



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Chemieberufe

Technische Mathematik für Chemieberufe

Grundlagen

Eckhard Ignatowitz, Henrik Althaus, Holger Rapp

7. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr. 71314

Autoren:

Dr. Henrik Althaus, OStR	Stade
Dr. Eckhard Ignatowitz, StR a.D.	Waldbonn
Dipl.-Ing., Dipl.-Wirt.-Ing. Holger Rapp	Waldbonn

Autoren bis zur 5. Auflage

Gew.-Lehrer Gerhard Fastert, OStR †	Stade
Dr. Klaus Brink, a.D. OStR †	Leverkusen

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Dr. Eckhard Ignatowitz

Bildentwürfe: Die Autoren

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

7. Auflage 2022

Druck 5 4 3 2

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-8400-2

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2022 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt

Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, Radevormwald

Umschlagbild: ©Michael-stock.adobe.com

Druck: Nikolaus Bastian Druck und Verlag GmbH, 54343 Föhren

Vorwort

Das Buch **TECHNISCHE MATHEMATIK FÜR CHEMIEBERUFE** ist ein Lehr-, Lern- und Übungsbuch für die schulische und betriebliche Ausbildung im Unterrichtsfach Technische Mathematik.

Es ist besonders für die Ausbildung in den Produktionsberufen der chemischen Industrie geeignet: zum Chemikant und zur Produktionsfachkraft Chemie.

Darüber hinaus kann es für die Ausbildung zur Fachkraft für Wasserversorgungstechnik bzw. Abwasser-technik, für Papiermacher, für Textilreiniger und Färberei-Textilveredler sowie verschiedene Laborberufe verwendet werden.

Hilfreich kann es auch an Berufsfachschulen, Fachoberschulen, Meister-Fachschulen, Chemotechniker-Fachschulen und bei Weiterbildungskursen in der chemischen Industrie eingesetzt werden.

Zudem bietet es eine fachmathematische Einführung für ein Chemie- bzw. Chemie-Ingenieurstudium.

Das Buch vermittelt neben mathematischen Grundkenntnissen vor allem berufsbezogene fachmathematische Kenntnisse aus den Bereichen allgemeine Chemie und analytische Chemie, technikorientierte Sachgebiete aus der Chemie, Physik sowie Messtechnik.

Die Stoffauswahl basiert auf dem Rahmenlehrplan der Kultusministerkonferenz sowie den Lehrplänen der Bundesländer des Ausbildungsberufes Chemikant. Darüber hinaus wurden Ergänzungen für die anderen Berufe und Schularten aus dem Berufsfeld Chemie aufgenommen.

Die Kapitel des Buches lauten:

- | | |
|--|--|
| 1 Mathematische Grundlagen, praktisches Rechnen | 7 Analytische Bestimmungen |
| 2 Auswertung von Messwerten und Prozessdaten | 8 Berechnungen zur Elektrizitätslehre |
| 3 Ausgewählte physikalische Berechnungen | 9 Berechnungen zur Wärmelehre |
| 4 Stöchiometrische Berechnungen | 10 Bestimmung von Produkteigenschaften |
| 5 Rechnen mit Gehaltsgrößen von Mischungen | 11 Qualitätssicherung |
| 6 Berechnungen zum Verlauf chemischer Reaktionen | |

Die Lerninhalte sind nach einem einheitlichen methodischen Grundkonzept dargeboten:

Nach einer kurzen Einführung in die theoretischen Sachverhalte werden die zur Berechnung erforderlichen Größengleichungen abgeleitet oder gegeben und die Einheiten der physikalischen Größen erläutert.

Darauf folgt die ausführliche Darstellung des Rechengangs an ein oder zwei typischen Aufgabenbeispielen. Zum eigenständigen Üben steht eine umfangreiche Sammlung von Aufgaben zum gerade dargebotenen Lerninhalt zur Verfügung.

Am Ende jedes Großkapitels folgt eine Zusammenstellung von gemischten Aufgaben, die zur Leistungs-kontrolle oder zur Prüfungsvorbereitung verwendet werden können.

Beim chemischen Rechnen wird als Lösungsmethode überwiegend das Rechnen mit Größengleichungen eingesetzt. Aber auch das Schlussrechnen wird eingeführt und in dafür typischen Aufgabenbeispielen durchgerechnet.

Das Buch ist durchgängig auf die Verwendung von Taschenrechner und PC konzipiert. Dabei werden das Runden und das Rechnen mit den signifikanten Ziffern eingeführt und im ganzen Buch konsequent berück-sichtigt. Auch die Prozessdatenauswertung und die grafische Darstellung mit dem Tabellenkalkulationspro-gramm Excel wird an berufstypischen Beispielen geübt.

Das Buch hat ein ausführliches Sachwortverzeichnis mit der englischen Übersetzung der Fachausdrücke. Es kann als **Sachwort-Lexikon** genutzt werden.

In der vorliegenden **7. Auflage** des Buches wurden eine Reihe von Verbesserungen durchgeführt:

- Das Layout wurde nochmals verbessert, um die schnelle Erfassung der Inhalte zu erleichtern.
- Im ganzen Buch wurden die Aufgaben noch stärker an den berufsspezifischen Inhalten ausgerichtet.
- Satzfehler wurden korrigiert.

Zum Buch **TECHNISCHE MATHEMATIK FÜR CHEMIEBERUFE** gibt es ein **Lösungsbuch**, EUROPA-Nr. 71411, in dem für alle Aufgaben ein Lösungsvorschlag mit Ergebnis durchgerechnet ist.

Die Autoren und der Verlag freuen sich über kritisch-konstruktive Hinweise und Verbesserungsvorschläge zum Buch. Bitte richten Sie Ihre Zuschrift per e-mail an: Lektorat@europa-lehrmittel.de

Inhaltsverzeichnis

1	Mathematische Grundlagen, praktisches Rechnen.....	8		
1.1	Zahlenarten	8	2.3.3	Standardabweichung
1.2	Größen, Einheiten, Zeichen, Formeln	9	2.3.4	Gauß'sche Normalverteilung
1.3	Grundrechnungsarten	10	2.3.5	Auswertung mit dem Taschenrechner und Computer
1.3.1	Addieren und Subtrahieren	10	2.4	Darstellung von Messergebnissen
1.3.2	Multiplizieren	11	2.4.1	Messwerte in Wertetabellen
1.3.3	Dividieren	12	2.4.2	Grafische Darstellung von Messwerten
1.4	Berechnen zusammengesetzter Ausdrücke	13	2.4.3	Arbeiten mit Diagrammen in der Chemietechnik
1.5	Bruchrechnen	14	2.4.4	Funktionsgraphen
1.5.1	Addieren und Subtrahieren von Brüchen	14	2.4.5	Linearisieren einer Kurve
1.5.2	Multiplizieren und Dividieren von Brüchen	15	2.4.6	Verwendung grafischer Papiere
1.6	Rechnen mit Potenzen	16	2.5	Versuchs- und Prozessdatenauswertung mit dem Computer
1.7	Rechnen mit Wurzeln	18	2.5.1	Das Tabellenkalkulationsprogramm Excel
1.8	Rechnen mit Logarithmen	20	2.5.2	Auswertung von Messreihen mit Excel
1.8.1	Definition des Logarithmus	20	2.5.3	Diagramme zeichnen mit Excel
1.8.2	Berechnen dekadischer Logarithmen	21	2.5.4	Regressionsanalyse mit Excel
1.8.3	Berechnen natürlicher Logarithmen	21		Gemischte Aufgaben zu Kapitel 2
1.8.4	Logarithmengesetze	22		66
1.8.5	Logarithmieren bei der pH-Wert-Berechnung	22		
1.9	Lösen von Gleichungen	23		
1.9.1	Lösen von Bestimmungsgleichungen	23		
1.9.2	Lösen von Größengleichungen	24		
1.10	Rechnen mit Winkeln und Winkelfunktionen	25		
1.11	Berechnungen mit dem Dreisatz	26		
1.12	Berechnungen mit Proportionen	27		
1.13	Berechnungen mit Anteilen	28		
	Gemischte Aufgaben zu Kapitel 1	29		
2	Auswertung von Messwerten und Prozessdaten	32		
2.1	Messtechnik in der Chemieanlage	32		
2.1.1	Grundbegriffe der Messtechnik	32		
2.1.2	Unsicherheit von Messwerten	33		
2.1.3	Messgenauigkeit im Labor und Chemiebetrieb	34		
2.2	Rechnen mit Messwerten	38		
2.2.1	Signifikante Ziffern	38		
2.2.2	Runden	38		
2.2.3	Rechnen mit Messwerten ohne angegebene Unsicherheit	39		
2.2.4	Rechnen mit Messwerten mit angegebener Unsicherheit	40		
2.3	Auswertung von Messwertreihen	41		
2.3.1	Statistische Kennwerte	41		
2.3.2	Absoluter und relativer Fehler	41		
	Gemischte Aufgaben zu Kapitel 3	106		
3	Ausgewählte physikalische Berechnungen	69		
3.1	Größen, Zeichen, Einheiten, Umrechnungen	69		
3.2	Berechnung von Längen, Flächen, Oberflächen und Volumina	74		
3.2.1	Längenberechnung	74		
3.2.2	Umfangs- und Flächenberechnung	75		
3.2.3	Oberflächen- und Volumenberechnung	76		
3.3	Berechnung von Masse, Volumen und Dichte	78		
3.4	Bewegungsvorgänge	82		
3.5	Strömende Medien in Rohrleitungen	85		
3.6	Kräfte	87		
3.7	Arbeit	90		
3.8	Leistung	92		
3.9	Energie	93		
3.10	Wirkungsgrad	94		
3.11	Druck und Druckarten	96		
3.12	Druck in Flüssigkeiten	97		
3.13	Auftriebskraft	99		
3.14	Druck in Gasen, Gasgesetze	101		
3.15	Sättigungsdampfdruck, Partialdruck	103		
3.16	Luftfeuchtigkeit	104		
	Gemischte Aufgaben zu Kapitel 3	106		

4	Stöchiometrische Berechnungen	108			
4.1	Grundgesetze der Chemie	108	5.1.2 Volumenanteil φ	153	
4.2	Aufbau der chemischen Elemente	108	5.1.3 Stoffmengenanteil χ	154	
4.3	Symbole und Ziffern in chemischen Formeln	110	5.1.4 Umrechnen der verschiedenen Anteile	155	
4.4	Quantitäten von Stoffportionen	111	5.1.5 Massenkonzentration β	157	
4.4.1	Stoffmenge	111	5.1.6 Volumenkonzentration σ	158	
4.4.2	Molare Masse	112	5.1.7 Stoffmengenkonzentration c und Äquivalentkonzentration $c(1/z^*X)$	159	
4.4.3	Atomare Masseneinheit	113	5.1.8 Umrechnen der verschiedenen Konzentrationen	160	
4.5	Zusammensetzung von Verbindungen und Elementen	114	5.1.9 Löslichkeit L^*	161	
4.5.1	Massenanteile von Bestandteilen in Verbindungen	114	Gemischte Aufgaben zu Gehaltsgrößen	163	
4.5.2	Masse der Bestandteile in Portionen von Verbindungen	114	5.2 Umrechnen von Anteilen in Konzentrationen und Löslichkeiten	164	
4.5.3	Zusammensetzung von Isotopengemischen	115	5.2.1 Umrechnung von Massenanteil $w(X)$ und Stoffmengenkonzentration $c(X)$	164	
4.6	Empirische Formel, Molekülfomel (Teilchenformel)	116	5.2.2 Umrechnung von Massenanteil $w(X)$ und Massenkonzentration $\beta(X)$	165	
4.6.1	Berechnung der empirischen Formel einer Verbindung	117	5.2.3 Umrechnung von Massenanteil $w(X)$ und Volumenkonzentration $\sigma(X)$	165	
4.6.2	Berechnung der Molekülfomel einer Verbindung	118	5.2.4 Umrechnung von Massenanteil $w(X)$ und Löslichkeit $L^*(X)$	166	
4.6.3	Ermittlung der Molekülfomel mit der Elementaranalyse	119	5.3 Gehaltsgrößen beim Mischen, Verdünnen und Konzentrieren von Lösungen	169	
4.7	Berechnungen mit Gasportionen	120	5.3.1 Mischen von Lösungen	169	
4.7.1	Gase bei Normbedingungen	120	5.3.2 Verdünnen von Lösungen	171	
4.7.2	Gasportionen bei beliebigen Drücken und Temperaturen	122	5.3.3 Volumenberechnung beim Mischen von Lösungen	172	
4.7.3	Bestimmung der molaren Masse aus der allgemeinen Gasgleichung	124	5.3.4 Konzentrieren von Lösungen	173	
4.7.4	Dichte einer Gasportion	125	Gemischte Aufgaben zu Kapitel 5	174	
4.8	Rechnen mit Reaktionsgleichungen	126			
4.8.1	Aufbau von Reaktionsgleichungen	126			
4.8.2	Aufstellen von Reaktionsgleichungen	128			
4.8.3	Oxidationszahlen	131			
4.8.4	Aufstellen von Redox-Gleichungen	133			
	Gemischte Aufgaben zum Rechnen mit Reaktionsgleichungen	136			
4.9	Umsatzberechnung bei chemischen Reaktionen	137			
4.9.1	Umsatzberechnung bei Einsatz reiner Stoffe	137	6	Berechnungen zum Verlauf chemischer Reaktionen	176
4.9.2	Umsatzberechnung bei Einsatz verunreinigter oder gelöster Stoffe	139	6.1	Reaktionsgeschwindigkeit	176
4.9.3	Umsatzberechnung bei Gasreaktionen	142	6.2	Beeinflussung der Reaktionsgeschwindigkeit	179
4.9.4	Umsatzberechnung unter Berücksichtigung der Ausbeute	144	6.2.1	Einfluss der Konzentration	179
	Gemischte Aufgaben zur Umsatzberechnung	147	6.2.2	Einfluss der Temperatur auf die Reaktionsgeschwindigkeit	181
			6.2.3	Einfluss von Katalysatoren auf die Reaktionsgeschwindigkeit	183
5	Rechnen mit Gehaltsgrößen von Mischungen	149	6.3	Chemisches Gleichgewicht	184
5.1	Gehaltsgrößen von Mischungen	149	6.4	Massenwirkungsgesetz	185
5.1.1	Massenanteil w	151	6.5	Verschiebung der Gleichgewichtslage	187
			6.6	Protolysegleichgewichte	191
			6.6.1	Protolysegleichgewicht des Wassers	192
			6.6.2	Der pH-Wert	193
			6.6.3	pH-Wert starker Säuren und Basen	194
			6.6.4	pH-Wert schwacher Säuren und Basen	195
			6.7	pH-Wert von Pufferlösungen	198
			6.8	Löslichkeitsgleichgewichte	199
				Gemischte Aufgaben zu Kapitel 6	200

7	Analytische Bestimmungen	201
7.1	Thermogravimetrische Analysen	202
7.1.1	Feuchtigkeits- und Trockengehaltsbestimmungen von Feststoffen	202
7.1.2	Glührückstandsbestimmungen	203
7.1.3	Bestimmung des Wassergehalts in Mineralölen	204
	Gemischte Aufgaben zu 7.1 Thermogravimetrischen Analysen	205
7.2	Volumetrische Bestimmungen (Maßanalyse)	206
7.2.1	Durchführung einer Maßanalyse	206
7.2.2	Maßanalyse mit aliquoten Teilen	206
7.2.3	Gehaltsangaben von Maßlösungen	207
7.2.4	Titer von Maßlösungen	208
7.2.5	Neutralisationstitrationsen	210
7.2.5.1	Direkttitrationsen	210
7.2.5.2	Rücktitrationsen	213
7.3	Bestimmung von Abwasserkennwerten	215
7.3.1	Biochemischer Sauerstoffbedarf BSB	215
7.3.2	Chemischer Sauerstoffbedarf CSB	219
7.4	Bestimmung der Wasserhärte	221
7.4.1	Definition und Berechnung der Wasserhärte	221
7.4.2	Bestimmung der Wasserhärte durch komplexometrische Titration	222
7.4.3	Bestimmung der Härtebereiche mit Teststreifen	224
7.5	Bestimmung maßanalytischer Kennzahlen von Fetten	225
7.5.1	Säurezahl SZ	225
7.5.2	Verseifungszahl VZ	226
7.5.3	Esterzahl EZ	227
7.6	Maßanalytische Bestimmungen mit elektrochemischen Methoden	228
7.6.1	Potentiometrische Neutralisationstitrationsen	228
7.6.2	Leitfähigkeittitrationsen (Konduktometrie)	230
	Gemischte Aufgaben zu 7.2 bis 7.6 Maßanalytische Bestimmungen	231
7.7	Optische Analyseverfahren	233
7.7.1	Fotometrie, Spektroskopie	233
7.7.1.1	Physikalische Grundlagen	233
7.7.1.2	Optische Größen der Fotometrie/ Spektroskopie	234
7.7.1.3	Gesetz von Bouguer, Lambert und Beer	235
7.7.1.4	Filterfotometrie	236
7.7.1.5	UV-VIS-Spektroskopie	238
7.7.2	Refraktometrie	240
7.7.3	Polarimetrie	243
7.8	Chromatografie	245
7.8.1	Dünnschichtchromatografie und Papierchromatografie	245
7.8.2	Säulenchromatografie	246
7.8.3	Kenngrößen der Chromatografie	248
7.8.4	Trennwirkung einer chromatografischen Säule	249
7.8.5	Auswertung säulenchromatografischer Analysen	250
7.8.5.1	Auswertung eines Chromatogramms mit der 100% – Methode	251
7.8.5.2	Auswertung eines Chromatogramms mit externem Standard	251
8	Berechnungen zur Elektrotechnik	255
8.1	Grundbegriffe der Elektrotechnik	255
8.2	Elektrischer Widerstand und Leitwert eines Leiters	257
8.3	Ohm'sches Gesetz	259
8.4	Reihenschaltung von Widerständen	260
8.5	Parallelschaltung von Widerständen	262
8.6	Gruppenschaltungen, Netzwerk- Schaltungen	264
8.7	Wheatstone'sche Brückenschaltung	266
8.8	Thermische Widerstandsänderung, Widerstandsthermometer	267
8.9	Thermospannung, Thermoelement	268
8.10	Widerstandsänderung eines Leiters durch Dehnung	270
8.11	Elektrische Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad	271
8.12	Berechnungen zum Drehstrom	273
8.12.1	Stern- und Dreieckschaltung	273
8.12.2	Leistungsschilder elektrischer Geräte (rating plates)	275
8.12.3	Elektrische Leistung bei verschiedenen Stromarten	275
8.13	Elektrolytische Stoffabscheidung	277
8.13.1	Elektrolytisch abgeschiedene Stoffmasse	277
8.13.2	Elektrolytische Abscheidung von Gasen	278
	Gemischte Aufgaben zu Kapitel 8	280
9	Berechnungen zur Wärmelehre	282
9.1	Temperaturskalen	282
9.2	Verhalten der Stoffe bei Erwärmung	283
9.2.1	Thermische Längenänderung von Feststoffen	283
9.2.2	Thermische Volumenänderung von Feststoffen	284
9.2.3	Thermische Volumenänderung von Flüssigkeiten	285
9.2.4	Thermische Volumenänderung von Gasen	287
9.3	Wärmeinhalt von Stoffportionen	288

9.4 Aggregatzustandsänderungen	290	10.6 Auswertung einer Siebanalyse mit dem Tabellenkalkulationsprogramm Excel ..	332
9.4.1 Schmelzen und Erstarren	290	10.6.1 Rechnerische Auswertung der Siebanalyse mit Excel	332
9.4.2 Verdampfen, Kondensieren	291	10.6.2 Erstellen von Diagrammen zur Siebanalyse mit Excel	333
9.4.3 Zusammengesetzte thermische Vorgänge	291		
9.5 Siedepunkterhöhung	293		
9.6 Gefrierpunktterniedrigung	295		
9.7 Temperaturänderung beim Mischen von Flüssigkeiten	296		
9.8 Temperaturänderung beim direkten Heizen und Kühlen	298		
9.9 Reaktionswärmens bei chemischen Reaktionen	300		
9.10 Heizwert und Brennwert von Brennstoffen	304		
Gemischte Aufgaben zu Kapitel 9	306		
10 Bestimmung von Produkteigenschaften 308		11 Qualitätssicherung	335
10.1 Bestimmung der Dichte	308	11.1 Erfassung der Verteilung von Messwerten	335
10.1.1 Dichtebestimmung mit dem Pyknometer	309	11.2 Qualitätssicherung mit Qualitätsregelkarten	337
10.1.2 Dichtebestimmung mit der hydrostatischen Waage	312	11.2.1 Aufbau und Funktion von Qualitätsregelkarten	337
10.1.3 Dichtemessung mit der Westphal'schen Waage	313	11.2.2 Berechnen der Regelgrenzen bei Qualitätsregelkarten	339
10.1.4 Dichtebestimmung mit dem Tauchkörper-Verfahren	314	11.2.3 Erstellen und Führen von Qualitätsregelkarten	341
10.1.5 Dichtemessung mit dem Aräometer	315	11.3 Interpretation von Qualitätsregelkarten ..	342
10.1.6 Dichtebestimmung mit Biegeschwinger-Messgeräten	316		
10.2 Bestimmung technischer Dichten von Schüttgütern	318		
10.2.1 Bestimmung der Schütt- und Rütteldichte	318	12 Anhang	344
10.2.2 Bestimmung der Pressdichte	318	Griechische Buchstaben	344
10.3 Bestimmung der Viskosität	320	Physikalische Konstanten	344
10.3.1 Dynamische und kinematische Viskosität	320	Vorsätze und Vorsatzzeichen	344
10.3.2 Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler	321	Symbole und molare Massen der Elemente	345
10.3.3 Auslauf-Viskosimeter	322	Hinweis zu den Normen	345
10.3.4 Rotations-Viskosimeter	323	Kopiertvorlagen	346
10.4 Bestimmung der Oberflächenspannung	324	Millimeterpapier	346
10.4.1 Bügelverfahren oder Ringverfahren	325	Einfach-Logarithmen-Papier	347
10.4.2 Tropfenmethode	325	Doppelt-Logarithmen-Papier	348
10.4.3 Kapillarmethode	326	Vordruck zur Datenerfassung einer Siebanalyse ..	349
10.5 Bestimmung der Partikelgrößenverteilung von Schüttgütern	327	Histogramm	349
10.5.1 Auswertung einer Siebanalyse	327	RRSB-Netz für die Siebanalyse	350
10.5.2 Darstellung und Auswertung einer Siebanalyse im RRSB-Netz	329	Qualitätsregelkarte	351
10.5.3 Bestimmung der spezifischen Oberfläche von Schüttgütern	331		
 		Sachwortverzeichnis mit englischen Sachwörtern	352
 		Danksagung und Bildquellenverzeichnis	360

3.3 Berechnung von Masse, Volumen und Dichte

Beim Umgang mit Stoffen, z.B. beim Herstellen von Lösungen oder bei chemischen Reaktionen, werden die Stoffportionen genau abgemessen. Dies ist erforderlich, um z.B. Lösungen mit bestimmten Konzentrationen zu erhalten oder um Stoffportionen für eine Reaktion zu bestimmen.

Die Menge einer Stoffportion bezeichnet man als **Quantität**. Die Quantität einer Stoffportion kann durch die Masse oder bei Flüssigkeiten und Gasen durch das Volumen beschrieben werden.

■ Masse (mass)

Die Masse m ist eine Basisgröße mit der Basiseinheit Kilogramm und dem Einheitenzeichen kg.

Ein Kilogramm ist definiert als die Masse des Internationalen **Kilogrammprototyps** (Urkilogramm). Es ist ein Platin-Iridium-Zylinder von 39,00 mm Höhe und 39,00 mm Durchmesser.

Die Masse einer Stoffportion wird durch Wägung bestimmt (**Bild 1**). Befindet sich die Stoffportion in einer Verpackung, so bezeichnet man die gemessene Gesamtmasse als **Bruttomasse** m_B . Dies ist die Gesamtmasse des Gebindes einschließlich der Verpackung.

Die Masse der Verpackung wird als **Tara** m_T bezeichnet.

Die Masse der Stoffportion in der Verpackung nennt man **Nettomasse** m_N .

Für Bruttomasse, Nettomasse und Tara werden die üblichen Masseneinheiten verwendet, z.B. g oder kg. Die Tara kann auch in Prozent der Bruttomasse angegeben werden.

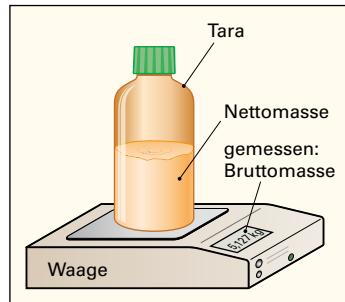


Bild 1: Massenangaben bei Gebinden

Bruttomasse

$$\begin{aligned} \text{Brutto-} &= \text{Netto-} \\ \text{masse} &= \text{masse} + \text{Tara} \\ m_B &= m_N + m_T \end{aligned}$$

Beispiel: Ein 10-L-Gebinde mit Aceton $\text{CH}_3\text{-CO-CH}_3$ hat eine Bruttomasse von 9,34 kg.

- Wie viel Kilogramm Aceton sind in dem Gebinde enthalten, wenn die Verpackung 0,43 kg wiegt?
- Wie groß ist die Tara in Prozent?

Lösung: a) $m_B = m_N + m_T$

$$\Rightarrow m_N(\text{Aceton}) = m_B - m_T = 9,34 \text{ kg} - 0,43 \text{ kg} = 8,91 \text{ kg}$$

- 9,34 kg entsprechen einer Tara von 100 %

0,43 kg entsprechen einer Tara von x

$$\Rightarrow x = \frac{0,43 \text{ kg} \cdot 100 \%}{9,34 \text{ kg}} \approx 4,60 \% \text{ Tara}$$

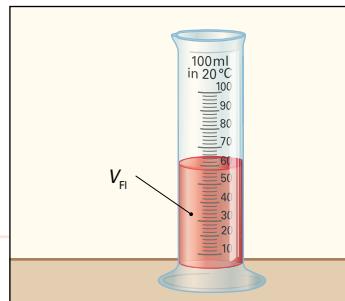


Bild 2: Messen des Flüssigkeitsvolumens mit dem Messzylinder

■ Volumen (volume)

Das Volumen V beschreibt den Rauminhalt eines Körpers oder eines Behälters. Es ist eine abgeleitete Größe mit der SI-Einheit Kubikmeter (Einheitenzeichen m^3). Die Bestimmung des Volumens V einer Stoffportion erfolgt auf verschiedene Weise:

- Bei geometrischen Körpern durch Berechnung (vgl. Seite 76).
- Bei unregelmäßig geformten Feststoffen durch geeignete Verdrängungsmethoden oder durch Berechnung aus Masse und Dichte.
- Bei Flüssigkeiten durch Volumenmessgeräte, z.B. Messzylinder (**Bild 2**).
- Bei Gasen durch Gasvolumen-Messgeräte, wie z.B. das **Gassammelrohr**, auch **Gasmaus** genannt (**Bild 3**).

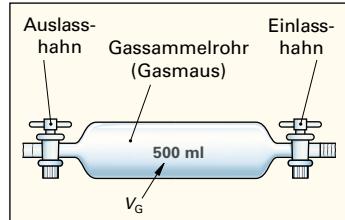


Bild 3: Messen des Gasvolumens mit der Gasmaus

Dichte (density)

Die Masse einer Stoffportion ist umso größer, je größer das Volumen der Stoffportion ist: $m \sim V$. Mit dem Proportionalitätsfaktor ϱ , der Dichte, erhält man die Größengleichung: $m = \varrho \cdot V$.

Umgestellt nach der Dichte ergibt sich die Definitionsgleichung der Dichte als Quotient aus Masse und Volumen (siehe rechts).

Der Stoff darf keine Hohlräume (Poren) besitzen. Diese Dichte bezeichnet man auch als **stoffspezifische Dichte**. Sie hat für einen Stoff einen bestimmten Wert (**Tabelle** unten) und wird in den Einheiten kg/m^3 oder g/cm^3 angegeben.

Der Größenwert der Dichte entspricht der Masse eines Würfels des Stoffs mit 1 cm^3 Volumen (**Bild 1**).

Beispiel: Die Masse von 500 mL Methanol in einem Messzylinder beträgt 396 g. Welche Dichte hat Methanol?

$$\text{Lösung: } \varrho(\text{Methanol}) = \frac{m}{V} = \frac{396 \text{ g}}{500 \text{ mL}} = 0,792 \text{ g/mL} = 0,792 \text{ g/cm}^3$$

Stoffspezifische Dichte
Dichte = $\frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}}$; $\varrho = \frac{m}{V}$

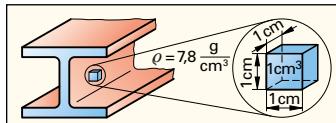


Bild 1: Dichte eines Stahlträgers

Technische Dichten (industrial densities)

Ein Feststoffkörper oder ein Flüssigkeitsvolumen mit vollständiger Raumerfüllung besitzt keine Poren oder sonstige Hohlräume. Seine Dichte wird mit der stoffspezifischen Dichte ϱ beschrieben (siehe oben).

In der Realität besitzen Feststoffe z.B. durch kleine Lufteinschlüsse (Poren) in den Feststoffpartikeln, eine bestimmte Porosität (**Bild 2**). Schüttgüter besitzen zusätzlich zwischen den Feststoffpartikeln Hohlräume, die durch die Form und Schichtung der Partikel verursacht werden. Poren und Partikelzwischenräume bewirken eine nur teilweise Raumerfüllung und damit eine geringere wirkliche Dichte (technische Dichte) als die stoffspezifische Dichte.

Zur Berechnung der Masse oder des Volumens von Feststoffschüttungen verwendet man deshalb die **Schüttdichte** $\varrho_{\text{Schütt}}$.

Die Größengleichung zur Berechnung der Schüttdichte $\varrho_{\text{Schütt}}$ ist der Quotient aus der Masse des Schüttguts $m_{\text{Schütt}}$ und dem Volumen des Schüttguts $V_{\text{Schütt}}$.

Wird die Schüttung zusätzlich durch Vibration oder Rütteln verdichtet, so bezeichnet man die erhaltene Dichte als **Rütteldichte** $\varrho_{\text{Rütt}}$.

Die nebenstehende **Tabelle** zeigt die stoffspezifischen und technischen Dichten einiger Schüttgüter.

Beispiel: Eine Feststoffschüttung in einem Becherglas hat folgende Maße: $d = 49,2 \text{ mm}$, $h = 38,0 \text{ mm}$. Die Masse der Schüttung beträgt 113,705 g. Wie groß ist die Schüttdichte?

Lösung:

$$\begin{aligned} V_{\text{Schütt}} &= \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h \\ &= \frac{\pi \cdot (49,2 \text{ mm})^2 \cdot 38,0 \text{ mm}}{4} \\ &\approx 72244 \text{ mm}^3 \approx 72,224 \text{ cm}^3 \\ \varrho_{\text{Schütt}} &= \frac{m_{\text{Schütt}}}{V_{\text{Schütt}}} \approx \frac{113,705 \text{ g}}{72,224 \text{ cm}^3} \approx 1,574 \text{ g/cm}^3 \end{aligned}$$

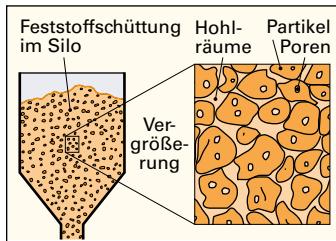


Bild 2: Innere Struktur einer Feststoffschüttung

Schüttdichte
$\varrho_{\text{Schütt}} = \frac{m_{\text{Schütt}}}{V_{\text{Schütt}}}$

Rütteldichte
$\varrho_{\text{Rütt}} = \frac{m_{\text{Rütt}}}{V_{\text{Rütt}}}$

Tabelle: Technische Dichten von Schüttgütern

Schüttgut	Stoffspez. Dichte g/cm^3	Schütt-dichte g/cm^3	Rüttel-dichte g/cm^3
Quarzsand	2,7	1,5	1,7
Polystyrolgranulat	1,1	0,54	0,58
Aluminiumoxid	3,9	0,80	1,1
Zucker	1,6	0,88	0,99
Kalksteinmehl	2,9	1,1	1,3
Bauxit	2,5	1,05	1,35
Zement	3,1	1,24	1,80

Dichte von Stoffgemischen (density of mixtures)

Das Mischen ist eine wichtige verfahrenstechnische Grundoperation. Beim Mischen werden feste, flüssige oder gasförmige Stoffe so miteinander vereinigt, dass Gemische mit möglichst vollständig verteilten Substanzen entstehen. Typische Stoffgemische sind z.B.: Gemenge, Suspensionen, Emulsionen, Lösungen, Schäume, Pasten, Aerosole.

Wird die beim Mischen wegen der unterschiedlichen Teilchengröße der Mischkomponenten auftretende Volumenkontraktion oder -dilatation (Volumenverringerung oder -vergrößerung) vernachlässigt, so setzt sich das Volumen des Gemisches V_M aus den Volumina der einzelnen Mischkomponenten V_1 , V_2 und V_n zusammen. Der Index n steht für eine beliebige Mischkomponente.

Für das Volumen der Mischung gilt:

$$V_M = V_1 + V_2 + V_n$$

Für die Masse der Mischung gilt analog:

$$m_M = m_1 + m_2 + m_n$$

Durch Einsetzen von $V = m/\varrho$ bzw. $m = \varrho \cdot V$ ergeben sich die nebenstehenden Näherungsgleichungen, mit denen sich Dichten, Massen und Volumina von Stoffgemischen oder Mischkomponenten näherungsweise berechnen lassen.

Beziehungen zwischen Massen, Volumen und Dichten von Stoffgemischen

$$\varrho_1 \cdot V_1 + \varrho_2 \cdot V_2 = \varrho_M \cdot V_M$$

$$\frac{m_1}{\varrho_1} + \frac{m_2}{\varrho_2} = \frac{m_M}{\varrho_M}$$

Beispiel: Ein Buntlack BI enthält 380 g Bindemittel $\varrho(Bm) = 1,13 \text{ g/cm}^3$, 260 g Pigment $\varrho(Pi) = 3,81 \text{ g/cm}^3$ und 360 g Lackbenzin $\varrho(Lb) = 0,771 \text{ g/cm}^3$. Welche mittlere Dichte hat der Buntlack?

Lösung: $\frac{m_{Bm}}{\varrho_{Bm}} + \frac{m_{Pi}}{\varrho_{Pi}} + \frac{m_{Lb}}{\varrho_{Lb}} = \frac{m_{BI}}{\varrho_{BI}} \Rightarrow \varrho_{BI} = \frac{m_{BI}}{\frac{m_{Bm}}{\varrho_{Bm}} + \frac{m_{Pi}}{\varrho_{Pi}} + \frac{m_{Lb}}{\varrho_{Lb}}} \quad \text{mit } m_{BI} = m_{Bm} + m_{Pi} + m_{Lb} \text{ folgt}$

$$\varrho_{BI} = \frac{m_{Bm} + m_{Pi} + m_{Lb}}{\frac{m_{Bm}}{\varrho_{Bm}} + \frac{m_{Pi}}{\varrho_{Pi}} + \frac{m_{Lb}}{\varrho_{Lb}}} = \frac{380 \text{ g} + 260 \text{ g} + 360 \text{ g}}{\frac{380 \text{ g}}{1,13 \text{ g/cm}^3} + \frac{260 \text{ g}}{3,81 \text{ g/cm}^3} + \frac{360 \text{ g}}{0,771 \text{ g/cm}^3}} \approx \frac{1000 \text{ g}}{(336,28 + 68,24 + 506,33) \text{ cm}^3}$$

$$\varrho_{BI} \approx 1,098 \text{ g/cm}^3$$

Aufgaben zur Berechnung von Masse, Volumen und Dichte

- 10,0 m³ Kalksteinmehl haben eine Masse von 11,0 t. Berechnen Sie die Schüttdichte des Kalksteinmehls.
- Ein Chloroform-Gebinde von 0,50 L hat eine Masse von 0,74 kg. Welche Dichte hat das Chloroform?
- Wie viele 100-mg-Tabletten können aus 6,50 m³ Arzneimittelgranulat mit einer Schüttdichte von $\varrho_{Schütt} = 0,570 \text{ g/cm}^3$ gepresst werden?
- Ein 200-L-Rollreifenfass (**Bild 1**) mit einer Tara von 16,38 kg ist zu 90% mit Methanol der Dichte $\varrho(CH_3OH) = 0,792 \text{ g/cm}^3$ gefüllt. Wie groß ist die Bruttomasse des Fasses?
- Die Schüttdichte von Kristallsoda $Na_2CO_3 \cdot 10 H_2O$ beträgt $\varrho(Soda) = 0,55 \text{ g/cm}^3$.
 - a) Wie viele 25-kg-Säcke werden zum Absacken von 2,5 m³ Soda benötigt?
 - b) Wie groß ist die Bruttomasse einer Lieferung, wenn zum Palettieren zwei Paletten mit einer Masse von je 25 kg und Säcke mit einer Tara von 250 g verwendet werden?
- Welches Volumen füllen 300 kg Raschig-Ringe mit der Schüttdichte $\varrho_{Schütt} = 0,550 \text{ g/cm}^3$ in einer Füllkörperkolonne aus (**Bild 2**)?
- Eine Charge von 2500 kg Chlorkautschuklack mit der Dichte $\varrho_{RUC} = 1,28 \text{ g/cm}^3$ sollen in Dosen mit einem Einfüllvolumen von 750 mL abgefüllt werden. Wie viele Gebinde sind dafür erforderlich?



Bild 1: Rollreifenfass
(Aufgabe 4)

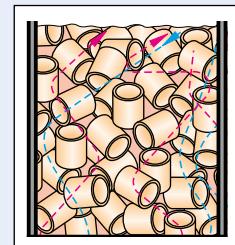


Bild 2: Raschig-Ringe-Schüttung (Aufgabe 6)

4.6.2 Berechnung der Molekülformel einer Verbindung

Um aus der empirischen Formel (dem kleinstmöglichen Stoffmengenverhältnis der beteiligten Atomarten) die Molekül- bzw. Teilchenformel zu berechnen, muss die **molare Masse** der untersuchten Substanz experimentell bestimmt werden.

Für Gase und leicht verdampfbare Flüssigkeiten kann die Bestimmung nach dem Prinzip von Avogadro entweder mit der Gasmaus oder mit einer Apparatur nach Victor Meyer durchgeführt werden (Seite 124).

Für feste Stoffe können Methoden herangezogen werden, welche auf der Erhöhung des Siedepunktes (Kryoskopie) oder der Senkung des Erstarrungspunktes (Ebullioskopie) eines reinen Lösemittels nach Lösen einer bestimmten Stoffportion der Probesubstanz beruhen (Seite 294).

Die Ermittlung der Molekülformel wird im Folgenden an konkreten Beispielen erläutert:

Beispiel 1: Bei der Verbindung in Beispiel 1 von Seite 117 wurde experimentell eine molare Masse von $M(\text{exp}) = 16,04 \text{ g/mol}$ bestimmt. Die empirische Formel lautete CH_4 . Welche Molekülformel hat die Verbindung?

Lösung: Aus der empirischen Formel kann die molare Masse $M(\text{ber.})$ der Verbindung berechnet werden:

$$M(\text{ber.}) = 1 \cdot M(\text{C}) + 4 \cdot M(\text{H}) = 12,011 \text{ g/mol} + 4 \cdot 1,008 \text{ g/mol} = 16,04 \text{ g/mol}$$

$$\text{Den Erweiterungsfaktor } F \text{ berechnet man nach: } F = \frac{M(\text{exp})}{M(\text{ber.})}. \text{ Man erhält: } F = \frac{16,04 \text{ g/mol}}{16,04 \text{ g/mol}} = 1$$

⇒ Die Molekülformel der Verbindung lautet: CH_4

Beispiel 2: Bei einer Verbindung wurde eine molare Masse von $M(\text{exp}) = 172,3 \text{ g/mol}$ bestimmt. Die empirische Formel wurde zu $\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}$ ermittelt. Welche Molekülformel hat die Verbindung?

Lösung: Aus der empirischen Formel kann die molare Masse $M(\text{ber.})$ der Verbindung berechnet werden:

$$M(\text{ber.}) = 5 \cdot M(\text{C}) + 10 \cdot M(\text{H}) + 1 \cdot M(\text{O}) = 5 \cdot 12,011 \text{ g/mol} + 10 \cdot 1,008 \text{ g/mol} + 15,999 \text{ g/mol} = 86,134 \text{ g/mol}$$

$$\text{Den Erweiterungsfaktor berechnet man nach: } F = \frac{M(\text{exp})}{M(\text{ber.})} = \frac{172,3 \text{ g/mol}}{86,134 \text{ g/mol}} = 2,0004 \approx 2$$

Die empirische Formel $\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}$ muss mit dem Faktor 2 erweitert werden.

Die Molekülformel lautet $2 \cdot (\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}) \Rightarrow \text{C}_{10}\text{H}_{20}\text{O}_2$

Bei bekannten Massenanteilen der Elemente und der molaren Masse der unbekannten Verbindung kann das Stoffmengenverhältnis in der Molekülformel auch ohne den Umweg über die empirische Formel berechnet werden.

Beispiel: Durch Analyse einer Verbindung wurden die Massenanteile $w(\text{Na}) = 19,31\%$, $w(\text{S}) = 26,93\%$ und $w(\text{O}) = 53,76\%$ ermittelt. Die Bestimmung der molaren Masse der Verbindung ergab $M(\text{Verb}) = 238,1 \text{ g/mol}$. Welche Molekülformel hat die Verbindung?

Lösung: Molare Massen $M(\text{Na}) = 22,99 \text{ g/mol}$, $M(\text{S}) = 32,07 \text{ g/mol}$, $M(\text{O}) = 16,00 \text{ g/mol}$.

mit $w(\text{Na}) = 0,1931$, $w(\text{S}) = 0,2693$ und $w(\text{O}) = 0,5376$ ergibt sich die Anzahl der Elemente in der Verbindung:

$$a(\text{Na}) = \frac{w(\text{Na}) \cdot M(\text{Verb})}{M(\text{Na})} = \frac{0,1931 \cdot 238,1 \text{ g/mol}}{22,99 \text{ g/mol}} = 1,999 \approx 2$$

$$a(\text{S}) = \frac{w(\text{S}) \cdot M(\text{Verb})}{M(\text{S})} = \frac{0,2693 \cdot 238,1 \text{ g}}{\text{mol}/32,07 \text{ g/mol}} = 1,999 \approx 2$$

$$a(\text{O}) = \frac{w(\text{O}) \cdot M(\text{Verb})}{M(\text{O})} = \frac{0,5376 \cdot 238,1 \text{ g}}{\text{mol}/16,00 \text{ g/mol}} = 8,000 = 8$$

Die Molekülformel lautet: $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_8$

Aufgaben zu 4.6.2 Berechnung der Molekül- bzw. Teilchenformel

- Welche Molekül- bzw. Teilchenformeln haben die Verbindungen mit folgender Zusammensetzung:
 - $w(\text{Ca}) = 38,70\%$, $w(\text{P}) = 20,00\%$ und $w(\text{O}) = 41,30\%$ $M = 310,2 \text{ g/mol}$
 - $w(\text{C}) = 39,99\%$, $w(\text{H}) = 6,72\%$ und $w(\text{O}) = 53,30\%$ $M = 60,02 \text{ g/mol}$
- Die Elementaranalyse einer organischen Verbindung ergab aus 132,50 mg Probesubstanz 85,15 mg Kohlenstoff (C) und 9,53 mg Wasserstoff (H). Sauerstoff wurde nur qualitativ nachgewiesen. Die molare Masse wurde zu $M(\text{exp}) = 112,1 \text{ g/mol}$ bestimmt.
 - Welche empirische Formel hat die Verbindung?
 - Wie lautet die Molekülformel?