die ganze Zahl 4 infrage, da bei  $k=4$  der größte Wert im Histogramm zu finden ist.

**TIPP** Ist der Erwartungswert bei einer Binomialverteilung eine ganze Zahl, so findet man dort den größten Balken im Histogramm.

- d) Man kann von der Kettenlänge  $n=10$  ausgehen, da  $k$  im Histogramm die Werte von 0 bis 10 annimmt. Wenn man 4 als Erwartungswert für  $X$  wählt (siehe Teilaufgabe c), lässt sich  $p$  mit der Formel  $E(X) = n \cdot p$  bestimmen:

$$4 = 10 \cdot p$$

$$p = 0,4$$

- e) Für die Standardabweichung einer Binomialverteilung gilt:

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{10 \cdot 0,4 \cdot (1-0,4)} = \sqrt{10 \cdot 0,4 \cdot 0,6} = \sqrt{2,4} < 2$$

Denn:  $\sqrt{2,4}$  ist kleiner als  $\sqrt{4}$  und  $\sqrt{4}$  ist gerade 2.

- f) Mit der Formel von Bernoulli gilt für  $n=10$  und  $p=0,4$ :

$$P(X=1) = \binom{10}{1} \cdot 0,4^1 \cdot 0,6^9 = \frac{10!}{1! \cdot 9!} \cdot 0,4 \cdot 0,6^9$$



© **STARK Verlag**

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

**STARK**