



EUROPA-FACHBUCHREIHE

für Chemieberufe

**Lösungsvorschläge**  
**für die Aufgaben im Buch**  
**Technische Mathematik**  
**für Chemieberufe**

**Grundlagen**

7. Auflage

**Eckhard Ignatowitz, Henrik Althaus, Holger Rapp**

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 71411

Autoren:

Dr. Henrik Althaus, OStR	Himmelforten
Dr. Eckhard Ignatowitz, StR a.D.	Waldbronn
Dipl.-Ing. Dipl.-Wirtsch.-Ing. Holger Rapp	Waldbronn

Autoren bis zur 5. Auflage:

Gew. Lehrer Gerhard Fastert, OStR †	Stade
Dr. Klaus Brink, OStR a.D. †	Leverkusen

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Dr. Eckhard Ignatowitz

Bildentwürfe:

Die Autoren

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern  
Wissenschaftliche PublikationsTechnik Kernstock, 73230 Kirchheim/Teck

Foto des Buchtitels:

© Michael-Stock.adobe.com

**Hinweise für den Benutzer:**

Das vorliegende Buch enthält Lösungsvorschläge für sämtliche Aufgaben im Buch **Technische Mathematik für Chemieberufe**, 6. Auflage. Teilweise wurde für eine Aufgabe sowohl ein Lösungsvorschlag mit Größengleichungen und ein Lösungsweg mit Schlussrechnung ausgeführt.

Die Lösungsvorschläge sind in derselben Reihenfolge wie die Aufgaben im Buch „Technische Mathematik für Chemieberufe“ angeordnet.

Das Auffinden des Lösungsvorschlags einer bestimmten Aufgabe ist mit dem Inhaltsverzeichnis und den Seitenverweisen zum Buch **Technische Mathematik für Chemieberufe**, kurz TMCH, leicht möglich. Die Seitenverweise sind durch eine graue Unterlegung markiert. Näheres hierzu auf Seite 6.

7. Auflage 2022

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-8399-9

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2022 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten

Satz & Grafik: Wissenschaftliche PublikationsTechnik Kernstock, 73230 Kirchheim/Teck

Druck: Totem, 88-100 Inowroclaw, Poland

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Mathematische Grundlagen, praktisches Rechnen</b>	<b>7</b>	2.5.3	Diagramme zeichnen mit Excel®	41
1.1	Zahlenarten	7	2.5.4	Regressionsanalyse mit Excel®	43
<b>1.3</b>	<b>Grundrechnungsarten</b>	<b>7</b>		<b>Gemischte Aufgaben zu Kap. 2.</b>	<b>44</b>
1.3.1	Addieren und Subtrahieren	7	<b>3</b>	<b>Ausgewählte physikalische Berechnungen</b>	<b>54</b>
1.3.2	Multiplizieren	7	3.1	Größen, Zeichen, Einheiten, Umrechnungen	54
1.3.3	Dividieren	8	3.2	Berechnung von Längen, Flächen, Oberflächen und Volumina	56
<b>1.4</b>	<b>Berechnen zusammengesetzter Ausdrücke</b>	<b>8</b>	3.2.1	Längenberechnung	56
<b>1.5</b>	<b>Bruchrechnen</b>	<b>9</b>	3.2.2	Umfangs- und Flächenberechnung	56
1.5.1	Addieren und Subtrahieren von Brüchen	9	3.2.3	Oberflächen- und Volumenberechnung	57
1.5.2	Multiplizieren und Dividieren von Brüchen	10		Aufgaben	57
<b>1.6</b>	<b>Rechnen mit Potenzen</b>	<b>12</b>	<b>3.3</b>	<b>Berechnung von Masse, Volumen und Dichte</b>	<b>58</b>
<b>1.7</b>	<b>Rechnen mit Wurzeln</b>	<b>13</b>	3.4	Bewegungsvorgänge	60
<b>1.8</b>	<b>Rechnen mit Logarithmen</b>	<b>14</b>	3.5	Strömende Medien in Rohrleitungen	61
1.8.2	Berechnen dekadischer Logarithmen	14	3.6	Kräfte	62
1.8.3	Berechnen natürlicher Logarithmen	14	3.7	Arbeit	62
1.8.4	Logarithmengesetze	14	3.8	Leistung	63
1.8.5	Logarithmieren bei der pH-Wert-Berechnung	15	3.9	Energie	63
<b>1.9</b>	<b>Lösen von Gleichungen</b>	<b>15</b>	<b>3.10</b>	<b>Wirkungsgrad</b>	<b>64</b>
1.9.1	Lösen von Bestimmungsgleichungen	15	3.11	Druck und Druckarten	65
1.9.2	Lösen von Größengleichungen	16	3.12	Druck in Flüssigkeiten	66
<b>1.10</b>	<b>Rechnen mit Winkeln und Winkelfunktionen</b>	<b>16</b>	3.13	Auftriebskraft	67
1.11	Berechnungen mit dem Dreisatz	17	3.14	Druck in Gasen	68
1.12	Berechnungen mit Proportionen	18	3.15	Sättigungsdampfdruck, Partialdruck	69
1.13	Berechnung mit Anteilen	18	3.16	Luftfeuchtigkeit	70
	<b>Gemischte Aufgaben zu Kap. 1.</b>	<b>19</b>		<b>Gemischte Aufgaben zu Kap. 3.</b>	<b>70</b>
<b>2</b>	<b>Auswertung von Messwerten und Prozessdaten</b>	<b>26</b>	<b>4</b>	<b>Stöchiometrische Berechnungen</b>	<b>73</b>
2.1	Messtechnik in der Chemie	26	4.2	Aufbau der chemischen Elemente	73
2.1.1	Grundbegriffe der Messtechnik, Messunsicherheit, Messgenauigkeit	26	4.3	Symbole und Ziffern in chemischen Formeln	73
<b>2.2</b>	<b>Rechnen mit Messwerten</b>	<b>26</b>	4.4	Quantitäten von Stoffportionen	75
<b>2.3</b>	<b>Auswertung von Messwertreihen</b>	<b>27</b>	4.5	Zusammensetzung von Verbindungen und Elementen	77
<b>2.4</b>	<b>Darstellung von Messergebnissen</b>	<b>29</b>	4.6	Empirische Formel, Molekülformel (Teilchenformel)	80
2.4.1	Messwerte in Wertetabellen	29	4.6.1	Berechnung der empirischen Formel einer Verbindung	80
2.4.2	Grafische Darstellung von Messwerten	29	4.6.2	Berechnung der Molekülformel einer Verbindung	81
2.4.3	Arbeiten mit Diagrammen in der Chemietechnik	31	4.6.3	Ermittlung der Molekülformel mit der Elementaranalyse	83
2.4.4	Funktionsgraphen	33		<b>Gemischte Aufgaben zu 4.6.</b>	<b>84</b>
2.4.5	Linearisieren einer Kurve	34			
2.4.6	Verwendung grafischer Papiere	35			
<b>2.5</b>	<b>Versuchs- und Prozessdatenauswertung mit dem Computer</b>	<b>39</b>			
2.5.1	Das Tabellenkalkulationsprogramm Excel®	39			
2.5.2	Auswertung von Messreihen mit Excel®	39			

# Inhaltsverzeichnis

<p><b>4.7 Berechnungen mit Gasportionen</b> . . . . . 86</p> <p>4.7.1 Gase bei Normbedingungen . . . . . 86</p> <p>4.7.2 Gase bei beliebigen Drücken und Temperaturen . . . . . 88</p> <p>4.7.3 Bestimmung der molaren Masse aus der allgemeinen Gasgleichung . . . . . 90</p> <p>4.7.4 Dichte einer Gasportion . . . . . 90</p> <p><b>4.8 Rechnen mit Reaktionsgleichungen</b> . . . . . 91</p> <p>4.8.1 Aufbau von Reaktionsgleichungen. . . . . 91</p> <p>4.8.2 Aufstellen von Reaktionsgleichungen . . . . . 91</p> <p>4.8.3 Oxidationszahlen . . . . . 92</p> <p>4.8.4 Aufstellen von Redox-Gleichungen . . . . . 93</p> <p>Gemischte Aufgaben zu 4.8. . . . . 97</p> <p><b>4.9 Umsatzberechnung bei chemischen Reaktionen</b> . . . . . 97</p> <p>4.9.1 Umsatzberechnung bei Einsatz reiner Stoffe . . . . . 97</p> <p>4.9.2 Umsatzberechnung bei Einsatz verunreinigter oder gelöster Stoffe . . . . . 100</p> <p>4.9.3 Umsatzberechnung bei Gasreaktionen . . . . . 102</p> <p>4.9.4 Umsatzberechnung unter Berücksichtigung der Ausbeute . . . . . 104</p> <p>Gemischte Aufgaben zu 4.9. . . . . 106</p>	<p><b>5.3 Gehaltsgrößen beim Mischen, Verdünnen und Konzentrieren von Lösungen</b> . . . . . 132</p> <p>5.3.1/2 Mischen und Verdünnen von Lösungen . . . . . 132</p> <p>5.3.3 Volumenberechnung beim Mischen von Lösungen . . . . . 133</p> <p>5.3.4 Konzentrieren von Lösungen . . . . . 134</p> <p><b>Gemischte Aufgaben zu Kap. 5.</b> . . . . . 137</p>
<p><b>5 Rechnen mit Gehaltsgrößen von Mischungen</b> . . . . . 110</p> <p><b>5.1 Gehaltsgrößen von Mischungen</b> . . . . . 110</p> <p>5.1.1 Massenanteil <math>w</math> . . . . . 110</p> <p>5.1.2 Volumenanteil <math>\varphi</math> . . . . . 111</p> <p>5.1.3 Stoffmengenanteil <math>\chi</math> . . . . . 112</p> <p>5.1.4 Umrechnung der verschiedenen Anteile . . . . . 113</p> <p>Gemischte Aufgaben . . . . . 115</p> <p>5.1.5 Massenkonzentration <math>\beta</math> . . . . . 116</p> <p>5.1.6 Volumenkonzentration <math>\sigma</math> . . . . . 117</p> <p>5.1.7 Stoffmengenkonzentration <math>c</math>, Äquivalentkonzentration <math>c(1/z \cdot X)</math> . . . . . 117</p> <p>5.1.8 Umrechnen der verschiedenen Konzentrationen . . . . . 119</p> <p>5.1.9 Löslichkeit <math>L^*</math> . . . . . 119</p> <p>Gemischte Aufgaben . . . . . 121</p> <p><b>5.2 Umrechnen von Anteilen in Konzentrationen und Löslichkeiten</b> . . . . . 123</p> <p>5.2.1 Umrechnung von Massenanteil <math>w(X)</math> und Stoffmengenkonzentration <math>c(X)</math> . . . . . 123</p> <p>5.2.2 Umrechnung Massenanteil <math>w(X)</math> und Massenkonzentration <math>\beta(X)</math> . . . . . 124</p> <p>5.2.3 Umrechnung von Massenanteil <math>w(X)</math> und Volumenkonzentration <math>\sigma(X)</math> . . . . . 126</p> <p>5.2.4 Umrechnung von Massenanteil <math>w(X)</math> und Löslichkeit <math>L^*(X)</math> . . . . . 126</p> <p>Gemischte Aufgaben zu 5.2. . . . . 128</p>	<p><b>6 Berechnungen zum Verlauf chemischer Reaktionen</b> . . . . . 142</p> <p><b>6.1 Reaktionsgeschwindigkeit</b> . . . . . 142</p> <p><b>6.2 Beeinflussung der Reaktionsgeschwindigkeit</b> . . . . . 143</p> <p>6.2.1 Einfluss der Konzentration . . . . . 143</p> <p>6.2.2 Einfluss der Temperatur. . . . . 143</p> <p><b>6.4 Massenwirkungsgesetz.</b> . . . . . 145</p> <p><b>6.5 Verschiebung der Gleichgewichtslage</b> . . . . . 145</p> <p><b>6.6 Protolysegleichgewichte</b> . . . . . 148</p> <p>6.6.1 Protolysegleichgewicht des Wassers . . . . . 148</p> <p>6.6.2 Der pH-Wert . . . . . 148</p> <p>6.6.3 pH-Wert starker Säuren und Basen . . . . . 149</p> <p>6.6.4 pH-Wert schwacher Säuren und Basen . . . . . 150</p> <p><b>6.7 pH-Wert von Pufferlösungen</b> . . . . . 151</p> <p><b>6.8 Löslichkeitsgleichgewichte</b> . . . . . 152</p> <p><b>Gemischte Aufgaben zu Kap. 6.</b> . . . . . 154</p>
<p><b>7 Analytische Bestimmungen</b> . . . . . 158</p> <p><b>7.1 Thermogravimetrische Analysen</b> . . . . . 158</p> <p>7.1.1 Feuchtigkeits- und Trockengehaltsbestimmungen von Feststoffen . . . . . 158</p> <p>7.1.2 Glührückstandsbestimmungen. . . . . 158</p> <p>7.1.3 Bestimmung des Wassergehalts in Mineralölen. . . . . 159</p> <p>Gemischte Aufgaben zu 7.1 . . . . . 159</p> <p><b>7.2 Volumetrische Bestimmungen (Maßanalyse).</b> . . . . . 161</p> <p>7.2.4 Titer von Maßlösungen . . . . . 161</p> <p>7.2.5 Neutralisationstitrations. . . . . 162</p> <p>7.2.5.1 Direkttitrationen . . . . . 162</p> <p>7.2.5.2 Rücktitrationen. . . . . 163</p> <p><b>7.3 Bestimmung von Abwasserkennwerten</b> . . . . . 164</p> <p>7.3.1 Biochemischer Sauerstoffbedarf BSB . . . . . 164</p> <p>7.3.2 Chemischer Sauerstoffbedarf CSB. . . . . 164</p> <p><b>7.4 Bestimmung der Wasserhärte</b> . . . . . 165</p> <p><b>7.5 Bestimmung maßanalytischer Kennzahlen von Fetten</b> . . . . . 165</p> <p>7.5.1 Säurezahl SZ . . . . . 165</p> <p>7.5.2 Verseifungszahl VZ . . . . . 166</p> <p>7.5.3 Esterzahl EZ . . . . . 167</p> <p><b>7.6 Maßanalytische Bestimmungen mit elektrochemischen Methoden</b> . . . . . 167</p>	

# Inhaltsverzeichnis

7.6.1	Potentiometrische Neutralisations- titrationen. . . . .	167
7.6.2	Leitfähigkeitstitrations (Konduktometrie) . 170	
	Gemischte Aufgaben zu 7.2 bis 7.6. . . . .	171
<b>7.7</b>	<b>Optische Analyseverfahren. . . . .</b>	<b>178</b>
7.7.1	Fotometrie, Spektroskopie . . . . .	178
7.7.2	Refraktometrie . . . . .	181
7.7.3	Polarimetrie . . . . .	182
<b>7.8</b>	<b>Chromatografie . . . . .</b>	<b>183</b>

<b>8</b>	<b>Berechnungen zur Elektrotechnik</b>	<b>188</b>
----------	--	------------

8.1	Grundbegriffe der Elektrotechnik . . . . .	188
8.2	Elektrischer Widerstand und Leitwert eines Leiters . . . . .	188
8.3	Ohm'sches Gesetz . . . . .	189
8.4	Reihenschaltung von Widerständen . . . . .	189
8.5	Parallelschaltung von Widerständen . . . . .	190
8.6	Gruppenschaltungen, Netzwerke . . . . .	191
8.7	Wheatstone'sche Brückenschaltung . . . . .	195
8.8	Thermische Widerstandsänderung, Widerstandsthermometer . . . . .	195
8.9	Thermospannung, Thermoelement . . . . .	196
8.10	Widerstandsänderung eines Leiters durch Dehnung. . . . .	196
8.11	Elektrische Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad . . . . .	197
8.12	Berechnungen zum Drehstromkreis. . . . .	197
8.13	Elektrolytische Stoffabscheidung . . . . .	199
	Gemischte Aufgaben zu Kap. 8. . . . .	200

<b>9</b>	<b>Berechnungen zur Wärmelehre</b>	<b>203</b>
----------	------------------------------------	------------

9.1	Temperaturskalen . . . . .	203
9.2	Verhalten der Stoffe bei Erwärmung . . . . .	203
9.2.1	Thermische Längenänderung von Feststoffen . . . . .	203
9.2.2	Thermische Volumenänderung von Feststoffen . . . . .	204
9.2.3	Thermische Volumenänderung von Flüssigkeiten . . . . .	204
9.2.4	Thermische Volumenänderung von Gasen . . . . .	205
<b>9.3</b>	<b>Wärmeinhalt von Stoffportionen . . . . .</b>	<b>205</b>
<b>9.4</b>	<b>Aggregatzustandsänderungen. . . . .</b>	<b>206</b>
9.4.1	Schmelzen, Erstarren . . . . .	206
9.4.2	Verdampfen, Kondensieren. . . . .	207
9.4.3	Zusammengesetzte thermische Vorgänge . . . . .	207

<b>9.5</b>	<b>Siedepunkterhöhung . . . . .</b>	<b>207</b>
<b>9.6</b>	<b>Gefrierpunktniedrigung . . . . .</b>	<b>208</b>
<b>9.7</b>	<b>Temperaturänderung beim Mischen . . . . .</b>	<b>208</b>
<b>9.8</b>	<b>Temperaturänderung beim direkten Heizen und Kühlen. . . . .</b>	<b>209</b>
<b>9.9</b>	<b>Reaktionswärmen bei chemischen Reaktionen . . . . .</b>	<b>210</b>
<b>9.10</b>	<b>Heiz- und Brennwert von Brennstoffen . . . . .</b>	<b>213</b>
	Gemischte Aufgaben zu Kap. 9. . . . .	214

<b>10</b>	<b>Bestimmung von Produkteigenschaften</b>	<b>219</b>
-----------	--	------------

<b>10.1</b>	<b>Bestimmung der Dichte. . . . .</b>	<b>219</b>
10.1.1	Dichtebestimmung mit dem Pyknometer . . . . .	219
10.1.2/3	Dichtebestimmung mit der hydrostatischen und Westphal'schen Waage . . . . .	220
10.1.4	Dichtebestimmung mit dem Tauchkörper-Verfahren . . . . .	221
10.1.5	Dichtemessung mit dem Aräometer. . . . .	221
10.1.6	Dichtebestimmung mit Biegeschwinger-Messgeräten . . . . .	222
<b>10.2</b>	<b>Bestimmung technischer Dichten . . . . .</b>	<b>223</b>
<b>10.3</b>	<b>Bestimmung der Viskosität . . . . .</b>	<b>224</b>
10.3.2	Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler . . . . .	224
10.3.3/4	Auslauf-Viskosimeter und Rotations-Viskosimeter . . . . .	225
<b>10.4</b>	<b>Bestimmung der Oberflächenspannung . . . . .</b>	<b>227</b>
<b>10.5</b>	<b>Bestimmung der Partikelgrößenverteilung von Schüttgütern (Siebanalyse) . . . . .</b>	<b>228</b>
<b>10.6</b>	<b>Auswertung einer Siebanalyse mit dem Tabellenkalkulationsprogramm Excel® . . . . .</b>	<b>237</b>
10.6.1	Rechnerische Auswertung der Siebanalyse mit Excel® . . . . .	237
10.6.2	Erstellen von Diagrammen zur Siebanalyse mit Excel® . . . . .	238

<b>11</b>	<b>Qualitätssicherung</b>	<b>241</b>
-----------	---------------------------	------------

<b>11.1</b>	<b>Erfassung der Verteilung von Messwerten</b>	<b>241</b>
<b>11.2</b>	<b>Qualitätssicherung mit Qualitätsregelkarten (QRK). . . . .</b>	<b>244</b>
11.2.2	Berechnen der Regelgrenzen bei Qualitätsregelkarten. . . . .	244
11.2.3	Erstellen und Führen von Qualitätsregelkarten. . . . .	244
<b>11.3</b>	<b>Interpretation von Qualitätsregelkarten . . . . .</b>	<b>246</b>

### **Erläuterungen zu den Seitenangaben:**

Die Seitennummer des vorliegenden Buches **Lösungsbuch für Technische Mathematik für Chemie-berufe** ist jeweils am unteren Rand der Seite angegeben.

Die Seitennummern des Lehrbuchs **Technische Mathematik für Chemieberufe**, auf denen sich die Aufgabentexte befinden, sind am rechten bzw. linken Seitenrand genannt.

Zusätzlich ist am rechten und linken Rand die Kapitelnummer des Großkapitels des Buches auf grauem Rasterfeld angegeben.

**Beispiel:** Auf Seite 7 befinden sich die Aufgabentexte im Buch **Technische Mathematik für Chemie-berufe** auf den Seiten 9, 10 und 11. Am linken Seitenrand sind die Seitennummern der Aufgaben nochmals aufgetragen und mit einem ► markiert: ►9, ►10, ►11.

Durch Blättern mit dem rechten oder linken Daumen können die Großkapitelnummer und die Seitennummern des Buches **Technische Mathematik für Chemieberufe** schnell gefunden werden.

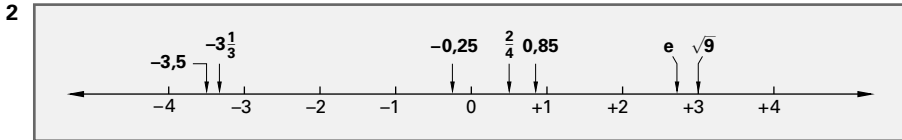
# 1 Mathematische Grundlagen, praktisches Rechnen

1

► 9  
10  
11

## 1.1 Zahlenarten

- 9
- |   |            |                              |               |                       |
|---|------------|------------------------------|---------------|-----------------------|
| 1 | 0,7        | Dezimalzahl;                 | -18           | negative ganze Zahl;  |
|   | $\sqrt{3}$ | Wurzelzahl;                  | $\frac{1}{7}$ | Bruchzahl;            |
|   | 0          | natürliche Zahl;             | -387          | negative ganze Zahl;  |
|   | $-\pi$     | negative transzendente Zahl; | -0,32         | negative Dezimalzahl. |



## 1.3 Grundrechnungsarten

### 1.3.1 Addieren und Subtrahieren

- 10
- $59,30a - 27,53a + 7,83b - 21,04b = 31,77a - 13,21b$
  - $8,3x - 7,8a + 2,5x - 9,2a = 8,3x - (7,8a - 2,5x + 9,2a)$
  - $25a - (36b - 19a - 11b - 12a) = 25a - 36b + 19a + 11b + 12a = 56a - 25b$
  - $l_1 = 4520\text{ mm} - 65\text{ mm} - 3015\text{ mm} = 1440\text{ mm}$   
 $l_2 = 2880\text{ mm} + 1220\text{ mm} - 3240\text{ mm} = 860\text{ mm}$   
 $l_{\text{ges}} = 4520\text{ mm} + 820\text{ mm} = 5340\text{ mm}$

### 1.3.2 Multiplizieren

- 11
- |                                |  |
|--------------------------------|--|
| a) $(+3) \cdot (-15) = -45$    | b) $(+9) \cdot (+7) = 63$                    |
| c) $(-7) \cdot (-12) = 84$     | d) $(+5) \cdot 0 = 0$                        |
| e) $(0) \cdot (-16) = 0$       | f) $(-3a) \cdot (8b) \cdot (+2c) = -48abc$   |
| g) $(+9x) \cdot (-4y) = -36xy$ | h) $(+13m) \cdot (+4m) \cdot (+2m) = 104m^3$ |
  - |  |   |
|--|---|
| a) $3(3a - 2b) = 9a - 6b$                                | b) $9(7u + 8v) = 63u + 72v$   |
| c) $(-5) \cdot (-4x - 7y) = +20x + 35y$                  | d) $(+16) \cdot (0) \cdot (4 + 32) = 0$   |
| e) $(6c - 3d) \cdot (+2a) = 12ac - 6ad$                  | f) $-x(y - z) = -xy + xz$   |
| g) $4uv(9r - 5s) = 36uvr - 20uvs$                        | h) $-(4ab + 7xy) \cdot (-12) = 48ab + 84xy$   |
| i) $W = p \cdot (V_2 - V_1) = p \cdot V_2 - p \cdot V_1$ | j) $m_M = \varrho_M \cdot \left( \frac{m_1}{\varrho_1} + \frac{m_2}{\varrho_2} \right) = \frac{\varrho_M \cdot m_1}{\varrho_1} + \frac{\varrho_M \cdot m_2}{\varrho_2}$ |
  - |   |
|---|
| a) $(7s + 5r) \cdot (3l - 6k) = 21ls - 42ks + 15lr - 30kr$  |
| b) $5(3u - 4v) \cdot 8 \cdot (2w - 9x) = 40 \cdot (6uw - 27ux - 8vw + 36vx)$<br>$= 240uw - 1080ux - 320vw + 1440vx$               |
| c) $(-4) \cdot (9w + 3x) \cdot (-3) \cdot (8y - 5z) = +12 \cdot (72wy - 45wz + 24xy - 15xz)$<br>$= 864wy - 540wz + 288xy - 180xz$ |

1

$$d) 11a(-3b+2x) \cdot (4c-5y) = 11a \cdot (-12bc + 15by + 8cx - 10xy) \\ = -132abc + 165aby + 88acx - 110axy$$

$$4) 7(5-2x) \cdot (-4) \cdot (-3+6y) \text{ mit } x=3 \text{ und } y=4 \\ 7(5-6) \cdot (-4) \cdot (-3+24) = 7 \cdot (-1) \cdot (-4) \cdot (21) = +588$$

$$5) a) 2ab + 2ac + 2ad = 2a(b+c+d)$$

$$b) \pi n r_1 + \pi n r_2 = \pi n(r_1 + r_2)$$

$$c) k \cdot A \cdot \vartheta_2 - k \cdot A \cdot \vartheta_1 = k \cdot A \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

$$d) \pi r_1^2 + \pi h^2 = \pi(r_1^2 + h^2)$$

### 1.3.3 Dividieren

$$\blacktriangleright 12) 1) a) 63 : (-7) = -9$$

$$b) (-64) : (-4) = +16$$

$$c) (-91) : 13 = -7$$

$$d) \frac{105}{15} = 7$$

$$e) \frac{-96}{8} = -12$$

$$f) \frac{-132}{-11} = +12$$

$$2) a) \frac{(-7) \cdot (18)}{12} = -10,5$$

$$b) \frac{(11) \cdot (-14)}{(-7)} = +22$$

$$c) \frac{(-9) \cdot (-18)}{(-36)} = -4,5$$

$$3) a) (156 - 72) : 14 = 84 : 14 = 6$$

$$b) (391 - 144) : (121 - 102) = 247 : 19 = 13$$

$$4) a) \frac{-12u \cancel{v} \cdot 4}{\cancel{3}v} = -4u$$

$$b) \frac{6a - 3b}{3} = \frac{\cancel{3}(2a - b)}{\cancel{3}} = 2a - b$$

$$c) \frac{\cancel{8} \cancel{1} \cancel{x} \cancel{z} \cdot 9}{-\cancel{9} \cancel{x} \cancel{z}} = -9x$$

$$d) \frac{-187r \cancel{s} + 153r \cancel{s} + 34r \cancel{s}}{-17\cancel{s}} = \frac{\cancel{17}(-11r + 9r + 2r)}{-\cancel{17}} = 0$$

$$e) \frac{21 \cdot (-9) \cdot 4x}{(-35) \cdot (-2)} = -\frac{\cancel{7} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot x}{\cancel{7} \cdot 5 \cdot \cancel{2}} = -\frac{54}{5}x$$

$$f) \frac{-(x-5)}{(5-x)} = \frac{-(x-5)}{-(-5+x)} = \frac{-(x-5)}{-(x-5)} = 1$$

$$g) -\frac{(7x-y) \cdot (3+2b)}{-2b-3} = -\frac{(7x-y) \cdot (3+2b)}{-(3+2b)} = +7x - y$$

$$5) a) \frac{7a \cdot (-3)}{5b \cdot (-3)} = \frac{-21a}{-15b}$$

$$b) \frac{3x \cdot (-1)}{-8y \cdot (-1)} = \frac{-3x}{+8y}$$

### 1.4 Berechnen zusammengesetzter Ausdrücke

$$\blacktriangleright 13) 1) a) -4 \cdot (0,2 - 3,2) + (14,5 - 8,5) \cdot (-0,1) = -4 \cdot (-3) + 6 \cdot (-0,1) = 12 - 0,6 = 11,4$$

$$b) 12x \cdot (-3y) + (0,75x - 0,50x) \cdot (+80) = -36xy + 0,25x \cdot 80 = -36xy + 20x = 4x(5 - 9y)$$

$$2) a) \frac{(-2,5) \cdot (86 - 82)}{(1,3 - 0,8) \cdot (42 - 38)} = \frac{-2,5 \cdot 4}{0,5 \cdot 4} = -5$$

$$b) \frac{222}{37} - \frac{0,125 \cdot (-85 + 117)}{(0,4) \cdot (-8) \cdot (2,5)} = 6 - \frac{0,125 \cdot 32}{-8} = 6 + 0,5 = 6,5$$

$$c) 24,7 \cdot \frac{(1 - 0,392)}{(1 - 0,065)} = 24,7 \cdot 0,65027 \approx 16,1$$

$$3 \text{ a) } (23,8 - 21,3) \cdot \frac{2,14 + 0,86}{4,52 - 4 \cdot 0,38} = 2,5 \cdot \frac{3}{4,52 - 1,52} = \frac{7,5}{3} = 2,5$$

$$b) \frac{18,06 - 17,56}{0,25} + \frac{27}{3,2 + 5,8} - \frac{(0,2 + 2,8) \cdot (5,4 - 3,4)}{2,4 \cdot 2,5} = \frac{0,5}{0,25} + \frac{27}{9} - \frac{3 \cdot 2}{6} = 2 + 3 - 1 = 4$$

$$4 \text{ a) } \begin{aligned} 2x - [5y - (3x - 4y) + 7x] - y \\ = 2x - [5y - 3x + 4y + 7x] - y \\ = 2x - 5y + 3x - 4y - 7x - y \\ = 2x + 3x - 7x - 5y - 4y - y \\ = -2x - 10y \end{aligned}$$

$$b) \begin{aligned} 4,5a \cdot [(2b - c) - c] - 8a(c - b) \\ = 4,5a \cdot [2b - c - c] - 8a(c - b) \\ = 4,5a \cdot (2b - 2c) - 8a(c - b) \\ = 4,5 \cdot 2a(b - c) + 8a(b - c) \\ = 9a(b - c) + 8a(b - c) \\ = 17a(b - c) \end{aligned}$$

$$c) \begin{aligned} [-0,2a - (1,7b - 1,9a)] : \left[ \frac{5,5a}{10} - 0,85b + 0,3a \right] \\ = [-0,2a + 1,9a - 1,7b] : [0,55a + 0,3a - 0,85b] \\ = (1,7a - 1,7b) : (0,85a - 0,85b) \\ = \frac{1,7(a - b)}{0,85(a - b)} = \frac{1,7}{0,85} = 2 \end{aligned}$$

$$5 \text{ a) } \begin{aligned} 2 \cdot [-2xy - (20a - 12xy)] + 5(2a - x - y) \\ = 2[-2xy - 20a + 12xy] + 5(2a - xy) \\ = 2(-20a + 10xy) + 5(2a - xy) \\ = -2 \cdot 10(2a - xy) + 5(2a - xy) \\ = -15(2a - xy) \end{aligned}$$

$$b) \begin{aligned} 0,3a \cdot [5xy - (92x - 87y) - (84y - 82x)] \\ = 0,3a \cdot [5xy - 92x + 87y - 84y + 82x] \\ = 0,3a \cdot [5xy - 10x + 3y] \end{aligned}$$

$$c) \begin{aligned} \{-9,5x + [(1,5x - 4y) \cdot (0,5 + 6,5)] + 29y\} \cdot \frac{1}{x + y} \\ = \{-9,5x + [(1,5x - 4y) \cdot 7] + 29y\} \cdot \frac{1}{x + y} \\ = \{-9,5x + 10,5x - 28y + 29y\} \cdot \frac{1}{x + y} \\ = (x + y) \cdot \frac{1}{x + y} = \frac{x + y}{x + y} = 1 \end{aligned}$$

## 1.5 Bruchrechnen

### 1.5.1 Addieren und Subtrahieren von Brüchen

► 15 1 a) Hauptnenner:  $3 = 3$   
 $4 = 2 \cdot 2$   
 $24 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$   
 $\text{kgV} = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{24} = \frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 8} + \frac{1 \cdot 6}{4 \cdot 6} + \frac{5}{24} = \frac{16}{24} + \frac{6}{24} + \frac{5}{24} = \frac{27}{24} = 1 \frac{3}{24} = 1 \frac{1}{8}$$

b) Hauptnenner:  $25 = 5 \cdot 5$   
 $15 = 5 \cdot 3$   
 $3 = 3$   
 $5 = 5$   
 $\text{kgV} = 5 \cdot 5 \cdot 3 = 75$

$$\frac{14}{25} + \frac{23}{15} - \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{14 \cdot 3}{25 \cdot 3} + \frac{23 \cdot 5}{15 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 25}{3 \cdot 25} + \frac{2 \cdot 15}{5 \cdot 15} = \frac{42}{75} + \frac{115}{75} - \frac{25}{75} + \frac{30}{75} = + \frac{162}{75} = 2 \frac{12}{75} = 2 \frac{4}{25}$$

1

► 15

$$2 \text{ a) Hauptnenner: } \begin{array}{l} 4a = 2 \cdot 2 \cdot a \\ 12b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot b \\ \hline \text{kgV} = 2 \cdot 2 \cdot a \cdot 3 \cdot b = 12ab \end{array}$$

$$\frac{7x}{4a} + \frac{5x}{12b} = \frac{7x \cdot 3b}{4a \cdot 3b} + \frac{5x \cdot a}{12b \cdot a} = \frac{21bx}{12ab} + \frac{5ax}{12ab} = \frac{21bx + 5ax}{12ab} = \frac{x(21b + 5a)}{12ab}$$

$$b) \text{ Hauptnenner: } \begin{array}{l} 3bc = 3 \cdot b \cdot c \\ 12c = 3 \cdot c \cdot 2 \cdot 2 \\ 18b = 3 \cdot b \cdot 2 \cdot 3 \\ \hline \text{kgV} = 3 \cdot b \cdot c \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 36bc \end{array}$$

$$\frac{5u}{3bc} + \frac{7u}{12c} - \frac{5u}{18b} = \frac{5u \cdot 12}{3bc \cdot 12} + \frac{7u \cdot 3b}{12c \cdot 3b} - \frac{5u \cdot 2c}{18b \cdot 2c}$$

$$= \frac{60u}{36bc} + \frac{21bu}{36bc} - \frac{10cu}{36bc} = \frac{60u + 21bu - 10cu}{36bc} = \frac{u(60 + 21b - 10c)}{36bc}$$

## 1.5.2 Multiplizieren und Dividieren von Brüchen

$$1 \text{ a) Hauptnenner: } \begin{array}{l} 49 = 7 \cdot 7 \\ 56 = 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ \hline \text{kgV} = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 392 \end{array}$$

$$\frac{8}{49} + \frac{6}{56} - \frac{3}{8} = \frac{8 \cdot 8}{49 \cdot 8} + \frac{6 \cdot 7}{56 \cdot 7} - \frac{3 \cdot 49}{8 \cdot 49} = \frac{64}{392} + \frac{42}{392} - \frac{147}{392} = -\frac{41}{392}$$

$$b) \text{ Hauptnenner: } \begin{array}{l} 25 = 5 \cdot 5 \\ 10 = 5 \cdot 2 \\ 5 = 5 \\ \hline \text{kgV} = 5 \cdot 5 \cdot 2 = 50 \end{array}$$

$$3\frac{6}{25} - 18\frac{7}{10} + 24\frac{3}{5} = 3 - 18 + 24 + \frac{6}{25} - \frac{7}{10} + \frac{3}{5} = 9 + \frac{6}{25} - \frac{7}{10} + \frac{3}{5}$$

$$= 9 + \frac{6 \cdot 2}{25 \cdot 2} - \frac{7 \cdot 5}{10 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 10}{5 \cdot 10} = 9 + \frac{12}{50} - \frac{35}{50} + \frac{30}{50} = 9 + \frac{7}{50} = 9\frac{7}{50}$$

$$c) \text{ Hauptnenner: } \begin{array}{l} 2a + 3b = 2a + 3b \\ 3 = 3 \\ \hline \text{kgV} = 3 \cdot (2a + 3b) \end{array}$$

$$\frac{8x + 4y}{4a + 6b} + \frac{9x}{9b + 6a} - \frac{5}{3} = \frac{2(4x + 2y)}{2(2a + 3b)} + \frac{3 \cdot 3x}{3(3b + 2a)} - \frac{5}{3} = \frac{4x + 2y}{2a + 3b} + \frac{3x}{2a + 3b} - \frac{5}{3}$$

$$= \frac{(4x + 2y) \cdot 3}{(2a + 3b) \cdot 3} + \frac{3x \cdot 3}{(2a + 3b) \cdot 3} - \frac{5 \cdot (2a + 3b)}{3 \cdot (2a + 3b)} = \frac{12x + 6y + 9x - 10a - 15b}{3(2a + 3b)}$$

$$= \frac{21x + 6y - 10a - 15b}{3(2a + 3b)} = \frac{-10a - 15b + 21x + 6y}{3(2a + 3b)}$$

$$2 \text{ a) } \frac{7}{6} \cdot \frac{3}{14} = \frac{7 \cdot 3}{6 \cdot 14 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$$

$$b) \frac{11}{8} \cdot \frac{4}{22} = \frac{11 \cdot 4}{8 \cdot 22 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$$

$$c) 5 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = 2$$

$$d) 1\frac{5}{6} \cdot 3\frac{6}{15} = \frac{11}{6} \cdot \frac{51}{15 \cdot 5} = \frac{187}{30} = 6\frac{7}{30}$$

$$e) \frac{9ab}{5y} \cdot \frac{15x}{12a} = \frac{9ab \cdot 15x \cdot 3 \cdot 3}{5y \cdot 12a \cdot 4} = \frac{9bx}{4y}$$

$$3 \text{ a) } \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$b) \frac{7}{2} : \frac{16}{7} = \frac{7 \cdot 7}{2 \cdot 16} = \frac{49}{32} = 1\frac{17}{32}$$

$$c) \frac{9}{5} : \frac{12}{15} = \frac{9 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 3}{5 \cdot 12 \cdot 4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$d) 3xy : \frac{1}{2}z = \frac{3xy \cdot 2}{z} = \frac{6xy}{z}$$

$$e) \frac{2x}{9y} : \frac{4x}{3y} = \frac{2x \cdot 3y}{9y \cdot 4x \cdot 2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$$

$$f) \frac{26ab}{33u} : \frac{13a}{22v} = \frac{26ab \cdot 22v \cdot 2 \cdot 2}{33u \cdot 13a \cdot 3} = \frac{4bv}{3u}$$

$$4 \text{ a) Hauptnenner: } \begin{array}{l} 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ \text{kgV} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 24 \end{array}$$

$$14 \cdot \left( \frac{7}{12} + \frac{5}{8} \right) = 14 \cdot \left( \frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 2} + \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} \right) = 14 \cdot \frac{14 + 15}{24} = \frac{14 \cdot 29 \cdot 7}{24 \cdot 12} = \frac{203}{12} = 16\frac{11}{12}$$

$$b) 42 \cdot \frac{7}{6} + \frac{9}{22} = \frac{42 \cdot 7 \cdot 7}{6} + \frac{9}{22} = 49 + \frac{9}{22} = 49\frac{9}{22}$$

$$c) \frac{8x+8y}{3r-3s} : \frac{4x+4y}{9r-9s} = \frac{8(x+y) \cdot 9(r-s) \cdot 2 \cdot 3}{3(r-s) \cdot 4(x+y)} = 6$$

$$d) \begin{array}{l} 15 = 3 \cdot 5 \\ 10 = 5 \cdot 2 \\ \text{kgV} = 3 \cdot 5 \cdot 2 = 30 \end{array}$$

$$\left( \frac{11}{15} - \frac{6}{10} \right) \cdot 8 = \left( \frac{11 \cdot 2}{15 \cdot 2} - \frac{6 \cdot 3}{10 \cdot 3} \right) \cdot 8 = \left( \frac{22}{30} - \frac{18}{30} \right) \cdot 8 = \frac{4 \cdot 8 \cdot 2}{30 \cdot 15} = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$$

$$e) \begin{array}{l} 6n = 2 \cdot 3 \cdot n \\ 3m = 3 \cdot m \\ \text{kgV} = 2 \cdot 3 \cdot n \cdot m = 6nm \end{array}$$

$$\frac{5a-3b}{6n} + \frac{5a-3b}{3m} = \frac{(5a-3b) \cdot m}{6n \cdot m} + \frac{(5a-3b) \cdot 2n}{3m \cdot 2n} = \frac{5am - 3bm + 10an - 6bn}{6nm}$$

$$f) 5\frac{1}{2} - \left( \frac{6}{5} - \frac{2}{10} \right) \cdot \left[ 5 : \left( \frac{21}{3} - \frac{10}{2} \right) \right] = 5\frac{1}{2} - \left( \frac{6}{5} - \frac{1}{5} \right) \cdot \left[ 5 : \left( \frac{21 \cdot 2}{3 \cdot 2} - \frac{10 \cdot 3}{2 \cdot 3} \right) \right]$$

$$= 5\frac{1}{2} - 1 \cdot \left[ 5 : \left( \frac{42}{6} - \frac{30}{6} \right) \right] = 5\frac{1}{2} - \left[ 5 : \frac{12}{6} \right] = 5\frac{1}{2} - [5 : 2] = 5\frac{1}{2} - \frac{5}{2} = 5\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} = 3$$

$$g) 4\frac{2}{3} \cdot 3\frac{8}{5} = \frac{14}{3} \cdot \frac{23}{5} = \frac{14 \cdot 23}{3 \cdot 5} = \frac{322}{15} = 21\frac{7}{15}$$

$$h) \left( 12 : 2\frac{2}{3} \right) : \frac{7}{9} = \left( 12 : \frac{8}{3} \right) : \frac{7}{9} = \frac{12 \cdot 3}{8} : \frac{7}{9} = \frac{12 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 3}{8 \cdot 7 \cdot 2} = \frac{81}{14} = 5\frac{11}{14}$$

$$i) \left( \frac{u+v}{l+k} + \frac{3(u+v)}{2(l+k)} - \frac{5(u-v)}{3(k+l)} \right) \cdot \frac{1}{2} = \left( \frac{(u+v) \cdot 6}{(l+k) \cdot 6} + \frac{3(u+v) \cdot 3}{2(l+k) \cdot 3} - \frac{5(u-v) \cdot 2}{3(l+k) \cdot 2} \right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{6(u+v) + 9(u+v) - 10(u-v)}{6(l+k)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{15(u+v) - 10(u-v)}{6(l+k)}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{15u + 15v - 10u + 10v}{6(l+k)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5u + 25v}{6(l+k)} = \frac{5(u+5v)}{12(l+k)}$$

## 1

## 1.6 Rechnen mit Potenzen

## Schreiben in Potenzform bzw. Potenzwertberechnung

▶ 16  
17

- ▶ 16 1 a)  $2L \cdot 4L \cdot 8L = 2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot L^3 = 2^6 L^3$       b)  $2a \cdot 3b \cdot 2a \cdot 3b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot a^2 \cdot b^2$   
 c)  $1,5\text{cm} \cdot 2,3\text{cm} \cdot 1,4\text{cm} = 4,83\text{cm}^3$
- 2 a)  $21^{2,5} = 2020,9159$       b)  $(-6,3)^3 = -250,047$   
 c)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-7} = 128$       d)  $2,4^{3,5} = 21,416049$
- 3 a)  $5000000 = 5 \cdot 1000000 = 5 \cdot 10^6$       b)  $0,0023 = 23 \cdot \frac{1}{10000} = 23 \cdot 10^{-4} = 2,3 \cdot 10^{-3}$   
 c)  $96485 = 9,6485 \cdot 10^4$       d)  $0,000082 = 8,2 \cdot 10^{-5}$

## Aufgaben zum Rechnen mit Potenzen

- ▶ 17 1 a)  $4r^3 + 12r^2 - 2r^3 + 3r^3 + 3r^2 = 4r^3 - 2r^3 + 3r^3 + 12r^2 + 3r^2 = 15r^3 + 12r^2$   
 b)  $12m^2 + 7m^3 - 7m^2 + 5m^3 = 7m^3 + 5m^3 + 12m^2 - 7m^2 = 12m^3 + 5m^2$   
 c)  $6,2x^4 + 3,4y^2 + 7,5x^4 - 3,4y^2 = 6,2x^4 + 7,5x^4 + 3,4y^2 - 3,4y^2 = 13,7x^4$   
 d)  $2,8\pi r^2 h + \frac{5}{4}\pi r^3 - 1,75\pi r^3 + 2,2hr^2\pi$   
 $= 2,8\pi r^2 h + 2,2\pi r^2 h + 1,25\pi r^3 - 1,75\pi r^3$   
 $= (2,8 + 2,2)\pi r^2 h + (1,25 - 1,75)\pi r^3 = 5\pi r^2 h - 0,5\pi r^3 = \pi(5r^2 h - 0,5r^3)$   
 e)  $-14,3 \cdot 7^3 + 6,9 \cdot 11^4 + 1715 \cdot 7^{-3} + 1,1 \cdot 11^4 + 8,7 \cdot 7^3$   
 $= (-14,3 + 8,7) \cdot 7^3 + (6,9 + 1,1) \cdot 11^4 + 1715 \cdot \frac{1}{7^3}$   
 $= -1920,8 + 117128 + 5 = 115212,2$
- 2 a)  $10^7 \cdot 10^2 \cdot 10^{-5} = 10^{7+2-5} = 10^4$   
 b)  $0,4a^4 \cdot 0,5a^5 = 0,4 \cdot 0,5a^{4+5} = 0,2a^9$   
 c)  $2,5 \cdot 10^5 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} = 2,5^2 \cdot 10^{5-2} = 6,25 \cdot 10^3 = 6250$   
 d)  $(r^3 - 2,5r^2) \cdot 2r^2 = r^3 \cdot 2r^2 - 2,5r^2 \cdot 2r^2 = 2r^{3+2} - 5r^{2+2} = 2r^5 - 5r^4$   
 e)  $d^{0,5x} \cdot d^{7x+3} = d^{0,5x+(7x+3)} = d^{0,5x+7x+3} = d^{7,5x+3}$   
 f)  $x^{a-n} \cdot x^{a+n} = x^{a-n+a+n} = x^{2a}$   
 g)  $(r+s)^2 \cdot (r+s)^3 = (r+s)^{2+3} = (r+s)^5$   
 h)  $(x+y)^a \cdot (x+y)^b = (x+y)^{a+b}$
- 3 a)  $\frac{10^3}{10^2} = 10^{3-2} = 10^1 = 10$       b)  $\frac{10^3 \cdot 10^2}{10 \cdot 10^3} = 10^{3+2-1-3} = 10^1 = 10$   
 c)  $\frac{225^3}{15^3} = \left(\frac{225}{15}\right)^3 = 15^3 = 3375$       d)  $\frac{780x^5}{39y^5} = \frac{780}{39} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^5 = 20 \left(\frac{x}{y}\right)^5$   
 e)  $\frac{2r^3}{3a^2} \cdot \frac{12a^2}{16r^3} = \frac{2 \cdot 12 \cdot r^3 \cdot a^2}{3 \cdot 16 \cdot r^3 \cdot a^2} = 0,5$       f)  $\frac{n^3}{x^4} : \frac{n^3 \cdot x^4}{a} = \frac{n^3 \cdot a}{x^4 \cdot n^3 \cdot x^4} = \frac{a}{x^4 \cdot x^4} = \frac{a}{x^8}$
- 4 a)  $(5^3)^2 = 5^{3 \cdot 2} = 5^6$   
 b)  $(10^3)^{-2} = 10^{3 \cdot (-2)} = 10^{-6}$

c)  $(4^2 \cdot a x y^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} \cdot a^3 \cdot x^3 \cdot y^{2 \cdot 3} = 4^6 a^3 x^3 y^6$

d)  $5 \cdot (u^2 v^3)^5 = 5 u^{2 \cdot 5} \cdot v^{3 \cdot 5} = 5 u^{10} v^{15}$

e)  $(17)^2 \cdot (3^0)^3 = 1^2 \cdot 1^3 = 1 \cdot 1 = 1$

f)  $(7^2)^3 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^3 = 7^{2 \cdot 3} \cdot 7^{-3} = 7^{6-3} = 7^3 = 343$

5 a)  $(3 + 7)^3 = 10^3 = 1000$

b)  $(22 - 17)^5 = 5^5 = 3125$

c)  $(23 - 14)^5 = 9^5 = 59049$

d)  $(5 + 9)^4 = 14^4 = 38416$

## 1.7 Rechnen mit Wurzeln

► 19 1 a)  $\sqrt{45796} = 214$       b)  $\sqrt{0,0065324} = 0,0808233$       c)  $\sqrt{1432,6225} = 37,85$

d)  $\sqrt[3]{39,785} = 3,414$       e)  $\sqrt[4]{42,424} = 2,552$       f)  $\sqrt{\pi} = 1,7724539$

2 a)  $2,8 \cdot \sqrt{3} + 1,9 \cdot \sqrt{5} - 2,1 \cdot \sqrt{5} - 1,6 \cdot \sqrt{3}$   
 $= 2,8 \cdot \sqrt{3} - 1,6 \cdot \sqrt{3} + 1,9 \cdot \sqrt{5} - 2,1 \cdot \sqrt{5}$   
 $= (2,8 - 1,6) \sqrt{3} + (1,9 - 2,1) \sqrt{5}$   
 $= 1,2 \cdot \sqrt{3} - 0,2 \cdot \sqrt{5}$   
 $= 2,078461 - 0,4472136$   
 $= 1,6312474 \approx 1,631$

b)  $\frac{1}{5} \sqrt[3]{216} + \frac{2}{3} \sqrt[3]{125} - \frac{1}{2} \sqrt[3]{64} = \frac{1}{5} \cdot 6 + \frac{2}{3} \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{6}{5} + \frac{10}{3} - 2 = \frac{18}{15} + \frac{50}{15} - \frac{30}{15} = \frac{38}{15}$

c)  $\sqrt{10} \cdot \sqrt{22,5} = \sqrt{10 \cdot 22,5} = \sqrt{225} = 15$

d)  $(7 + 4\sqrt{3}) \cdot (7 - 4\sqrt{3}) = 13,9282 \cdot 5,6839 = 79,1669 \approx 79,2$

e)  $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$

f)  $\frac{5}{\sqrt[3]{343}} = \frac{5}{7}$

g)  $\frac{7x \cdot \sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}} = 7x \cdot \sqrt[3]{\frac{108}{4}} = 7x \sqrt[3]{27} = 7x \cdot 3 = 21x$

h)  $\sqrt[3]{27^4} = \sqrt[3]{(3^3)^4} = 3^{3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3}} = 3^4 = 81$

i)  $125^{\frac{2}{3}} = (5^3)^{\frac{2}{3}} = 5^{3 \cdot \frac{2}{3}} = 5^2 = 25$

3 a)  $\sqrt{1444 \cdot 729} = \sqrt{1444} \cdot \sqrt{729} = 38 \cdot 27 = 1026$

b)  $\sqrt[3]{125 \cdot 343 \cdot 27} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 7^3 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{105^3} = 105$

c)  $\sqrt{64^2} = (\sqrt{64})^2 = 8^2 = 64$  oder  $\sqrt{64^2} = 64^{\frac{2}{2}} = 64^1 = 64$

d)  $3 \cdot \sqrt{\frac{1}{9}} = 3 \cdot \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}} = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$

e)  $\frac{\sqrt[3]{2560}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{\frac{2560}{5}} = \sqrt[3]{512} = 8$

f)  $\sqrt[4]{81^6} = (\sqrt[4]{81})^6 = 3^6 = 729$  oder  $\sqrt[4]{81^6} = 81^{\frac{6}{4}} = 81^{\frac{3}{2}} = 81^1 \cdot 81^{\frac{1}{2}} = 81 \cdot \sqrt{81} = 81 \cdot 9 = 729$

1

▶ 19  
21  
22

$$g) \sqrt[3]{\left(\frac{3}{7}\right)^6} = \left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{6}{3}} = \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$$

$$h) 4,3 \cdot \sqrt[3]{343} - 3,8 \cdot \sqrt[3]{343} = (4,3 - 3,8) \cdot \sqrt[3]{343} = 0,5 \cdot 7 = 3,5$$

$$i) 1\frac{1}{3}\sqrt{3} + 2\frac{2}{3}\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \left(1\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3} - 3\right) \cdot \sqrt{3} = (4 - 3) \cdot \sqrt{3} = 1 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$j) \sqrt{\left(\frac{3,9\text{m} - 2,7\text{m}}{3}\right)^2 + (0,3\text{m})^2} = \sqrt{\left(\frac{1,2\text{m}}{3}\right)^2 + 0,09\text{m}^2} = \sqrt{0,16\text{m}^2 + 0,09\text{m}^2} = \sqrt{0,25\text{m}^2} = 0,5\text{m}$$

## 1.8 Rechnen mit Logarithmen

### 1.8.2 Berechnen dekadischer Logarithmen

#### Berechnen dekadischer Logarithmenwerte mit dem Taschenrechner

- ▶ 21 1 a)  $\lg 2320 = 3,365488$       b)  $\lg 0,873 = -0,0589858$       c)  $\lg 11,3 = 1,0530784$   
 d)  $\lg 0,990 = -0,0043648$       e)  $\lg 0,01 = -2$       f)  $\lg 0,5352 = -0,2714839$   
 g)  $\lg 120000 = 5,0791812$

#### Berechnen dekadischer Numeruswerte mit dem Taschenrechner

- a)  $\lg x = 0,752 \Rightarrow x = 10^{0,752} = 5,6493697$   
 b)  $\lg x = 10,25 \Rightarrow x = 10^{10,25} = 1,7783 \cdot 10^{10}$

### 1.8.3 Berechnen natürlicher Logarithmen

- a)  $\ln 20 = 2,9957323$       b)  $\ln 1000 = 6,9077553$   
 c)  $\ln 0,001 = -6,9077553$       d)  $\ln 580 = 6,3630281$

### 1.8.4 Logarithmengesetze

- ▶ 22 a)  $\lg(147 \cdot 717 \cdot 873) = \lg 92013327 = 7,9638507$  oder  
 $\lg(147 \cdot 717 \cdot 873) = \lg 147 + \lg 717 + \lg 873 = 2,1673173 + 2,8555192 + 2,9410142 = 7,9638507$   
 b)  $\lg \frac{4,38 \cdot 2,19}{871 \cdot 2,52} = \lg(4,3701821 \cdot 10^{-3}) = -2,3595005$  oder  
 $\lg \frac{4,38 \cdot 2,19}{871 \cdot 2,52} = \lg 4,38 + \lg 2,19 - \lg 871 - \lg 2,52$   
 $= 0,6414741 + 0,3404441 - 2,9400182 - 0,0414005 = -2,3595005$   
 c)  $\lg(0,97^7 \cdot 2,82^{3,5}) = \lg(0,8079828 \cdot 37,659268) = \lg 30,428042 = 1,483274$  oder  
 $\lg(0,97^7 \cdot 2,82^{3,5}) = \lg 0,97^7 + \lg 2,82^{3,5} = 7 \cdot \lg 0,97 + 3,5 \cdot \lg 2,82$   
 $= 7 \cdot (-0,0132283) + 3,5 \cdot 0,4502491 = -0,0925981 + 1,5758719 = 1,4832738$   
 d)  $\ln \sqrt[5]{65,931} = \ln 2,311 = 0,838$  oder  
 $\ln \sqrt[5]{65,931} = \ln 65,931^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \cdot \ln 65,931 = \frac{1}{5} \cdot 4,189 = 0,838$

## 1.8.5 Logarithmieren bei der pH-Wert-Berechnung

- a)  $c(\text{H}_3\text{O}^+) = 0,040 \text{ mol/L}$   
 $\Rightarrow \text{pH} = -\lg c(\text{H}_3\text{O}^+) = -\lg 0,040 = +1,39794 \approx 1,4$
- b)  $c(\text{H}_3\text{O}^+) = 8,5 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L}$   
 $\Rightarrow \text{pH} = -\lg(8,5 \cdot 10^{-12}) = -(-11,070581) \approx 11$
- c)  $c(\text{H}_3\text{O}^+) = 6,83 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$   
 $\Rightarrow \text{pH} = -\lg(6,83 \cdot 10^{-5}) = -(-4,1655793) \approx 4,17$
- d)  $\text{pH} = 2,67$   
 $\Rightarrow c(\text{H}_3\text{O}^+) = 10^{-\text{pH}} \text{ mol/L} = 10^{-2,67} \text{ mol/L} = 0,002138 \text{ mol/L} \approx 2,14 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$
- e)  $\text{pH} = 7,51$   
 $\Rightarrow c(\text{H}_3\text{O}^+) = 10^{-\text{pH}} \text{ mol/L} = 10^{-7,51} \text{ mol/L} \approx 3,09 \cdot 10^{-8} \text{ mol/L}$
- f)  $\text{pH} = 3,7$   
 $\Rightarrow c(\text{H}_3\text{O}^+) = 10^{-\text{pH}} \text{ mol/L} = 10^{-3,7} \text{ mol/L} = 0,0001995 \text{ mol/L} \approx 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$
- g)  $\text{pH} = 10,2$   
 $\Rightarrow c(\text{H}_3\text{O}^+) = 10^{-\text{pH}} \text{ mol/L} = 10^{-10,2} \text{ mol/L} = 6,3095734 \cdot 10^{-11} \text{ mol/L} \approx 6,31 \cdot 10^{-11} \text{ mol/L}$
- h)  $\text{pH} = 0,94$   
 $\Rightarrow c(\text{H}_3\text{O}^+) = 10^{-\text{pH}} \text{ mol/L} = 10^{-0,94} \text{ mol/L} = 0,1148154 \text{ mol/L} \approx 0,11 \text{ mol/L}$

## 1.9 Lösen von Gleichungen

## 1.9.1 Lösen von Bestimmungsgleichungen

- ▶ 24 1  $8,5x + 4,75 = 9$   
 $8,5x = 9 - 4,75$   
 $x = \frac{4,25}{8,5}$   
 $x = \frac{1}{2}$
- 2  $\frac{3x}{7} = 12$   
 $3x = 12 \cdot 7$   
 $x = \frac{12 \cdot 7}{3}$   
 $x = 28$
- 3  $\frac{7}{x} = \frac{112}{8}$   
 $\frac{x}{7} = \frac{8}{112}$   
 $x = \frac{8 \cdot 7}{112}$   
 $x = 0,5$
- 4  $\frac{23-x}{12} = 2$   
 $23-x = 2 \cdot 12$   
 $-x = 24 - 23$   
 $-x = 1$   
 $x = -1$
- 5  $\frac{x-2}{3} = \frac{x}{5}$   
 $5(x-2) = 3x$   
 $5x - 10 = 3x$   
 $2x = 10$   
 $x = 5$
- 6  $\frac{15x}{6} + 2,2 = -7,8$   
 $\frac{15x}{6} = -7,8 - 2,2$   
 $15x = -10 \cdot 6$   
 $x = \frac{-60}{15}$   
 $x = -4$
- 7  $4x^2 - 69 = 31$   
 $4x^2 = 31 + 69$   
 $x^2 = \frac{100}{4}$   
 $x^2 = 25$   
 $x = \sqrt{25} = 5$
- 8  $\sqrt{3x-2} = \sqrt{8x}$   
 $3x-2 = 8x$   
 $3x-8x = 2$   
 $-5x = 2$   
 $x = -\frac{2}{5}$
- 9  $(x+5)^2 = 81$   
 $x+5 = \sqrt{81}$   
 $x = 9-5$   
 $x = 4$

1

▶ 24  
25

## 1.9.2 Lösen von Größengleichungen

1  $Q = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$

$$\Delta\vartheta = \frac{Q}{c \cdot m}$$

3  $\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_{\text{ges}}} - \frac{1}{R_1}$$

$$R_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_{\text{ges}}} - \frac{1}{R_1}}$$

5  $k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}$$

$$\frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{k} - \frac{1}{\alpha_1} - \frac{s}{\lambda}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{\frac{1}{k} - \frac{1}{\alpha_1} - \frac{s}{\lambda}}$$

2  $p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$

$$M = \frac{m \cdot R \cdot T}{p \cdot V}$$

4  $m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2 = m_M \cdot w_M$

$$w_M = \frac{m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2}{m_M}$$

6  $k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}$$

$$\frac{s}{\lambda} = \frac{1}{k} - \frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_2}$$

$$\lambda = \frac{s}{\frac{1}{k} - \frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_2}}$$

## 1.10 Rechnen mit Winkeln und Winkelfunktionen

## Winkelangaben

▶ 25 1 a)  $12^\circ 16' 2''$   
 $16' = 16 \cdot \frac{1^\circ}{60} \approx 0,2666667^\circ$

$$2'' = 2 \cdot \frac{1'}{60} = 2 \cdot \frac{1^\circ}{3600} \approx 0,0005556^\circ$$

$$12^\circ 16' 2'' \approx 12^\circ + 0,2666667^\circ + 0,0005556^\circ \approx 12,267222^\circ$$

b)  $27^\circ 44' 59''$

$$44' = 44 \cdot \frac{1^\circ}{60} \approx 0,7333333^\circ$$

$$59'' = 59 \cdot \frac{1^\circ}{3600} \approx 0,0163889^\circ$$

$$27^\circ 44' 59'' \approx 27^\circ + 0,7333333^\circ + 0,0163889^\circ = 27,749722^\circ$$

c)  $69^\circ 48'$

$$48' = 48 \cdot \frac{1^\circ}{60} = 0,8^\circ$$

$$69^\circ 48' = 69,8^\circ$$

2 a)  $19,27^\circ$

$$0,27^\circ = 0,27 \cdot 60' = 16,2' = 16' + 0,2'$$

$$0,2' = 0,2 \cdot 60'' = 12''$$

$$19,27^\circ = 19^\circ + 16' + 12'' = 19^\circ 16' 12''$$

b)  $38,18^\circ$

$$0,18^\circ = 0,18 \cdot 60' = 10,8' = 10' + 0,8'$$

$$0,8' = 0,8 \cdot 60'' = 48''$$

$$38,18^\circ = 38^\circ + 10' + 48'' = 38^\circ 10' 48''$$

c)  $72,75^\circ$   
 $0,75^\circ = 0,75 \cdot 60' = 45'$   
 $72,75^\circ = 72^\circ + 45' = 72^\circ 45'$

d)  $28,68^\circ$   
 $0,68^\circ = 0,68 \cdot 60' = 40,8' = 40' + 0,8'$   
 $0,8' = 0,8 \cdot 60'' = 48''$   
 $28,68^\circ = 28^\circ + 40' + 48'' = 28^\circ 40' 48''$

**Winkelfunktionen**

$\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$17^\circ 33'$
$\sin \alpha$	0	0,5	0,707	0,866	1	0,302
$\cos \alpha$	1	0,866	0,707	0,5	0	0,953
$\tan \alpha$	0	0,557	1	1,732	$+\infty$	0,316
$\cot \alpha$	$+\infty$	1,732	1	0,577	0	3,162

Die glatten Winkelwerte können direkt mit dem Taschenrechner bestimmt werden. Der  $\tan 90^\circ$  ergibt keine Anzeige. Tangenswerte nah bei  $90^\circ$ , z. B.  $\tan 89,9^\circ \approx 573$   
 $\Rightarrow \tan 90^\circ$  strebt gegen  $+\infty$ . Ebenso strebt  $\cot 0^\circ$  gegen  $+\infty$ .

Der Winkel  $17^\circ 33'$  muss erst in eine Dezimalzahl umgewandelt werden, damit er mit dem Taschenrechner ermittelt werden kann.

$17^\circ 33'$ :  $33' = 33 \cdot \frac{1^\circ}{60} = 0,55^\circ \Rightarrow 17^\circ 33' = 17,55^\circ$

- 2 a)  $\sin \alpha = 0,2215485 \Rightarrow \alpha = 12,8^\circ$
- b)  $\tan \beta = 0,7954359 \Rightarrow \beta = 38,50^\circ$
- c)  $\cos \gamma = 0,378906 \Rightarrow \gamma = 67,73^\circ$

**1.11 Berechnungen mit dem Dreisatz**

**Direkter Dreisatz**

- 26 1  $m_1(\text{CaCO}_3) = 100\text{g}$ ;  $m_1(\text{CO}_2) = 44\text{g}$ ;  $m_2(\text{CO}_2) = 800\text{kg}$ ;  $m_2(\text{CaCO}_3) = ?$   
 44 g  $\text{CO}_2$  erfordern 100 g  $\text{CaCO}_3$ .  
 800 kg  $\text{CO}_2$  erfordern x  $\text{CaCO}_3$ .  
 $x = m_2(\text{CaCO}_3) = \frac{100\text{g} \cdot 800\text{kg}}{44\text{kg}} = 1818,18\text{kg} \approx 1,8\text{t}$
- 2  $m_1(\text{Rohkohle}) = 7,55\text{g}$ ;  $m_{\text{Tr}} = 6,24\text{g}$ ;  $m_2(\text{Rohkohle}) = 785\text{t}$ ;  $m_{\text{Feu}} = ?$   
 7,55 g Rohkohle enthalten 1,31 g Feuchte.  
 785 t Rohkohle enthalten x Feuchte.  
 $x = m(\text{Feuchte}) = \frac{1,31\text{g} \cdot 785\text{t}}{7,55\text{g}} = 136,205\text{t} \approx 136\text{t}$
- 3  $m_1(\text{NH}_4\text{NO}_3) = 80\text{g}$ ;  $m_1(\text{N}) = 28\text{g}$ ;  $m_2(\text{NH}_4\text{NO}_3) = 2,5\text{t}$ ;  $m_2(\text{N}) = ?$   
 80 g  $\text{NH}_4\text{NO}_3$  enthalten 28g N.  
 2,5t  $\text{NH}_4\text{NO}_3$  enthalten x N.  
 $x = m_2(\text{N}) = \frac{28\text{g} \cdot 2,5\text{t}}{80\text{g}} = 0,875\text{t} \approx 0,88\text{t}$

**Indirekter Dreisatz**

- 27 1  $V_1 = 32,0\text{m}^3$ ;  $n_1 = 70$  Chargen;  $V_2 = 40,0\text{m}^3$ ;  $n_2 = ?$   
 $\frac{32,0\text{m}^3}{40,0\text{m}^3} = \frac{x}{70} \Rightarrow x = \frac{32,0\text{m}^3 \cdot 70}{40,0\text{m}^3} = 56$  Chargen

1

▶ 27  
28  
29

- 2  $V_1 = 40\text{ L}$ ;  $n_1 = 30$  Gebinde;  $V_2 = 60\text{ L}$ ;  $n_2 = ?$   
 40-L-Kanister erfordern 30 Gebinde.  
 1-L-Kanister erfordern  $40 \cdot 30$  Gebinde.  
 60-L-Kanister erfordern  $\frac{40 \cdot 30}{60}$  Gebinde.  
 $x = \frac{40 \cdot 30}{60} = \mathbf{20 \text{ Gebinde}}$
- 3 36%ige Salzsäure erfordert 110 kg Säure.  
 1%ige Salzsäure erfordert  $36 \cdot 110$  kg Säure.  
 30%ige Salzsäure erfordert  $\frac{36 \cdot 110}{30}$  kg Säure.  
 $x = m(\text{Salzsäure, 30\%ig}) = \frac{36 \cdot 110}{30} \text{ kg} = \mathbf{132 \text{ kg}}$

## 1.12 Berechnungen mit Proportionen

- ▶ 28 1  $m_1(\text{Kristallsoda}) = 286,1\text{ g}$ ;  $m_1(\text{Wasser}) = 180\text{ g}$ ;  $m_2(\text{Wasser}) = 500\text{ kg}$ ;  $m_2(\text{Kristallsoda}) = ?$   
 $\frac{286,1\text{ g}}{180\text{ g}} = \frac{x}{500\text{ kg}} \Rightarrow x = m_2(\text{Kristallsoda}) = \frac{286,1\text{ g} \cdot 500\text{ kg}}{180\text{ g}} = 794,722\text{ kg} \approx \mathbf{795\text{ kg}}$
- 2  $m_1(\text{Bauxit}) = 20,112\text{ g}$ ;  $m_1(\text{Feuchte}) = 480\text{ mg}$ ;  $m_2(\text{Bauxit}) = 75\text{ t}$ ;  $m_2(\text{Feuchte}) = ?$   
 $\frac{20,112\text{ g}}{0,480\text{ g}} = \frac{75\text{ t}}{x} \Rightarrow x = m_2(\text{Feuchte}) = \frac{75\text{ t} \cdot 0,480\text{ g}}{20,112\text{ g}} = 1,7899\text{ t} \approx \mathbf{1,8\text{ t}}$
- 3  $A_1 = 75\text{ cm}^2$ ;  $t_1 = 40\text{ min}$ ;  $A_2 = 90\text{ cm}^2$ ;  $t_2 = ?$   
 a)  $\frac{75\text{ cm}^2}{90\text{ cm}^2} = \frac{x}{40\text{ min}} \Rightarrow x = t_2 = \frac{75\text{ cm}^2 \cdot 40\text{ min}}{90\text{ cm}^2} = 33,333\text{ min} \approx \mathbf{33\text{ min}}$   
 b)  $t_3 = 50\text{ min}$ ;  $A_3 = ?$   
 $\frac{40\text{ min}}{50\text{ min}} = \frac{x}{75\text{ cm}^2} \Rightarrow x = A_3 = \frac{40\text{ min} \cdot 75\text{ cm}^2}{50\text{ min}} = \mathbf{60\text{ cm}^2}$

## 1.13 Berechnung mit Anteilen

- ▶ 29 1 a)  $0,234 \cdot 100\% = \mathbf{23,4\%}$  b)  $0,029 \cdot 1000\% = \mathbf{29\%}$   
 c)  $0,0000170 \cdot 10^6 \text{ ppm} = \mathbf{17,0\text{ ppm}}$  d)  $0,001350 \cdot 100 = \mathbf{0,1350\%}$
- 2 a)  $2,5\% = \frac{2,5}{100} = \mathbf{0,025}$  b)  $1,75\% = \frac{1,75}{1000} = \mathbf{0,00175}$   
 c)  $50\text{ ppm} = \frac{50}{10^6} = \mathbf{0,000050}$  d)  $0,134\% = \frac{0,134}{100} = \mathbf{0,00134}$   
 e)  $2500\text{ ppm} = \frac{2500}{10^6} = \mathbf{0,002500}$  f)  $0,91\% = \frac{0,91}{1000} = \mathbf{0,00091}$
- 3  $m(\text{Probe}) = 28,52\text{ g}$ ;  $m(\text{Trockensubstanz}) = 26,03\text{ g}$ ;  $w(\text{Verlust}) = ?$   
 Masseverlust:  $28,52\text{ g} - 26,03\text{ g} = 2,49\text{ g}$   
 $28,52\text{ g} \hat{=} 100\%$   
 $2,49\text{ g} \hat{=} x$   
 $x = w(\text{Verlust}) = \frac{2,49\text{ g} \cdot 100\%}{28,52\text{ g}} \approx \mathbf{8,731\%}$

4  $w(\text{Gestein}) = 21,78\%$ ;  $m(\text{Roherz}) = 500\text{t}$ ;  $m(\text{Kupfererz}) = ?$   
 $w(\text{Kupfererz}) = 100\% - 21,78\% = 78,22\%$

In 100g Kupferkies sind 78,22g Kupfererz enthalten.

In 500t Kupferkies sind  $x$  Kupfererz enthalten.

$$x = m(\text{Kupfererz}) = \frac{78,22\text{g} \cdot 500\text{t}}{100\text{g}} \approx 391\text{t}$$

5  $V = 250\text{m}^3$ ; 65% Füllvolumen;  $V_{\text{Rest}} = ?$

65% Füllvolumen entspricht  $250\text{m}^3$ .

100% Füllvolumen entspricht  $x$ .

$$x = V(100\%) = \frac{250\text{m}^3 \cdot 100\%}{65\%} = 384,6\text{m}^3$$

$$V_{\text{Rest}} = 384,6\text{m}^3 - 250\text{m}^3 = 134,6\text{m}^3 \approx 135\text{m}^3$$

## Gemischte Aufgaben zu 1 Mathematische Grundlagen und praktisches Rechnen

### Grundrechnungsarten, Bruchrechnen

1 a)  $(-3a) \cdot (5b) \cdot (-2c) = +30abc$

b)  $23,94\text{m} - (-16,35\text{m}) - 3,20\text{m} = 37,07\text{m}$

c)  $(5r + 3s) \cdot (2r - 4s) = 10r^2 + 6sr - 20rs - 12s^2 = 10r^2 - 14sr - 12s^2$

2 a)  $9x^2a - 6xa^2 - 15x^2a^2 = 3xa(3x - 2a - 5xa)$

b)  $\frac{\pi}{4} \cdot h \cdot D^2 - \frac{d^2 h \pi}{4} = \frac{\pi h}{4} \cdot (D^2 - d^2)$

3 a)  $\frac{(-287)}{(-7)} = 41$

b)  $\frac{\frac{\pi}{4}(D-d)^2}{\frac{D-d}{2}} = \frac{\pi}{2} \cdot (D-d)$

c)  $\frac{\frac{1}{2}at^2}{\frac{2}{3}at} = \frac{1 \cdot 3at^2}{2 \cdot 2at} = \frac{3}{4}t$

d)  $\frac{m_1 \cdot c_1 \cdot \vartheta_1 + m_1 \cdot c_1 \cdot \vartheta_2}{m_1 \cdot c_1 + m_1 \cdot c_1} = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot (\vartheta_1 + \vartheta_2)}{2 \cdot m_1 \cdot c_1} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}$

e)  $\frac{7,82\text{g} + 6,93\text{g} + 7,57\text{g} + 7,34\text{g} + 7,69\text{g}}{5} = \frac{37,35\text{g}}{5} = 7,47\text{g}$

f)  $\frac{(36,1981\text{g} - 24,2561\text{g}) \cdot 0,9982\text{g/cm}^3}{36,1981\text{g} - 24,2561\text{g} - 54,7525\text{g} + 44,2592\text{g}} = \frac{11,9205\text{g}^2/\text{cm}^3}{1,4490\text{g}} \approx 8,2267\text{g/cm}^3$

4 a)  $\frac{8}{10} = 0,8$

b)  $\frac{314159}{100000} = 3,14159$

c)  $\frac{66}{125} = 0,528$

d)  $\frac{2\text{m}^2}{9\text{m}} = 0,2\text{m}$

1

▶ 29  
30

$$5 \text{ a) } \frac{5(u+v)}{(u+v) \cdot 3a} = \frac{5(u+v) \cdot 3a}{u+v} = 15a$$

$$b) \frac{3-a}{7b} : \frac{a-3}{7b} = \frac{(3-a) \cdot 7b}{7b \cdot (a-3)} = \frac{-(a-3)}{(a-3)} = -1$$

$$c) \left(-3\frac{1}{3}\right) : \left(8\frac{2}{5}\right) = \frac{-3\frac{1}{3}}{8\frac{2}{5}} = \frac{-\frac{10}{3}}{\frac{42}{5}} = -\frac{10 \cdot 5}{3 \cdot 42} = -\frac{50}{126} = -\frac{25}{63}$$

## Rechnen mit dem Taschenrechner

$$6 \text{ a) } \frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{25\Omega} + \frac{1}{50\Omega} + \frac{1}{10\Omega} = \frac{2+1+5}{50\Omega} = \frac{8}{50\Omega} \Rightarrow R_{\text{ges}} = \frac{50\Omega}{8} = 6\frac{1}{4}\Omega$$

$$b) k = \frac{1}{\frac{1}{25000} + \frac{0,0021}{70} + \frac{1}{12500}} = \frac{100000}{\frac{100000}{25000} + \frac{210}{70} + \frac{100000}{12500}} = \frac{100000}{4+3+8} = \frac{100000}{15} = 6666,\bar{6}$$

$$c) V_n = \pi \cdot (1,52\text{m})^2 \cdot \left(3,64\text{m} - \frac{1,52\text{m}}{3}\right) = 7,2583\text{m}^2 \cdot 3,133\text{m} \approx 22,74\text{m}^3$$

$$d) y_a = \frac{2,75 \cdot 0,05}{1 + 0,05 \cdot (2,75 + 1)} = \frac{0,1375}{1,1875} \approx 0,116$$

$$\text{▶ } 30 \text{ 7 a) } \frac{27,35 \cdot 84,28 \cdot 2,73}{53,13 \cdot 102,04} = 1,1607381$$

$$b) \frac{7,22 \cdot 2,91 + 3,88 \cdot 0,13}{12,81 - 6,25 \cdot 0,98} = [(7,22 \cdot 2,91) + (3,88 \cdot 0,13)] : [12,81 - (6,25 \cdot 0,98)]$$

$$= 3,2183396 \approx 3,20$$

$$c) \pi \cdot 2,5\text{m} \cdot 6,2\text{m} + \frac{\pi \cdot (2,5\text{m})^2}{2} = \pi \cdot 2,5\text{m} \cdot \left(6,2\text{m} + \frac{2,5\text{m}}{2}\right) = 58,512163\text{m} \approx 58,51\text{m}$$

$$d) \frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{23,4\Omega} + \frac{1}{18,3\Omega} + \frac{1}{6,9\Omega} \text{ mit Speicher-Taste [SUM] und Reziprok-Taste } [\frac{1}{x}]$$

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = 0,2423074 \frac{1}{\Omega} \Rightarrow R_{\text{ges}} = 4,1269893\Omega \approx 4,13\Omega$$

$$e) \frac{98 \cdot \pi}{12} + \frac{4,27}{0,85} - \frac{1}{2,3} \text{ mit Speicher-Taste [SUM]} \Rightarrow 30,245087$$

$$f) \frac{1}{\frac{1}{12400} + \frac{0,003}{55} + \frac{1}{6250}} \text{ mit Speicher-Taste [SUM] und Reziprok-Taste } [\frac{1}{x}] \Rightarrow 3387,6416$$

## Rechnen mit Potenzen und Wurzeln

$$8 \text{ a) } 23 \cdot r^{2n+2} \cdot 2 \cdot r^{-(n+1)} = 23 \cdot 2 \cdot r^{2n+2-(n+1)} = 46 \cdot r^{2n+2-n-1} = 46 \cdot r^{n+1}$$

$$b) \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^5 + d^2 D^3 + D^4 d) = \frac{\pi \cdot h \cdot D^3}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$$

$$c) (7 \cdot x^n - 2x^n) : 6x^{n-2} = 5 \cdot x^n : 6x^{n-2} = \frac{5}{6} \cdot \frac{x^n}{x^{n-2}} = \frac{5}{6} \cdot x^{n-(n-2)} = \frac{5}{6} \cdot x^{n-n+2} = \frac{5}{6} x^2$$

$$d) \frac{u^4 - u^3}{u^2 - u} = \frac{u^2(u^2 - u)}{u^2 - u} = u^2$$

$$e) \pi h^2 r - \frac{\pi h^3}{3} = \pi h^2 \left(r - \frac{h}{3}\right)$$

$$f) \frac{x^3}{y^5} \cdot \frac{x^2}{y^3} : \frac{x^4}{y^6} = \frac{x^3 \cdot x^2 \cdot y^6}{y^5 \cdot y^3 \cdot x^4} = \frac{x^{3+2} \cdot y^6}{y^8 \cdot x^4} = \frac{x^5 \cdot y^6}{x^4 \cdot y^8} = x^{5-4} \cdot y^{6-8} = x \cdot y^{-2} = \frac{x}{y^2}$$