

Statistik und ihre Bedeutung heute

Ziele und Aufgaben der Statistik

Aufbau und wesentliche Bestandteile der Statistik

Kapitel 1

Was Statistik ist und warum sie benötigt wird

Statistik wird schon so lange betrieben, wie es Mathematik gibt. Erste Volkszählungen gab es zum Beispiel bereits bei den alten Ägyptern vor mehr als 2000 Jahren. Heute ist die Statistik allgegenwärtig und selbst aus unserem Privatleben nicht mehr wegzudenken. Viele Menschen führen beispielsweise Statistik über ihr Gewicht oder ihre sportlichen Leistungen. Jedes Mal, wenn Sie eine Zeitung aufschlagen, werden Sie darin Tabellen, Diagramme und statistische Kennzahlen zu den verschiedensten gesellschaftlichen, wirtschaftlichen und technischen Bereichen finden. Es gibt keinen gesellschaftlichen, kulturellen, naturwissenschaftlichen, volkswirtschaftlichen und auch keinen betrieblichen Bereich in Unternehmen, für den nicht Statistiken erstellt werden. Ganz offenbar benötigt man heute in allen Bereichen menschlichen Handelns statistische Kenntnisse, wenn man informiert sein möchte oder mitreden will. Warum ist das so?

Warum Statistik?

Eine Antwort auf diese Frage können Sie finden, wenn Sie sich anschauen, um was es bei der Statistik geht. Statistik leitet sich aus dem lateinischen Wort »status« ab, was so viel wie Zustand, Verfassung oder Stand der Dinge bedeutet.



Bei der *Statistik* geht es um das zahlenmäßige Erfassen, Klassifizieren, Auswerten, Analysieren und Präsentieren von Daten über Massen, Gesamtheiten oder Populationen.

Die Statistik benötigen Sie vor allem, um informierte und, das heißt, richtige oder bessere Entscheidungen für Probleme treffen zu können, die sich nicht auf Einzelfälle, sondern auf Gesamtheiten oder Massenerscheinungen beziehen oder von denen ganze Bevölkerungen beziehungsweise Populationen betroffen sind. Beispielsweise müssen Politiker über Gesetze entscheiden, die das Wohl von Millionen von Bürgern beeinflussen; denken Sie nur mal an die Steuergesetzgebung.

Einsatzgebiete der Statistik

Die Anwendung der Methoden und Instrumente der Statistik finden Sie nicht nur in der Politik, Sie finden sie in allen gesellschaftlichen Bereichen. Die folgende Liste zeigt Beispiele für Einsatzgebiete der Statistik innerhalb von Unternehmen:

- ✓ **Marktforschung:** Konsumentenstrukturen und Präferenzen
- ✓ **Produktplanung:** Wirtschaftstrends, detaillierte Verkaufsbudgets
- ✓ **Finanzanalysen:** Jahresberichte, Kosten- und Einnahmedaten
- ✓ **Vorhersagen:** Absatz-, Umsatz-, Beschäftigungs- und Produktivitätsentwicklung
- ✓ **Prozess- und Qualitätskontrollen**
- ✓ **Arbeitnehmerstatistik:** Krankenstand oder Personalfluktuaton

Bereiche der Statistik

Innerhalb der Statistik unterscheidet man zwei große Aufgabengebiete, auf deren Details wir im Folgenden näher eingehen:

- ✓ die deskriptive Statistik
- ✓ die schließende Statistik

Die deskriptive und die schließende Statistik bilden die beiden wichtigsten Gebiete in der Statistik. Gemäß dieser Unterscheidung ist auch *Statistik kompakt für Dummies* entsprechend aufgebaut. Ehe es ans Eingemachte geht, liefert Abbildung 1.1 einen ersten Überblick über die statistischen Teilgebiete, wie sie auch in den Formeln und Kapiteln dieses Buches thematisiert werden.

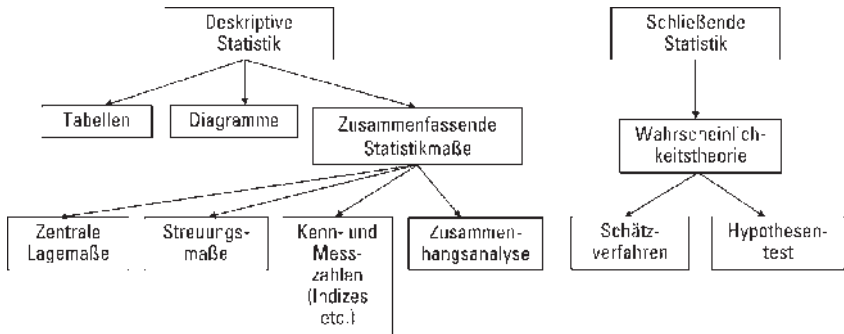


Abbildung 1.1: Übersicht über die Teilgebiete der Statistik

Die deskriptive oder beschreibende Statistik



Wie schon im Namen zum Ausdruck kommt, dient Ihnen die deskriptive Statistik, die manchmal auch *beschreibende Statistik* genannt wird, der genauen Beschreibung von bereits erhobenen Daten aus statistischen Gesamtheiten. Die Beschreibung erfolgt dabei anhand von statistischen Tabellen, Diagrammen oder zusammenfassenden Zahlen.

Die deskriptive Statistik dient dazu, Fakten und Daten für die Analyse aufzubereiten, sie auszuwerten, zu beschreiben, zu interpretieren sowie sie systematisch, geordnet und informativ darzustellen.

Das zugrundeliegende Datenmaterial wird dabei aus einer sogenannten Grundgesamtheit erhoben. Die *Grundgesamtheit* wird auch als *Population* oder *statistische Masse* bezeichnet. Sie ist die Menge aller Objekte oder Personen (sogenannter »statistischen Einheiten«, »Merkmalsträger« oder »Untersuchungsobjekte«), über die Informationen über bestimmte Eigenschaften gewonnen werden sollen. Diese Eigenschaften bezeichnet man als *statistische Merkmale* oder *Variablen*. Die unterschiedlichen Werte, die ein solches Merkmal annehmen kann, bezeichnet man als *Merkmalsausprägungen*. Die an einem einzelnen Merkmalsträger beobachtete Ausprägung eines Merkmals nennt man oftmals auch *Merkmalswert*.

Lassen Sie uns diese Begriffe an einem Beispiel erörtern. Stellen Sie sich vor, Sie wären an der Verteilung des Einkommens von Männern und Frauen in einer bestimmten beruflichen Position zu einem bestimmten Zeitpunkt interessiert. Die Grundgesamtheit besteht in diesem Fall einfach aus allen Erwerbstätigen in dieser beruflichen Position zu dem bestimmten Zeitpunkt. Jeder einzelne dieser

Erwerbstätigen ist dabei eine statistische Einheit. Es werden zwei statistische Merkmale an diesen Einheiten erhoben: das Einkommen (in Euro) und das Geschlecht. Da die gemessenen Merkmale, wie zum Beispiel das Einkommen, für unterschiedliche Personen unterschiedlich ausfallen können, ist auch der Begriff »Variable« statt »Merkmal« sinnvoll. Die möglichen Merkmalsausprägungen für das Merkmal »Einkommen (in Euro)« sind grundsätzlich alle positive Zahlen wie 450,90 oder 2300. Für das Merkmal »Geschlecht« sind die möglichen Ausprägungen hingegen verschiedene Kategorien, nämlich männlich oder weiblich. Sie sehen bereits an diesem einfachen Beispiel, dass auch die Art der Ausprägungen eines Merkmals höchst unterschiedlich sein kann. Handelt es sich bei den Ausprägungen um Zahlen, wie im Beispiel mit dem Einkommen, so spricht man auch von einem *quantitativen* Merkmal. Handelt es sich hingegen nicht um Zahlen, sondern wie etwa im Beispiel mit dem Geschlecht um Kategorien, so spricht man von einem *qualitativen* Merkmal. Ihre erhobenen Daten bestehen letztendlich aus den an den statistischen Einheiten gemessenen Werten beziehungsweise Ausprägungen des Merkmals, den *Merkmalswerten*. Von der ersten befragten Person stellen Sie so vielleicht fest, dass sie weiblich ist und über ein Einkommen von 2500 Euro verfügt – der Merkmalswert des Merkmals »Geschlecht« beziehungsweise »Einkommen (in Euro)« dieser statistischen Einheit ist also »weiblich« beziehungsweise »2500«. Bei der zweiten befragten Person könnte es sich hingegen um einen Mann mit einem Einkommen von 2400 Euro handeln und so weiter. Die im Rahmen einer Erhebung erfassten Merkmalswerte stellen unsere *Daten* dar. Diese bilden die Grundlage der Analysen und Statistiken. Wenn Sie im Rahmen des obigen Beispiels etwa 20 Personen befragt haben, dann sind die Daten eine Ansammlung der Merkmalswerte bzw. beobachteten Ausprägungen der beiden obigen Merkmale für jede dieser 20 Personen.

In der Praxis erfahren die Ausprägungen eines Merkmals oftmals eine Codierung, etwa durch Veränderungen von Bezeichnungen oder durch Zuordnung numerischer Ziffern oder Zahlen. Beispielsweise könnten die Ausprägungen für das Merkmal »Geschlecht« auch mit den Ziffern weiblich = 1 und männlich = 2 codiert werden. Statt »weiblich« ist der in den Daten enthaltene Merkmalswert somit »1«. Eine solche Quantifizierung von Kategorien wandelt die Ausprägungen jedoch nur scheinbar in Zahlen um; die Zahlen haben hier also bloß eine reine Bezeichnungsfunktion. Für die Erstellung von Statistiken und Grafiken bleibt nur relevant, wie die Daten tatsächlich skaliert sind, sprich auf welchem sogenannten *Skalenniveau* sie gemessen werden können. Welche Skalenniveaus es hier grundsätzlich gibt und was sich dahinter verbirgt erfahren Sie unter »Datenmessung mit Niveau« in diesem Kapitel.

Sie können sich leicht vorstellen, dass man bei einer solchen Erhebung schnell den Überblick verliert. Nachdem Sie die Daten gesammelt haben, geht es daher im nächsten Schritt darum, sie mithilfe der deskriptiven Statistik möglichst gut

darzustellen und zu beschreiben. Die Möglichkeiten, Instrumente oder Formen der Beschreibung reichen von eindimensionalen Tabellen und Diagrammen über einfache statistische Kennzahlen bis hin zu komplexen mehrdimensionalen statistischen Analysetools.



Streng genommen wird das Datenmaterial im Rahmen der deskriptiven Statistik nur beschrieben und zusammengefasst. Das gezielte Auffinden von Strukturen und Zusammenhängen innerhalb des Datenmaterials bezeichnet der Statistiker hingegen als *explorative Statistik*.

Instrumente der Statistik

Zu den wichtigsten Instrumenten der deskriptiven Statistik zählen:

- ✓ **Datentabellen:** Tabellen, in denen die Daten zu den betrachteten statistischen Merkmalen systematisch zusammengefasst präsentiert werden (mehr erfahren Sie darüber in Kapitel 3)
- ✓ **Diagramme:** Daten der statistischen Merkmale in Form von Bildern anschaulich und informativ präsentieren (siehe auch Kapitel 3)
- ✓ **Zentrale Lagemaße:** Statistiken, die in einer Zahl die Werte eines statistischen Merkmals beschreiben (zum Beispiel das arithmetische Mittel, beim Merkmal »Einkommen« also das Durchschnittseinkommen; mehr hierzu in Kapitel 4)
- ✓ **Streuungsmaße:** Statistiken, die in einer Zahl mitteilen, wie weit die einzelnen Werte eines Merkmals vom Durchschnitt entfernt liegen (wie stark zum Beispiel die einzelnen Einkommen vom Durchschnittseinkommen entfernt sind; mehr hierzu in Kapitel 5)
- ✓ **Mess-/Indexzahlen:** Zahlen, die die Werte anderer statistischer Kennzahlen zusammenfassen (zum Beispiel der Preisindex für Lebenshaltungskosten, der die Information über die Preisentwicklung vieler verschiedener Güter in einer Zahl komprimiert; mehr hierzu in Kapitel 6)
- ✓ **Zusammenhangsmaße:** statistische Maßzahlen, die auch als Koeffizienten bezeichnet werden, die die Stärke der Beziehung zwischen verschiedenen statistischen Merkmalen beschreiben (zum Beispiel, inwiefern die Höhe des Einkommens von der Berufserfahrung abhängt; mehr hierzu in Kapitel 7)

Diese zentralen Instrumente der deskriptiven Statistik werden Sie im Detail in Teil II kennenlernen.

Datenmessung mit Niveau

Die so beschriebenen und analysierten Merkmale können auf verschiedene Weise gemessen werden (zu den Messniveaus erfahren Sie mehr in Kapitel 2):

- ✓ **nominal**, das heißt, die möglichen Werte eines an den einzelnen statistischen Einheiten gemessenen Merkmals lassen sich nur unterscheiden
- ✓ **ordinal**, das heißt, die möglichen Werte eines an den einzelnen statistischen Einheiten gemessenen Merkmals lassen sich zudem in eine Rangordnung bringen
- ✓ **metrisch**, das heißt, die Unterschiede in den möglichen Werten eines an den einzelnen statistischen Einheiten gemessenen Merkmals lassen sich zusätzlich mithilfe genormter Messeinheiten quantifizieren, also zahlenmäßig in ihrer Größenordnung ausdrücken

Die deskriptiven Statistiken und ihre Zuordnung zu den jeweiligen Messniveaus sehen Sie im Überblick in Tabelle 1.1. Außerdem können Sie der Tabelle entnehmen, in welchen Kapiteln die erwähnten Themen behandelt werden. Die Skalenniveaus bauen aufeinander auf. Die Spalten in der Tabelle sind daher, von links nach rechts, ergänzend zu verstehen: Statistiken, die für Daten nominalskalierte Merkmale definiert sind, dürfen auch für Daten von ordinal- und metrisch skalierte Merkmalen berechnet werden. Zusätzlich dürfen mit Daten metrischer Merkmale all diejenigen Statistiken gebildet werden, die erst für Daten ordinalskalierte Merkmale hinzukommen. Die Variabilitätsmaße für ordinalskalierte Daten sind dabei eingeklammert dargestellt, da deren Berechnung auf diesem Skalenniveau in der Praxis zwar verbreitet ist, aber eigentlich erst bei Daten von metrisch skalierten Merkmalen sinnvoll wäre.

Die Statistiken der deskriptiven Statistik sind nur für die in der Untersuchung erfassten Untersuchungseinheiten aussagekräftig und für die in die Berechnung einbezogenen Daten; das heißt, Sie können die daraus resultierenden Ergebnisse auch nur auf die analysierten Fälle und Daten beziehen und nicht auf andere Fälle (insbesondere nicht auf eine umfassendere Grundgesamtheit) übertragen. Stellen Sie sich vor, dass eine Sonntagsumfrage unter 1000 Wahlberechtigten in Deutschland durchgeführt wurde. Mit den Instrumenten der deskriptiven Statistik könnten Sie dann zwar feststellen, dass zum Beispiel 43 Prozent der 1000 Befragten für Partei A stimmen würde. Sie könnten dieses Ergebnis allerdings nicht auf alle Wahlberechtigten in Deutschland verallgemeinern. Wenn Sie das tun wollen, müssen Sie über die deskriptive Statistik hinaus auf das Instrumentarium der schließenden Statistik zurückgreifen.

Statistiken	Skalenniveau		
	Nominal	Ordinal	Metrisch
Maße der Tendenz beziehungsweise Lagemaße	✓ Modus (siehe Kapitel 4)	✓ Median ✓ Quartile ✓ Perzentile (siehe Kapitel 4)	✓ arithmetisches Mittel ✓ gewichtetes Mittel ✓ geometrisches Mittel (siehe Kapitel 4)
Maße der Variabilität	nicht sinnvoll, da Zahlen nicht von Bedeutung sind und nur zur Unterscheidung der Kategorien der Merkmale dienen	✓ (Spannweite) ✓ (Interquartiler Abstand) (siehe Kapitel 5)	✓ mittlere Abweichung ✓ Varianz ✓ Standardabweichung ✓ Variationskoeffizient (siehe Kapitel 5)
Beziehungsmaße	✓ Chi-Quadrat ✓ Pearsons Kontingenz (siehe Kapitel 7)	✓ Spearmans Rangkorrelation (siehe Kapitel 7)	✓ Bravais-Pearson-Korrelation ✓ Kovarianz (siehe Kapitel 7) ✓ Regressionskoeffizient ✓ Determinationskoeffizient (siehe Kapitel 8)

Tabelle 1.1: Der Zusammenhang zwischen Statistiken und Messniveaus

Die schließende Statistik oder Inferenzstatistik

Die *schließende Statistik* (auch *Inferenzstatistik* oder induktive Statistik genannt) ist neben der deskriptiven Statistik die zweite wesentliche Säule der Statistik. Sie benötigen sie immer dann, wenn Sie nicht alle für eine Analyse interessanten Fälle (statistische Einheiten) in Ihre Datenerhebung einbeziehen können. Ihnen steht somit nur ein Teil der Daten aus der Gesamtheit der Untersuchungseinheiten für die Analyse zur Verfügung. Sie möchten dennoch etwas über die Verhältnisse in der Gesamtheit aussagen.

Wählen Sie nur einen Teil der statistischen Einheiten aus der Grundgesamtheit für die statistischen Analysen aus, so handelt es sich um eine *Teilerhebung* beziehungsweise *Stichprobe*. Anhand der Ergebnisse der statistischen Analysen mit der

Stichprobe wollen Sie auf die entsprechenden Werte in der betreffenden Grundgesamtheit schließen. Aus dieser Aufgabe ergibt sich auch der Name für die *schließende Statistik*, die auch oft als *Inferenzstatistik* bezeichnet wird, was aber nichts anderes bedeutet. Die Grundlage dafür, dass Sie aus den Ergebnissen einer Stichprobe einen repräsentativen Schluss auf die Verhältnisse in der Grundgesamtheit ziehen können, ist die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Darauf bauen die statistischen Schätzverfahren und die Methoden zum Testen von Hypothesen anhand von Stichproben auf.



Eine *Hypothese* ist eine noch nicht anhand von Daten systematisch überprüfte und analysierte oder bestätigte Behauptung, Aussage oder Vermutung.

Instrumente der schließenden Statistik

Besonders wichtige Konzepte, Verfahren und Instrumente, die Sie in der schließenden Statistik antreffen, sind:

- ✓ **Zufallsexperiment:** ein Experiment, dessen mögliche Ereignisse zufällig mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit auftreten und daher nicht eindeutig vorhergesagt werden können (mehr hierzu in Kapitel 10)
- ✓ **Zufallsvariablen:** die Variablen, deren Werte/Daten anhand einer auf Zufallsauswahl beruhenden Stichprobe erhoben worden sind (siehe Kapitel 10)
- ✓ **Wahrscheinlichkeitsverteilung:** die den möglichen Werten der Zufallsvariablen zugeordneten Wahrscheinlichkeiten (mehr hierzu in Kapitel 11 und Kapitel 12)
- ✓ **Stichprobe:** ein Teil einer statistischen Gesamtheit; anhand der Stichprobe gewinnen Sie statistische Informationen über diese Gesamtheit (siehe dazu Kapitel 13)
- ✓ **Schätzverfahren:** ein Verfahren, mit dem Sie von den Daten beziehungsweise Ergebnissen aus einer Stichprobe auf die Verhältnisse in der statistischen Gesamtheit schließen (mehr hierzu in Kapitel 14)
- ✓ **Parameter- und Hypothesentest:** ein Test, mit dem Sie anhand der Ergebnisse aus einer Stichprobe überprüfen können, ob bestimmte Annahmen oder Hypothesen, die Sie über die Verhältnisse in der Grundgesamtheit haben, zutreffen (siehe Kapitel 15)

Aufgaben der schließenden Statistik

Zwei Aufgabentypen der schließenden Statistik sind besonders wichtig:

- ✓ Schätzung der Werte nicht bekannter Grundgesamtheitsparameter wie den Durchschnittswert (beziehungsweise zu erwartenden Wert) einer Variablen in einer Population

Zum Beispiel können Sie die durchschnittlichen Einkommen der Männer und Frauen einer Stichprobe berechnen und mithilfe der Verfahren der schließenden Statistik auf die Durchschnittseinkommen von Männern und Frauen in der gesamten Population, aus der Sie die Stichprobe gezogen haben, schließen.

- ✓ Hypothesentest über die Werte von Populationsparametern (zum Beispiel darüber, dass das arithmetische Mittel einen bestimmten Wert hat)

Ausgehend von einer Hypothese über die Durchschnittseinkommen von Männern und Frauen in der gesamten Population erheben Sie eine Stichprobe aus der Gesamtpopulation und überprüfen anhand der Daten aus der Stichprobe und mithilfe der Verfahren der schließenden Statistik, ob die Hypothese zutrifft oder nicht. Wenn Sie in unserem Beispiel die Annahme haben, dass Frauen und Männer in gleichen beruflichen Positionen das gleiche Einkommen erzielen, können Sie diese Annahme auf diese Weise »empirisch«, das heißt erfahrungsgestützt, überprüfen.



Um zuverlässig schließen zu können, benötigen Sie eine *repräsentative Stichprobe*. Repräsentativ ist eine Stichprobe dann, wenn sie sozusagen ein Abbild der Grundgesamtheit ist. Repräsentativität kann erreicht werden, wenn die Untersuchungsobjekte (oder »Fälle«), an denen die Daten erhoben wurden, zufällig aus der Grundgesamtheit ausgewählt wurden.

Gründe für Stichproben und schließende Statistik

Die Beschränkung auf eine Stichprobe und damit der Rückgriff auf die schließende Statistik bietet sich vor allem dann an, wenn Sie

- ✓ zu hohe Kosten für die Datenerhebung vermeiden wollen,
- ✓ den zeitlichen Aufwand für die Datenerhebung verringern müssen beziehungsweise wollen und/oder
- ✓ aus sachlogischen, praktischen Gründen auf eine Voll- beziehungsweise Gesamterhebung zugunsten einer Stichprobe verzichten müssen.

Beispielhaft für den Verzicht auf eine Befragung der gesamten Grundgesamtheit aus sachlogischen Gründen ist die Qualitätskontrolle im Bereich der Herstellung von Produkten. Stellen Sie sich hierzu einen Lebensmittelhersteller vor, der das Haltbarkeitsdatum eines seiner Produkte bestimmen will. Wenn er von jedem einzelnen Produkt festhalten würde, wie lange das Produkt genießbar ist, so hat er am Ende keine Ware mehr zu verkaufen. Natürlich kostet es auch mehr Geld und Zeit, wenn Sie statt einer repräsentativen Stichprobe alle Produkte testen wollten.