

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

# Mathematik

9. KLASSE



**Alles, was  
du wissen  
musst**

# So lernst du mit diesem Buch:

## Wissen

Hier wiederholst du Schritt für Schritt, was du zu jedem Lernthema wissen musst, um richtig vorbereitet zu sein.

In der linken Spalte: Regeln und Arbeitsanleitungen

In der rechten Spalte: Beispiele und Veranschaulichungen

## Üben

Hier wendest du das Gelernte auf typische Übungsaufgaben an.

Damit du deinen Lernfortschritt selbst überwachen kannst, gibt es verschiedene Schwierigkeitsstufen:



Übungen zum Wiederholen des Lernstoffs



Übungen zu Standardaufgaben und für die nötige Sicherheit vor der Klassenarbeit



Übungen zu besonderen und anspruchsvolleren Problemen

## Wissen<sup>+</sup>

Diese Kästen geben dir zusätzliche Informationen, Tipps und Hinweise für das Bearbeiten der Übungen.

## Testen

Hier testest du dein Wissen mit vermischten und übergreifenden Aufgaben eines Kapitels.

### Klassenarbeit



45 Minuten

Alle Lernthemen eines Kapitels werden wie in einer echten Klassenarbeit abgefragt.

Die Minutenangabe sagt dir, wie viel Zeit du für die Bearbeitung einer Klassenarbeit hast.

DUDEN

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

# Mathematik

9. KLASSE

5., aktualisierte Auflage

**Dudenverlag**  
Berlin

Bildnachweis:

S. 41: GOLFX/Shutterstock.com; S. 47: Tobias Arhelger/Shutterstock.com;  
S. 128: Andrey Lobachev/Shutterstock.com

**Redaktionelle Leitung** Juliane von Laffert

**Redaktion** Ulrike Klein

**Autoren und Autorinnen** Michael Bornemann, Karin Hantschel, Lutz Schreiner

**Herstellung** Ditte Hoffmann

**Layoutidee** Lilli Messina, Berlin

**Illustration** Carmen Strzelecki

**Grafik** pro.grafik, Ostfildern

**Umschlaggestaltung** 2issue, München

**Umschlagabbildung** Thomas Gilke

**Layout/technische Umsetzung** LemmeDESIGN, Berlin

**www.duden.de**

**www.cornelsen.de**

5. Auflage, 1. Druck 2023

© 2023 Cornelsen Verlag GmbH, Berlin

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu §§ 60 a, 60 b UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60 b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen.

Das Wort **Duden** ist für den Cornelsen Verlag GmbH als Marke geschützt.

Druck: H. Heenemann, Berlin

ISBN 978-3-411-72575-5



PEFC zertifiziert  
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig  
bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten  
Quellen.

[www.pefc.de](http://www.pefc.de)

**1**

## Reelle Zahlen

- 1.1 Irrationale Zahlen  $\Rightarrow$  5
- 1.2 Potenzgesetze  $\Rightarrow$  8
- 1.3 Wurzeln und Wurzelterme  $\Rightarrow$  10
- Klassenarbeit  $\Rightarrow$  12

**2**

## Lineare Gleichungssysteme (LGS)

- 2.1 Lineare Gleichungen  $\Rightarrow$  13
- 2.2 LGS grafisch lösen  $\Rightarrow$  16
- 2.3 LGS rechnerisch lösen  $\Rightarrow$  19
- 2.4 LGS mit drei Variablen  $\Rightarrow$  22
- 2.5 Lineare Ungleichungssysteme  $\Rightarrow$  25
- Klassenarbeit 1-2  $\Rightarrow$  28

**3**

## Quadratische Funktionen

- 3.1 Die quadratische Funktion  $\Rightarrow$  31
- 3.2 Eigenschaften und Graphen quadratischer Funktionen  $\Rightarrow$  33
- 3.3 Wurzelfunktionen als Umkehrfunktionen  $\Rightarrow$  42
- Klassenarbeit 1-3  $\Rightarrow$  46

**4**

## Quadratische Gleichungen

- 4.1 Rein quadratische Gleichungen  $\Rightarrow$  52
- 4.2 Gemischt quadratische Gleichungen  $\Rightarrow$  54
- 4.3 Bruchgleichungen und Wurzelgleichungen  $\Rightarrow$  60
- 4.4 Quadratische Ungleichungen  $\Rightarrow$  64
- Klassenarbeit 1-3  $\Rightarrow$  67

**5**

## Strahlensätze und Ähnlichkeit

- 5.1 Streckenverhältnisse  $\Rightarrow$  72
- 5.2 Strahlensätze  $\Rightarrow$  74

# Inhalt

5.3 Zentrische Streckung ⇨ 79

5.4 Ähnlichkeit ⇨ 83

Klassenarbeit 1–3 ⇨ 86

6

## Satzgruppe des Pythagoras

6.1 Satz des Pythagoras ⇨ 91

6.2 Kathetensatz und Höhensatz ⇨ 95

6.3 Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck ⇨ 99

Klassenarbeit 1–3 ⇨ 101

7

## Berechnungen am Kreis

7.1 Umfang und Fläche ⇨ 105

7.2 Kreisbogen und Sektor ⇨ 109

Klassenarbeit 1–2 ⇨ 113

8

## Raumgeometrie

8.1 Prisma und Zylinder ⇨ 116

8.2 Pyramide und Kegel ⇨ 119

8.3 Kugel ⇨ 121

Klassenarbeit 1–2 ⇨ 125

9

## Bedingte Wahrscheinlichkeiten

9.1 Mehrstufige Zufallsexperimente –  
Baumdiagramme ⇨ 128

9.2 Vierfeldertafeln ⇨ 132

9.3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten ⇨ 136

Klassenarbeit 1–2 ⇨ 140

Lösungen ⇨ 143

Stichwortfinder ⇨ 176

## 1 Reelle Zahlen

### 1.1 Irrationale Zahlen

**Quadrieren** ist das Multiplizieren einer Zahl  $a$  mit sich selbst:  $a \cdot a = a^2$ .

Es gilt stets:  $a^2 \geq 0$ .

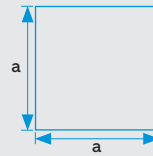
**Quadrieren funktioniert immer!**  
Du kannst zu jeder rationalen Zahl  $a$  eine rationale Zahl  $a^2$  finden.

$$5 \cdot 5 = 5^2 = 25$$

$$(-2) \cdot (-2) = (-2)^2 = 4$$

$$0 \cdot 0 = 0^2 = 0$$

Ein Quadrat mit der Seitenlänge  $a$  hat den Flächeninhalt  $A = a^2$ .



$$A = a \cdot a = a^2$$

Die **Quadratwurzel** (kurz: **Wurzel**) aus einer nicht negativen Zahl  $a$  ist diejenige nicht negative Zahl  $c$ , die quadriert die Ausgangszahl  $a$  ergibt:  $c^2 = a$ .

Die Wurzel ist als nicht negative Zahl definiert. Es ist also  $\sqrt{a^2} = a$ , nicht  $-a$ , obwohl  $(-a) \cdot (-a) = a^2$ .

**Merke:**  $\sqrt{0} = 0$ ; da  $0^2 = 0$

Für alle  $a \geq 0$  gilt:  $(\sqrt{a})^2 = a$ .

Der Ausdruck unter dem Wurzelzeichen heißt **Radikand**.

**Merke:** Da das Produkt zweier negativer Zahlen positiv ist, kann man aus negativen Zahlen keine Wurzel ziehen.

$$\sqrt{9} = 3; \text{ da } 3^2 = 9; a = 9; c = 3$$

$$\sqrt{1,44} = 1,2;$$

$$\text{da } 1,2^2 = 1,44; a = 1,44; c = 1,2$$

$\sqrt{25} = 5$ .  $-5$  ist keine Wurzel aus 25, auch wenn  $(-5) \cdot (-5) = 25$ .

$$(\sqrt{11})^2 = 11$$

$\sqrt{1,44}$ : Der Radikand ist die Zahl 1,44.

$$(-4) \cdot (-4) = 16 \text{ und } 4 \cdot 4 = 16$$

$\sqrt{-16}$  ist nicht definiert.

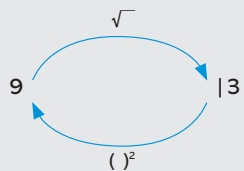
Ist  $a$  eine beliebige rationale Zahl, dann gilt:  $\sqrt{a^2} = |a|$ .

$$|3| = 3; |-3| = 3 \quad \sqrt{3^2} = |3| = 3$$

$$\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$$

**Quadrieren** und **Wurzelziehen** sind zueinander entgegengesetzte (inverse) Rechenoperationen.

Beim Wurzelziehen wird zu einer Zahl  $a$  die Zahl  $x$  bestimmt, die mit sich selbst multipliziert  $a$  ergibt.



$$\sqrt{4} = 2; \sqrt{0,5184} = 0,72$$

Du kennst bereits einfache quadratische Gleichungen der Form  $x^2 = a$ .

$$x^2 = 4; \text{ dann gilt: } x = 2 \text{ oder } x = -2;$$

$$x^2 = 9; \text{ dann gilt: } x = 3 \text{ oder } x = -3$$

### Wurzelziehen führt zu irrationalen Zahlen.

Es gibt viele Gleichungen der Form  $x^2 = a$ , die *keine rationale Zahl* als Lösung für  $x$  haben.

Die Lösung solcher Gleichungen lässt sich nicht als Bruch darstellen.

**Du erinnerst dich: Rationale Zahlen**

können entweder als

- abbrechende Dezimalzahlen oder als
- nicht abbrechende, periodische Dezimalzahlen dargestellt werden.

**Merke:** Jede rationale Zahl lässt sich als Bruch schreiben.

Irrationale Zahlen sind **nicht abbrechende** und **nicht periodische Dezimalzahlen**.

**Merke:** Irrationale Zahlen lassen sich nicht als Bruch darstellen. Durch Dezimalzahlen werden sie näherungsweise angegeben. Die Wurzel einer rationalen Zahl ist meistens eine **irrationale Zahl**.

Die rationalen Zahlen und die irrationalen Zahlen bilden zusammen die Menge  $\mathbb{R}$  der **reellen Zahlen**.

### Darstellung reeller Zahlen

Zwischen zwei beliebigen rationalen Zahlen liegen unendlich viele weitere rationale Zahlen.

Man sagt: **Die rationalen Zahlen liegen dicht**.

Auf der Zahlengeraden ist aber trotzdem für jede irrationale Zahl noch eine bestimmte Stelle frei.

**Merke:** Jede reelle Zahl lässt sich auf der Zahlengeraden darstellen.

$x^2 = 2$  hat keine rationale Zahl als Lösung.

**Beweis:**  $\sqrt{2}$  lässt sich nicht als Bruch darstellen, denn:

Angenommen, man könnte  $\sqrt{2}$  als vollständig gekürzten Bruch darstellen, dann gälte

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q} \text{ und damit } 2 = \frac{p^2}{q^2},$$

d. h.,  $\frac{p}{q} \cdot \frac{p}{q}$  müsste kürzbar sein und

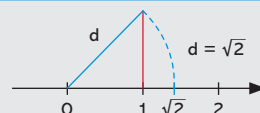
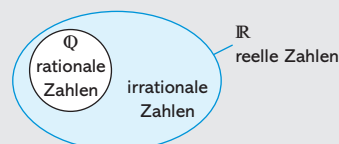
$\frac{p}{q}$  müsste ebenfalls kürzbar sein, was der

Annahme widerspricht, dass der Bruch bereits vollständig gekürzt ist.

Kreiszahl  $\pi = 3,1415926\dots$

Näherung der Kreiszahl  $\pi \rightarrow \pi \approx 3,142$

Näherung von  $\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{2} \approx 1,414214$   
 $\sqrt{2} = 1,414213562\dots$



Die Stelle von  $\sqrt{2}$  auf der Zahlengeraden findest du, indem du an der Stelle 1 eine senkrechte Strecke der Länge 1 errichst und deren Endpunkt mit dem Nullpunkt verbindest.

Diese Strecke  $d$  hat nach dem Satz des Pythagoras die Länge  $\sqrt{2}$ , denn nach dem Satz des Pythagoras ( $\nearrow$  Kap. 6) gilt:

$$1^2 + 1^2 = d^2, \text{ also } d = \sqrt{2}.$$

Trage die Strecke mit dem Zirkel auf der Zahlengeraden ab.