



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Kraftfahrzeugtechnik

Rechenbuch Kraftfahrzeugtechnik

Lehr- und Übungsbuch

10. Auflage

Bearbeitet von Gewerbelehrern und Ingenieuren (siehe Rückseite)
Lektorat: Rolf Gscheidle, Studiendirektor a. D., Winnenden

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr. 20329

Autoren:

Fischer, Richard	Studiendirektor a. D.	Polling
Gscheidle, Rolf	Studiendirektor a. D.	Winnenden
Gscheidle, Tobias	Dipl.-Gewerbelehrer, Studiendirektor	Sindelfingen-Filderstadt
Heider, Uwe	Kfz-Elektriker-Meister, Trainer Audi AG	Neckarsulm-Ellhofen
Hohmann, Berthold	Oberstudiendirektor	Eversberg
Keil, Wolfgang	Oberstudiendirektor a. D.	München
Lohuis, Rainer	Dipl.-Ingenieur, Oberstudienrat	Hückelhöfen
Renz, David	M.Sc., Studiendirektor	Gomaringen – Stuttgart
Schlögl, Bernd	Dipl.-Gwl. Studiendirektor	Rastatt-Gaggenau
Spring, Andreas, Dr.	Dipl.-Ingenieur, Oberstudienrat	Starnberg – München

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Rolf Gscheidle, Studiendirektor a. D., Winnenden

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

VORWORT

Das Rechenbuch Kraftfahrzeugtechnik wurde in der 10. Auflage umfassend überarbeitet und durch neue Inhalte ergänzt. Zielgruppen sind auszubildende Kraftfahrzeugmechatroniker/-innen, KFZ-Techniker/-innen und Meister/-innen im Kraftfahrzeugtechnik-Handwerk. Bei diesem Lehr- und Übungsbuch wurden die Erklärungen und Aufgabenstellungen berufsbezogen ausgewählt und an die Erfordernisse der Technik angepasst.

In allen Kapiteln wird der Stoff methodisch entwickelt und mit Beispielen, mehrfarbigen Bildern und grafischen Darstellungen veranschaulicht. Die Übungsaufgaben wurden in dieser 10. Auflage aktualisiert und farblich gekennzeichnet. Grün für leicht, grau für mittlere und rot für schwierige Aufgaben. Sie geben dem Schüler/der Schülerin Gelegenheit, das Erlernte an praktischen berufsbezogenen Fällen anzuwenden und zu vertiefen.

Um selbstständiges Lernen und Üben zu fördern, sind zur Kontrolle der Aufgaben nach jedem Aufgabenblock die Lösungen angegeben.

Das Buch ist in 5 Abschnitte gegliedert:

- **Allgemeines Rechnen.**
- **Technisches Rechnen.** Dieser Abschnitt ist durch aktuelle berufsbezogene Aufgaben ergänzt.
- **Kraftfahrzeugtechnisches Rechnen.** Die Aufgaben wurden aktualisiert. Zusammengesetzte Flächen, Kanten und Bördeln wurden neu aufgenommen.
- **Kostenrechnen.** Die Werte wurden aktualisiert.
- **Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung.** Die Aufgabensätze zu gemischten Aufgaben und berufsbezogenen Projektaufgaben wurden aktualisiert.

Größengleichungen nach DIN 1313. Diese Formeln sind im erklärenden Text grün unterlegt.

Zahlenwertgleichungen nach DIN 1313 sind blau unterlegt.

Einheitengleichungen sind grau unterlegt.

Merksätze oder Rechenregeln, die besonders wichtig sind, sind grün unterlegt.

Das Buch bildet zusammen mit den weiteren Büchern der Fachbuchreihe Kraftfahrzeugtechnik eine Einheit, da alle Werke inhaltlich aufeinander abgestimmt sind.

Im Sommer 2023

Die Autoren des Arbeitskreises Kraftfahrzeugtechnik

10. Auflage 2023

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-2220-8

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2023 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfoto: Volkswagen AG, Wolfsburg

Druck: Nikolaus Bastian Druck und Verlag GmbH, 54343 Föhren

1 ALLGEMEINES RECHNEN

1.1	Mathematische und physikalische Begriffe	5
1.2	Zahlen und Zahlensysteme	6
1.3	Rechnen mit Zahlengrößen	7
1.4	Umrechnen von Dezimal-, Dual- und Hexadezimalzahlen	8
1.5	Bruchrechnen	11
1.6	Dreisatzrechnen	14
1.7	Prozentrechnen	15
1.8	Zinsrechnen	17
1.9	Rechnen mit dem Taschenrechner	18
1.10	Zeitberechnungen	21
1.11	Winkelberechnungen	22
1.12	Rechnen mit Buchstabengrößen	23
1.12.1	Grundrechenarten	23
1.13	Rechnen mit Potenzen	28
1.14	Rechnen mit Wurzeln	29
1.15	Gleichungen	30
1.16	Verhältnisgleichungen, Mischungsrechnen	33
1.17	Grafische Darstellungen	34
1.18	Rechnen mit Winkelfunktionen	37

2 TECHNISCHES RECHNEN

2.1	Längenberechnung	43
2.1.1	Längeneinheiten	43
2.1.2	Maßstäbe	44
2.1.3	Längenteilungen	45
2.1.4	Rollen- und Hülsenketten	46
2.1.5	Lehrsatz des Pythagoras	47
2.1.6	Umfang	48
2.1.7	Gestreckte Länge	49
2.1.8	Zusammengesetzte Längen	50
2.1.9	Kanten von Blechen	50
2.1.10	Bördeln von Blechrändern	51
2.2	Flächenberechnungen	52
2.2.1	Flächeneinheiten	52
2.2.2	Flächenarten	53
2.3	Volumenberechnungen	56
2.3.1	Volumeneinheiten	56
2.3.2	Gleichdicke Körper	57
2.3.3	Spitze Körper	58
2.3.4	Abgestumpfte Körper	59
2.3.5	Kugel	60
2.4	Masse und Dichte	61
2.5	Kraft, Gewichtskraft	63
2.6	Darstellung von Kräften	65
2.6.1	Zusammensetzen von Kräften	65
2.6.2	Zerlegen einer Kraft in Teilkräfte	67
2.7	Fliehkraft (Zentrifugalkraft)	69
2.8	Geschwindigkeit, Beschleunigung	70
2.8.1	Gleichförmige Geschwindigkeit, Durchschnittsgeschwindigkeit	70
2.8.2	Umfangsgeschwindigkeit	74
2.8.3	Schnittgeschwindigkeit	75
2.8.4	Beschleunigung, Verzögerung	76
2.8.5	Überholen	80
2.9	Mechanische Arbeit, Energie	83
2.9.1	Mechanische Arbeit	83
2.9.2	Mechanische Energie	84

2.10	Mechanische Leistung	86
2.11	Wirkungsgrad	89
2.12	Drehmoment, Hebel	91
2.13	Achskräfte, Auflagerkräfte	94
2.14	Rollen, Flaschenzüge	97
2.15	Reibung	98
2.16	Festigkeit	100
2.16.1	Zugfestigkeit	100
2.16.2	Druckfestigkeit	101
2.16.3	Scherfestigkeit	102
2.16.4	Flächenpressung	103
2.17	Hydraulik – Pneumatik	104
2.17.1	Druck	104
2.17.2	Hydrostatischer Druck	105
2.17.3	Auftrieb in Flüssigkeiten	105
2.17.4	Hydraulische Kraftübertragung	106
2.17.5	Strömung bei Querschnittsänderung ..	107
2.17.6	Druck und Volumen von Gasen	108
2.17.7	Druck, Volumen und Temperatur von Gasen	109
2.18	Wärmetechnik	110
2.18.1	Temperatur und Wärme	110
2.18.2	Zustandsänderungen	111
2.18.3	Wärmeausdehnung	112
2.19	Riementrieb	114
2.19.1	Einfache Übersetzung (Einfacher Riementrieb)	114
2.19.2	Doppelte, mehrfache Übersetzung (Doppelter Riementrieb)	115
2.20	Zahnradtrieb	117
2.20.1	Einfache Übersetzung (Einfacher Zahnradtrieb)	117
2.20.2	Schneckenrieb	117
2.20.3	Doppelte, mehrfache Übersetzung (Doppelter Zahnradtrieb)	118
2.20.4	Zahnradabmessungen, Achsabstand ..	120
2.21	Grenzmaße und Passungen	121

3 KRAFTFAHRZEUGTECHNISCHES RECHNEN

3.1	Berechnungen am Motor	123
3.1.1	Hubraum	123
3.1.2	Verbrennungsraum, Verdichtungsverhältnis, Verdichtungsraum	124
3.1.3	Verdichtungsänderung	125
3.1.4	Hubverhältnis (Hub-Bohrungs-Verhältnis)	127
3.1.5	Motorsteuerung	128
3.1.6	Kolbengeschwindigkeit	130
3.1.7	Gasgeschwindigkeit	131
3.1.8	Pleuelstangenverhältnis	132
3.1.9	Gasdruck und Kolbenkraft	133
3.1.10	Kräfte am Kurbeltrieb	134
3.1.11	Motorarbeit	135
3.1.12	Motorleistung	136
3.1.13	Motorprüfstand	140
3.1.14	Vergleichsleistung (Reduzierte Leistung)	141
3.1.15	Spezifischer Kraftstoffverbrauch, Kraftstoffverbrauch	142
3.1.16	Effektiver Wirkungsgrad (Nutzwirkungsgrad)	143

3.1.17	Rollenleistungsprüfstand	144
3.1.18	Kraftstoff-Einspritzmenge pro Arbeitstakt	145
3.1.19	Spezifischer Schmierölverbrauch, Schmierölverbrauch	145
3.1.20	Schmieröldurchsatz (Fördermenge der Ölpumpe)	145
3.1.21	Kenngrößen von Verbrennungsmotoren	
	Hubraumleistung	147
3.1.22	Kraftstoffverbrauch	149
3.1.23	Luftverhältnis, Luftverbrauch	151
3.1.24	Angesaugte Luftmenge, Liefergrad (Füllungsgrad)	152
3.1.25	Schmierölverbrauch (Streckenverbrauch)	153
3.1.26	Wärmeverbrauch und Kühlung des Motors	154
3.2	Berechnungen am Triebwerk	157
3.2.1	Kupplung (Reibungskupplung)	157
3.2.2	Wechselgetriebe	162
3.2.3	Drehmomentverteilung, Ausgleichsgetriebe, Ausgleichssperre	166
3.2.4	Gesamttriebwerk	167
3.2.5	Äußere Fahrwiderstände	172
3.3	Berechnungen am Fahrwerk	178
3.3.1	Lenkung	178
3.3.2	Bremsen	183
3.4	Elektrotechnik – Kraftfahrzeugelektrik	192
3.4.1	Ohmsches Gesetz	192
3.4.2	Leiterwiderstand	193
3.4.3	Stromdichte	194
3.4.4	Widerstand und Temperatur	195
3.4.5	Spannungsabfall in Leitungen	196
3.4.6	Reihenschaltung von Widerständen	197
3.4.7	Parallelschaltung von Widerständen	198
3.4.8	Gemischte Schaltungen von Widerständen	199
3.4.9	Spannungsteiler	201
3.4.10	Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad	203
3.4.11	Umwandlung von elektrischer Energie in Wärmeenergie	206
3.4.12	Wechselspannung und Wechselstrom	207
3.4.13	Periodendauer, Frequenz, Wellenlänge	208
3.4.14	Kondensator	209
3.4.15	Schaltungen von Kondensatoren	210
3.4.16	Kapazitiver Blindwiderstand	211
3.4.17	Induktivität	212
3.4.18	Induktiver Scheinwiderstand	213
3.4.19	Zeigerdiagramme, Wirkleistung, Scheinleistung, Scheinwiderstand	214
3.4.20	RC- und RL-Siebschaltungen	215
3.4.21	Dämpfung und Verstärkung	216
3.4.22	Diode	217
3.4.23	Spannungsstabilisierung mit Zenerdioden (Z-Dioden)	218
3.4.24	Transistor als Verstärker	219
3.4.25	Drehstrom	221
3.4.26	Transformatoren	222
3.4.27	Starterbatterien	223
3.4.28	Leitungsberechnung	225
3.4.29	Zündanlage	227

4 KOSTENRECHNEN

4.1	Lohn- und Gehaltsabrechnung	229
4.2	Kosten- und Leistungsrechnung (Kalkulation)	231
4.2.1	Kostenarten	232
4.2.2	Lohnberechnungen	235
4.3	Kostenrechnung in der Kfz-Werkstatt	237
4.3.1	Zuschlagkalkulation	237
4.3.2	Vereinfachte Kalkulation	237
4.3.3	Rechnungserstellung	239
4.4	Abschreibung	242
4.4.1	Lineare Abschreibung (Bild 1)	242
4.4.2	Leistungsbezogene Abschreibung	243
4.5	Fahrzeugkosten, Kilometerkosten (km-Kosten)	244
4.6	Maschinenkosten	246

5 PRÜFUNGSAUFGABEN – PROJEKTORIENTIERT

5.1	Gemischte Aufgaben	248
5.1.1	Prozentrechnen, Dreisatzrechnen, Mischungsrechnen	248
5.1.2	Volumen, Dichte, Masse	249
5.1.3	Wärmetechnik, Energieverbrauch	249
5.1.4	Motor	250
5.1.5	Kraftübertragung	252
5.1.6	Fahrwerk-Bremsen	254
5.1.7	Elektrotechnik	256
5.1.8	Kostenrechnen	258
5.2	Projektaufgaben	260
5.2.1	Fahrzeug 1	260
5.2.2	Fahrzeug 2	261
5.2.3	Fahrzeug 3	262
5.2.4	Fahrzeug 4 (Porsche 911 GT3)	264
5.2.5	Fahrzeug 5 (Porsche 911 turbo S)	265
5.2.6	Fahrzeug 6 (BMW 330d touring)	266
5.2.7	Fahrzeug 7 (Mercedes-Benz GL 420 CDI 4Matic)	267
5.2.8	Fahrzeug 8 (Hyundai Santa Fe 2,7 V6 GLS)	269

Sachwortverzeichnis	270
----------------------------	-----

FIRMEN- UND BILDQUELLENVERZEICHNIS

Die nachfolgend genannten Firmen haben die Autoren mit Informationen und Bildmaterial unterstützt. Wir danken Ihnen recht herzlich dafür.

Audi AG, Ingolstadt – Neckarsulm: Seite 251/1

BMW AG, München: Seite 115/1

Robert Bosch GmbH, Stuttgart: Seite 35/2

Adobe Systems Software, Ireland Ltd.,

Adobe Stock, Dublin, Irland:

Seite 84/1 © konradbak; Seite 84/3 © scusi

Mercedes-Benz Group, Stuttgart: Seiten 62/6; 89 oben; 98/1-3

Volkswagen AG, Wolfsburg:

Seiten 89 oben; 90/3; 181/1; 251/2

ZF Zahnradfabrik Friedrichshafen,

Schwäbisch Gmünd: Seiten 166/2; 180/1,2; 182/1

Bilder ohne Quellenangabe sind von den Autoren oder dem Zeichenbüro erstellt.

1 ALLGEMEINES RECHNEN

1.1 MATHEMATISCHE UND PHYSIKALISCHE BEGRIFFE

GRÖSSEN, EINHEITEN, FORMELZEICHEN

Physikalische Größen

Dies sind messbare Eigenschaften von Zuständen und Vorgängen. Eine physikalische Größe ist immer das Produkt aus einem Zahlenwert und einer Einheit.

Basisgrößen

Basisgrößen sind physikalische Grundgrößen, von denen andere physikalische Größen abgeleitet werden.

Basiseinheiten

Basiseinheiten sind internationale Einheiten im Messwesen (SI-Einheiten).

Abgeleitete Größen und deren Einheiten

Sie setzen sich aus Basisgrößen und Basiseinheiten zusammen.

Formelzeichen

Formelzeichen ersetzen Wörter für physikalische Größen und dienen zum Rechnen mit Formeln.

Koeffizienten

Dies sind Größen, die den Einfluss einer Stoffeigenschaft auf einen physikalischen Vorgang kennzeichnen.

Konstanten

Konstanten sind Zahlenwerte in der Physik oder Mathematik, die bei Berechnungen gleich bleiben.

Länge, Druck, Temperatur, ...

$$l = 5 \text{ m}$$

Zahlenwert Einheit

Länge, Masse, Zeit, elektrische Stromstärke, Temperatur, Stoffmenge, Lichtstärke

Meter, Kilogramm, Sekunde, Ampere, Kelvin, Mol, Candela

Kraft = Masse · Beschleunigung

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

F für Kraft

m für Masse

a für Beschleunigung

$c = 4,16 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$
(spez. Wärmekapazität von Wasser)

$\pi = 3,14159265$ (Kreiszahl Pi)

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (Erdbeschleunigung)

GLEICHUNGEN

Formeln

Formeln sind physikalische oder technische Gleichungen, die in Form von Formelzeichen angegeben werden.

Gleichungen

Sie beschreiben die Abhängigkeit von mathematischen oder physikalischen Größen.

Einheitengleichungen

Sie stellen die Beziehungen zwischen Einheiten dar.

Größengleichungen

Größengleichungen stellen Beziehungen zwischen physikalischen oder technischen Größen dar. Sie sind unabhängig von der gewählten Einheit.

Im vorliegenden Buch sind die Größengleichungen grün hinterlegt.

Zahlenwertgleichungen

Bei diesen Gleichungen sind die Zahlenwerte an die vorgegebenen Einheiten gebunden. Das Ergebnis erhält die gewünschte Einheit nur dann, wenn alle Zahlenwerte in den jeweils vorgeschriebenen Einheiten eingesetzt werden. Im vorliegenden Buch sind die Zahlenwertgleichungen blau hinterlegt.

$$F = m \cdot a$$

$$25 - 8 = 12 + 5$$

$$\text{Drehmoment} = \text{Kraft} \cdot \text{Hebelarm}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$P = \frac{M \cdot n}{9550}$$

P in kW

M in Nm

n in 1/min

1.2 ZAHLEN UND ZAHLENSYSTEME

ZAHLEN

Natürliche Zahlen

Alle geraden und ungeraden Zahlen.

Primzahlen

Sie sind nur durch 1 oder sich selbst ohne Rest teilbare natürliche Zahlen.

Ganze Zahlen

Alle positiven oder negativen natürlichen Zahlen einschließlich der Null.

Irrationale Zahlen

Alle nichtperiodischen Dezimalzahlen mit unendlich vielen Stellen.

Gerade Zahlen, z. B. 2, 4, 6, 8, 10, ...
Ungerade Zahlen, z. B. 1, 3, 5, 7, 9, ...

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...

Positive ganze Zahlen, z. B. +1, +2, ...
Negative ganze Zahlen, z. B. -1, -2, ...

$\sqrt{2} = 1,4142\dots$ $\sqrt[3]{4} = 1,5874\dots$
 $\pi = 3,1415927\dots$

ZAHLENSYSTEME

Dezimalsystem

Das Dezimalsystem oder Zehnersystem verwendet zehn Ziffern zur Darstellung von Zahlen.

Dezimalzahlen/Dezimalbrüche

Dezimalzahlen mit Komma können auch als Dezimalbrüche geschrieben werden.

Dualsystem

Beim Dualsystem, auch Binärsystem genannt, ist die Basis 2. Es werden nur zwei Ziffern (0 und 1) zur Darstellung von Zahlen benutzt.

Hexadezimalsystem

Beim Hexadezimalsystem werden zur Darstellung von Zahlen 16 Zeichen verwendet.

Ziffern 0 ... 9 und Buchstaben A ... F

Ziffern des Dezimalsystems:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

0,1 = 1/10; 7,05 = 705/100;
18,003 = 18 003/1000

Dezimal 1; 2; 3; ...	Dual 1; 10; 11; ...
Beispiel: $10 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 1010$	

Dezimal 0 ... 9 10 11 ... 15	Hexadezimal 0 ... 9 A B ... F
---------------------------------------	--

VORSÄTZE FÜR ZEHNERPOTENZEN

Vorsatz	Vorsatzzeichen	Faktor	Ausgeschriebene Zahl	Beispiel
Mikro	μ	10^{-6}	0,000001	$4,7 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 4,7 \mu\text{F} = 0,0000047 \text{ F}$
Milli	m	10^{-3}	0,001	$2,8 \cdot 10^{-3} \text{ bar} = 2,8 \text{ mbar} = 0,0028 \text{ bar}$
Zenti	c	10^{-2}	0,01	$4,8 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 4,8 \text{ cm} = 0,048 \text{ m}$
Dezi	d	10^{-1}	0,1	$1,45 \cdot 10^{-1} \text{ m} = 1,45 \text{ dm} = 0,145 \text{ m}$
Deka	da	10^1	10	$2,4 \cdot 10^1 \text{ N} = 2,4 \text{ daN} = 24 \text{ N}$
Hekto	h	10^2	100	$0,8 \cdot 10^2 \text{ l} = 0,8 \text{ hl} = 80 \text{ l}$
Kilo	k	10^3	1000	$4,4 \cdot 10^3 \text{ g} = 4,4 \text{ kg} = 4400 \text{ g}$
Mega	M	10^6	1000000	$3,3 \cdot 10^6 \text{ W} = 3,3 \text{ MW} = 3300000 \text{ W}$

Aufgaben

- Wandeln Sie nachfolgende Dezimalzahlen in Dezimalbrüche um.
a) 0,25 b) 0,003 c) 4,27 d) 3,0204 e) 113,4 f) 0,876 g) 0,125 h) 0,0000115
- Wandeln Sie in Zehner-Potenzschreibweise um.
a) $532 = ?$ b) $0,4 = ?$ c) $95 = ?$ d) $9930000 = ?$ e) $0,006 = ?$
- Wandeln Sie in Dezimalschreibweise um.
a) $3,2 \cdot 10^7 = ?$ b) $6 \cdot 10^{-3} = ?$ c) $2,93 \cdot 10^4 = ?$ d) $4,2 \cdot 10^{-6} = ?$ e) $5,62 \cdot 10^3 = ?$

1.3 RECHNEN MIT ZAHLENGRÖSSEN

■ ADDIEREN (ZUSAMMENZÄHLEN)

Die Reihenfolge der Summanden ist beliebig. Es dürfen nur Größen mit gleicher Einheit addiert werden.

$$5 + 7 = 7 + 5 = 12$$

$$6,83 \text{ m} + 6,5 \text{ m} + 1,22 \text{ m} = 14,55 \text{ m}$$

■ SUBTRAHIEREN (ABZIEHEN)

Die Subtrahenden werden in beliebiger Reihenfolge vom Ausgangswert abgezogen.

Es dürfen nur Größen mit gleicher Einheit subtrahiert werden.

$$20 - 3 - 7 - 5 = 20 - 7 - 5 - 3 = 5$$

└─ Subtrahend
└─ Ausgangswert

$$13 \text{ m} - 0,2 \text{ m} = 12,8 \text{ m}$$

■ MULTIPLIZIEREN (MALNEHMEN)

Die Reihenfolge der Faktoren ist beliebig. Hat in einer Multiplikation ein Faktor den Wert 0, so ist das Produkt auch 0.

$$5 \cdot 6 \cdot 4 = 6 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$13 \cdot 0 = 0$$

$$28 \cdot 0 \cdot 4 = 0$$

■ DIVIDIEREN (TEILEN)

Durch 0 darf nicht geteilt werden, da Divisionen durch Null nicht definiert sind.

$$\frac{83}{0} \rightarrow \text{Error}$$

■ GEMISCHTE PUNKT- UND STRICHRECHNUNG

Punktrechnungen ($\cdot$ und $:$) sind vor Strichrechnungen ($+$ und $-$) durchzuführen.

1. Punktrechnung 2. Strichrechnung

$$9 \cdot 3 + 6 \cdot 5 - 4 \cdot 2 = ?$$

$$9 \cdot 3 = 27 + 6 \cdot 5 = 30 - 4 \cdot 2 = 8$$

$$27 + 30 - 8 = 49$$

■ KLAMMERRECHNUNG

Die in einer Klammer stehenden Werte werden zuerst ausgerechnet.

$$12(8 + 22) - 4(6 + 3) = ?$$

$$12 \cdot 30 - 4 \cdot 9 = 324$$

■ RUNDEN VON ZAHLEN

Ergibt eine Rechnung nach dem Komma mehr Stellen, als es die Genauigkeit verlangt, so wird auf eine bestimmte Stellenzahl auf- oder abgerundet.

Rechnungsbeträge werden auf zwei Stellen hinter dem Komma angegeben.

■ ABRUNDEN

Ist die Ziffer nach der letzten Stelle – die noch angegeben werden soll – eine 0, 1, 2, 3, 4, so bleibt die noch anzugebende Stelle unverändert.

Die Zahlen 9,652 und 8,7849 sollen auf die zweite Stelle hinter dem Komma gerundet werden.

$$9,652 = 9,65; \quad 8,7849 = 8,78$$

■ AUFRUNDEN

Ist die Ziffer nach der letzten Stelle – die noch angegeben werden soll – eine 5, 6, 7, 8, 9, so wird die letzte noch anzugebende Ziffer um 1 erhöht.

Die Zahlen 6,28 und 13,4732 sollen auf eine Stelle nach dem Komma gerundet werden.

$$6,28 = 6,3; \quad 13,4732 = 13,5$$

Aufgaben

- | | | | |
|---|---|--|-------------------------------------|
| 1 | a) $15 \cdot 2 + 7 \cdot 3 - 12 = ?$ | b) $0,785 \cdot 36 + 0,785 \cdot 16 = ?$ | c) $127 : 25,4 + 157 : 3,14 = ?$ |
| 2 | a) $(7 + 6) \cdot (5 - 3) = ?$ | b) $(12 - 3) \cdot (8 + 12)$ | c) $81 \cdot 0,85 - 25 \cdot 0,785$ |
| 3 | a) $(6,3 + 3,7) \cdot 3 : 5 = ?$ | b) $(26,4 - 4,6) : 0,5 - 2 \cdot 4,4 = ?$ | c) $169 : 13 - 8 \cdot 0,5 = ?$ |
| 4 | a) $(27 + 3) - 3 \cdot (2,4 + 1,6) = ?$ | b) $(6 + 2) \cdot (6 - 2) = ?$ | c) $(6 + 2) - (6 + 2) = ?$ |
| 5 | a) $5 \text{ cm} + 3 \text{ m} + 5 \text{ mm} + 5 \text{ dm} = ? \text{ m}$ | b) $2 \text{ cm} \cdot 3 \text{ dm} = ? \text{ cm}^2$ | |
| | c) $4 \text{ cm} \cdot 2 \text{ m} = ? \text{ dm}^2$ | d) $4 \text{ mm} \cdot 5 \text{ cm} \cdot 7 \text{ dm} = ? \text{ cm}^3$ | |
| 6 | Runden Sie auf die zweite Stelle hinter dem Komma auf oder ab. | | |
| | a) 100,3789 | b) 5,3548 | c) 30,795835 |
| | | | d) 72,10457 |
| | | | e) 0,395439 |

Lösungen

1a) 39; 1b) 40,82; 1c) 55 | 2a) 26; 2b) 180; 2c) 49,225 | 3a) 6; 3b) 34,8; 3c) 9 | 4a) 18; 4b) 32; 4c) 0 | 5a) 3,555 m; 5b) 60 cm²; 5c) 8 dm²; 5d) 140 cm³ | 6a) 100,38; 6b) 5,35; 6c) 30,80; 6d) 72,10; 6e) 0,40

1.4 UMRECHNEN VON DEZIMAL-, DUAL- UND HEXADEZIMALZAHLEN

■ DEZIMALZAHLEN (Z_{10})

Bei Dezimalzahlen werden in jeder Stelle die Ziffern 0 bis 9 verwendet. Daraus ergibt sich die Basis (B) = 10. Alle Zahlen können deshalb als Multiplikatoren der Zehnerpotenzen geschrieben werden. Die Zahl 234 setzt sich aus den folgenden Zehnerpotenzen zusammen:

$$2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 = 234$$

■ DUAL-(BINÄR)ZAHLEN ($\mathbb{Z}_2$)

Die Rechengvorgänge in der elektronischen Datenverarbeitung (EDV) lassen nur die Verwendung der Ziffern 0 für den Zustand AUS und 1 für den Zustand EIN zu. Deshalb werden hier die Dualzahlen verwendet.

Bei Dualzahlen werden in jeder Stelle die Ziffern 0 und 1 verwendet. Somit ergibt sich die Basis (B) = 2. Bei der Darstellung einer Dualzahl werden nur die Multiplikatoren angegeben.

UMWANDLUNG VON DEZIMALZAHLEN IN DUALZAHLEN

Die Dezimalzahl wird durch die höchstmögliche Zweierpotenz dividiert. Der verbleibende Rest wird wiederum durch die höchstmögliche Zweierpotenz dividiert, usw.

Beispiel

Die Dezimalzahl **14** ist in eine Dualzahl umzuwandeln. Die rechts dargestellte Tabelle zeigt den Rechenvorgang.

UMWANDLUNG VON DUALZAHLEN IN DEZIMALZAHLEN

Die Zweierpotenz der entsprechenden Stelle wird mit dem Multiplikator 0 oder 1 multipliziert. Die errechneten Werte der Stellen werden danach addiert.

Beispiel

Die Dualzahl **01110100** ist in eine Dezimalzahl umzuwandeln. Die rechts dargestellte Tabelle zeigt den Rechengvorgang.

Dezimalzahl mit dem Wert 234

Stelle	3	2	1
Potenz	$10^2 = 100$	$10^1 = 10$	$10^0 = 1$
Multiplikator	2	3	4
234 =	$2 \cdot 10^2$	+ $3 \cdot 10^1$	+ $4 \cdot 10^0$

Dualzahl mit dem Wert 234

Stelle	8	7	6	5	4	3	2	1
Potenz	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	= 128	= 64	= 32	= 16	= 8	= 4	= 2	= 1
Multiplikator	1	1	1	0	1	0	1	0
234 =	1 · 128	+ 1 · 64	+ 1 · 32	+ 0 · 16	+ 1 · 8	+ 0 · 4	+ 1 · 2	+ 0 · 1

Umwandlung einer Dezimalzahl in eine Dualzahl

Stelle	4	3	2	1
Potenz	2^3	2^2	2^1	2^0
$14 : 2^3 = 14 : 8 = 1$ (Rest 6)	1			
$6 : 2^2 = 6 : 4 = 1$ (Rest 2)		1		
$2 : 2^1 = 2 : 2 = 1$ (Rest 0)			1	
$0 : 2^0 = 0 : 1 = 0$				0
Ergebnis $z_2 =$	1	1	1	0

Dezimalwert der Dualzahl $z_7 = 01110100$

Stelle	8	7	6	5	4	3	2	1
Potenz	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	= 128	= 64	= 32	= 16	= 8	= 4	= 2	= 1
Multiplikator	0	1	1	1	0	1	0	0
$z_{10} =$	0 · 128	+ 1 · 64	+ 1 · 32	+ 1 · 16	+ 0 · 8	+ 1 · 4	+ 0 · 2	+ 0 · 1
$z_{10} =$	0 + 64 + 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 0							
$z_{10} =$	116							

HEXADEZIMALZAHLEN (Z_{16})

Sie werden wie die Dualzahlen in der EDV angewendet. Sie dienen dazu, die Lesbarkeit und Übersicht der oft sehr langen Dualzahlen zu verbessern. Dabei wandeln die zur Programmierung und Diagnose verwendeten Softwareprogramme die Dualzahlen für die Anzeige in Hexadezimalzahlen um. Sie werden dann auf dem Computerbildschirm oder Diagnosetester angezeigt (**Bild 1**).

Bei diesem Zahlensystem werden neben den Ziffern 0 bis 9 zusätzlich die Buchstaben A bis F verwendet. Das bedeutet, der Multiplikator an einer Stelle kann den Wert von 0 bis 15 haben. Somit ist die Basis (B) = 16. Die Multiplikatoren werden an die entsprechende Stelle geschrieben.

Im Allgemeinen werden Hexadezimalzahlen zur besseren Unterscheidung von Dezimalzahlen mit den Buchstaben h, x, H oder hx vor oder nach der Zahl gekennzeichnet.

Mögliche Schreibweisen:

H0EA; h0EA; x0EA; hx0EA; 0EAH, 0EAh; 0EAX; 0EAhx

Time	Chn	ID	Name	Dir	DLC	Data
1.29729...	*	12c	EngSpeedContr	Tx	1	00
0.10278...	1	64	EngineData	Tx	4	ec dl 47 00
			IdleRunning	Running	[	0]
			EngTemp	92 degC	[	47]
			EngSpeed	5374 rpm	[	diec]

43.504613688 Msg 64 EngineData	
Data ec dl 47 00	
IdleRunning	Running [0]
EngTemp	92 degC [47]

Wert der Ziffern hexadezimaler Zahlen

Ziffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
Wert	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Hexadezimalzahl mit dem Wert 234

Stelle	3	2	1
Potenz	$16^2 = 256$	$16^1 = 16$	$16^0 = 1$
234 =	$0 \cdot 256$	$+ 14 \cdot 16$	$+ 10 \cdot 1$
Multiplikator	0	14 = E	10 = A

UMWANDLUNG VON DEZIMALZAHLEN IN HEXADEZIMALZAHLEN

Die Dezimalzahl wird durch die höchstmögliche Potenz der Basis $B = 16$ dividiert. Der verbleibende Rest wird wiederum durch die höchstmögliche Potenz der Basis $B = 16$ dividiert, usw.

Beispiel

Die Dezimalzahl **51966** ist in eine Hexadezimalzahl umzuwandeln.

Mögliche Schreibweisen:

HCAFE; hCAFE; xCAFE; hxCAFE; CAFEH; CAFEh; CAFEx; CAFEhx

UMWANDLUNG VON HEXADEZIMALZAHLEN IN DEZIMALZAHLEN

Die 16er-Potenz der entsprechenden Stelle wird mit dem Multiplikator 0 bis 15 multipliziert. Die errechneten Werte der Stellen werden danach addiert.

Beispiel

Die Hexadezimalzahl **5AC** ist in eine Dezimalzahl (z_{10}) umzuwandeln.

Umwandlung der Dezimalzahl $z_{10} = 51966$ in eine Hexadezimalzahl

16er Potenzen	16^3	16^2	16^1	16^0
$51966 : 16^3 = 12$				
= C (Rest 2814)	C			
$2814 : 16^2 = 10$				
= A (Rest 254)		A		
$254 : 16^1 = 15$				
= F (Rest 14)			F	
$14 : 16^0 = 14$				
= E (Rest 0)				E
Ergebnis $z_{16} =$	C	A	F	E

Dezimalwert der Hexadezimalzahl 5AC

Stelle	3	2	1
Potenz	$16^2 = 256$	$16^1 = 16$	$16^0 = 1$
Multiplikator	5	A = 10	C = 12
$z_{10} =$	$5 \cdot 16^2$	$10 \cdot 16^1$	$12 \cdot 16^0$
$z_{10} =$	1280	+ 160	+ 12
$z_{10} =$	1452		

■ UMWANDLUNG VON DUALZAHLEN IN HEXADEZIMALZAHLEN

Die Umwandlung wird durch die Einteilung der Dualzahlen in Tetraden/Nipples wesentlich vereinfacht. Bei Tetraden werden vier Stellen der Dualzahlen von rechts beginnend zusammengesetzt.

Danach wird der Wert jeder Tetrade in eine Stelle der Hexadezimalzahl umgewandelt. Das bedeutet, dass sich eine Stelle einer Hexadezimalzahl aus vier Stellen einer Dualzahl zusammensetzt.

Beispiel

Die Dualzahl **11010011** ist in eine Hexadezimalzahl umzuwandeln.

Umwandlung der Dualzahl $z_2 = 11010011$ in eine Hexadezimalzahl

$$\begin{array}{rcl}
 z_2 = & & 1101 \quad 0011 \\
 & \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow \\
 & 1101 & 0011 \\
 & \text{Tetrade 1} & \text{Tetrade 2} \\
 \text{Wert:} & & \\
 & 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 & 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\
 & = 13 = D & = 3 \\
 \text{Ergebnis:} & & \\
 z_{16} = & D & 3
 \end{array}$$

■ UMWANDLUNG VON HEXADEZIMALZAHLEN IN DUALZAHLEN

Jede Stelle der Hexadezimalzahl wird in vier Stellen (Tetraden) der Dualzahl umgewandelt und in der gleichen Reihenfolge geschrieben.

Beispiel

Die Hexadezimalzahl **CD** ist in eine Dualzahl umzuwandeln. C entspricht dem Multiplikator 12 und D dem Multiplikator 13.

Umwandlung der Hexadezimalzahl $z_{16} = CD$ in eine Dualzahl

$$\begin{array}{rcl}
 z_{16} = & C = 12 & D = 13 \\
 & 12 : 2^3 = 1 \text{ (Rest 4)} & 13 : 2^3 = 1 \text{ (Rest 5)} \\
 & 4 : 2^2 = 1 \text{ (Rest 0)} & 5 : 2^2 = 1 \text{ (Rest 1)} \\
 & 0 : 2^1 = 0 & 1 : 2^1 = 0 \text{ (Rest 1)} \\
 & 0 : 2^0 = 0 & 1 : 2^0 = 1 \text{ (Rest 0)} \\
 \text{Tetrade} & 1100 & 1101 \\
 \text{Ergebnis: } z_{16} = & 1100 & 1101
 \end{array}$$

Aufgaben

- Die Dezimalzahlen sind in Dualzahlen sowie Hexadezimalzahlen umzuwandeln.
a) 24 b) 48 c) 255 d) 45054
- Die Dualzahlen sind in Dezimalzahlen sowie Hexadezimalzahlen umzuwandeln.
a) 100 b) 1010 c) 11101 d) 11010111
- Die Hexadezimalzahlen sind in Dezimalzahlen und Dualzahlen umzuwandeln.
a) 68h b) A0h c) 96h d) FFh
- Über ein Datenbussystem im Kraftfahrzeug wird die Information „Motordrehzahl“ übertragen. Der Computer zeigt beim Auslesen der aktuellen Motordrehzahl die Zahl 315h an.
a) Wie hoch ist die aktuelle Drehzahl?
b) Welche Dualzahl wird tatsächlich in Form von Bits auf dem Datenbus übertragen?
- Sie lesen eine Botschaft, die verschiedene Schalterzustände angibt, mithilfe einer Diagnosesoftware für Datenbussysteme aus. Die Software stellt die Inhalte der Botschaft anhand von Hexadezimalzahlen dar (**Bild 1**). Ermitteln Sie für das im Bild rot gekennzeichnete Datenbyte (8 Bit) mithilfe der Tabelle, welcher Schalter im Moment der Messung eingeschaltet war (Wert 1 = EIN).

Bild 1

22.5767 1 411 Rx d 6 **11** 02 00 08 00 00

Stelle	8	7	6	5	4	3	2	1
Schalter	Tipp-wischen	Wischer Stufe 1	Wischer Stufe 2	Wischer Intervall	Blinken links	Blinken rechts	Fernlicht	Lichthupe

Lösungen

1a) 11000; 18h; **1b)** 110000; 30h; **1c)** 11111111; FFh; **1d)** 1010111111111110; AFFEh | **2a)** 4h; 4;
2b) 10; Ah; **2c)** 29; 1Dh; **2d)** 215; D7h | **3a)** 104; 1101000; **3b)** 160; 10100000; **3c)** 150; 10010110;
3d) 255; 11111111 | **4a)** 789; **4b)** 1100010101 | **5)** Wischerintervall, Lichthupe

1.5 BRUCHRECHNEN

Teilt man ein Ganzes – dargestellt durch eine Kreisfläche – in 8 gleiche Teile, so ist jedes dieser Teile ein Achtel.

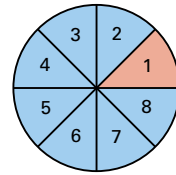
Dafür schreibt man $\frac{1}{8}$.

Der Zähler zählt die Teilstücke. Er gibt also an, wie viele Teilstücke vorhanden sind.

Der Nenner benennt die Teilung des Ganzen. Er gibt also an, in wie viele Teile das Ganze zu teilen ist.

Der waagrechte (–) oder der schräge (/) Bruchstrich trennt Zähler und Nenner. Bruchstriche können auch durch das Teilungszeichen (:) ersetzt werden.

Jeder Bruch ist eine Umschreibung einer Teilung (Division). Er wird als Quotient bezeichnet.



$$\text{Bruch} = \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} = 1/8 = 1 : 8$$

ARTEN VON BRÜCHEN

Echter Bruch.

Der Nenner ist größer als der Zähler.

Unechter Bruch.

Der Zähler ist größer als der Nenner.

Gemischte Zahl.

Sie besteht aus einer ganzen Zahl und einem Bruch.

Gleichnamige Brüche.

Sie haben gleiche Nenner.

Ungleichnamige Brüche.

Sie haben unterschiedliche Nenner.

$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{7}{8}$$

$$\frac{4}{3} \quad \frac{8}{5} \quad \frac{16}{7}$$

$$3\frac{1}{2} \quad 1\frac{2}{5} \quad 6\frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{4}{9}$$

RECHNEN MIT BRÜCHEN

Erweitern von Brüchen

Erweitern eines Bruches heißt, Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl zu multiplizieren. Dabei ändert sich der Wert des Bruches nicht.

Kürzen von Brüchen

Kürzen eines Bruches heißt, Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl zu dividieren. Dabei ändert sich der Wert des Bruches nicht.

Bestehen Zähler oder Nenner aus einer Summe oder einer Differenz, dann wird diese vor dem Kürzen berechnet.

Addieren und Subtrahieren von Brüchen

Bei gleichnamigen Brüchen sind die Zähler zu addieren bzw. zu subtrahieren.

Bei ungleichnamigen Brüchen ist vor dem Addieren oder Subtrahieren der Hauptnenner zu suchen, d. h. die Brüche sind gleichnamig zu machen.

Als Hauptnenner verwendet man das kleinste gemeinsame Vielfache, in dem alle Nenner der zu addierenden oder zu subtrahierenden Brüche enthalten sind.

Dazu sind alle Brüche auf den Hauptnenner zu erweitern.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$

$$\begin{aligned} \frac{48 + 13 - 16}{68 - 9 + 31} &= \frac{45}{90} = \\ &= \frac{45 : 45}{90 : 45} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{4} - \frac{1}{4} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} + \frac{3}{5} &= ? \quad \text{Hauptnenner: } 3 \cdot 5 = 15 \\ \frac{1}{3} &= \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{5}{15}; \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15} \\ \frac{1}{3} + \frac{3}{5} &= \frac{5}{15} + \frac{9}{15} = \frac{14}{15} \end{aligned}$$

Multiplizieren von Brüchen**Bruch mit ganzer Zahl**

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, indem man den Zähler des Bruches mit der ganzen Zahl multipliziert. Der Nenner des Bruches bleibt unverändert.

$$\frac{3}{10} \cdot 7 = \frac{3 \cdot 7}{10} = \frac{21}{10} = 2 \frac{1}{10}$$

Bruch mit Bruch

Ein Bruch wird mit einem Bruch multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{4} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 4} = \frac{21}{20} = 1 \frac{1}{20}$$

Gemischte Zahl mit ganzer Zahl

Die gemischte Zahl wird zuerst in einen unechten Bruch umgewandelt und dann der Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert.

$$4 \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{9}{2} \cdot 3 = \frac{27}{2} = 13 \frac{1}{2}$$

Dividieren von Brüchen**Bruch durch ganze Zahl**

Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividiert, indem man den Nenner mit der ganzen Zahl multipliziert, oder den Zähler durch die ganze Zahl dividiert.

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{8}{9 \cdot 4} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9} \quad \text{oder} \quad \frac{8}{9} : 4 = \frac{8 : 4}{9} = \frac{2}{9}$$

Bruch durch Bruch

Ein Bruch wird durch einen Bruch dividiert, indem man den ersten Bruch mit dem Kehrwert (reziproken Wert) des zweiten Bruches multipliziert.

$$\frac{5}{8} : \frac{3}{7} = \frac{5}{8} \cdot \frac{7}{3} = \frac{35}{24} = 1 \frac{11}{24}$$

Lösung von Doppelbrüchen

Zählerbruch wird durch Nennerbruch dividiert (siehe „Bruch durch Bruch“). Der Zählerbruch wird mit dem Kehrwert des Nennerbruches multipliziert.

$$\frac{\frac{4}{7}}{\frac{2}{5}} = \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 2} = \frac{20}{14} = \frac{10}{7} = 1 \frac{3}{7}$$

DEZIMALBRÜCHE

Dezimalbrüche sind Brüche mit den Nennern 10, 100, 1000. Sie können stets auch als Dezimalzahlen geschrieben werden.

$$\frac{9}{10} = 0,9; \quad \frac{3}{100} = 0,03; \quad \frac{7}{1000} = 0,007$$

UMWANDELN VON BRÜCHEN**Bruch in Dezimalbruch**

Ein Bruch wird in einen Dezimalbruch umgewandelt, indem man den Zähler durch den Nenner dividiert und somit eine Dezimalzahl erhält. Diese verwandelt man dann in einen Dezimalbruch.

$\frac{1}{2}$	=	$1 : 2$	=	0,5	=	$\frac{5}{10}$
Bruch		Division		Dezimalzahl		Dezimalbruch

Endlicher Dezimalbruch in Bruch

Ein endlicher Dezimalbruch wird in einen Bruch umgewandelt, indem man in den Zähler alle Ziffern nach dem Komma schreibt und in den Nenner eine 1 mit so vielen Nullen, wie der Zähler Stellen hat.

$$0,12 = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$$

$$0,285 = \frac{285}{1000} = \frac{57}{200}$$

Aufgaben

Addieren und Subtrahieren von Brüchen

- 1 a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - \frac{2}{4}$ b) $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{1}{8} - \frac{5}{8}$ c) $\frac{5}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} - \frac{7}{2}$
 2 a) $\frac{3}{24} + \frac{3}{4}$ b) $\frac{157}{5} + \frac{20}{25}$ c) $\frac{18}{60} + \frac{21}{72}$
 3 a) $\frac{1}{6} + \frac{3}{12} + \frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{4} + \frac{4}{7} + \frac{5}{9}$ c) $\frac{4}{7} + \frac{3}{5} + \frac{7}{8}$
 4 a) $\frac{4}{11} + \frac{3}{5} + \frac{4}{9}$ b) $\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4}$ c) $\frac{11}{13} - \frac{1}{4} + \frac{3}{8}$
 5 a) $\frac{96}{12} - \frac{40}{45} + 3$ b) $\frac{91}{70} + \frac{210}{35} - \frac{3}{10}$ c) $6\frac{11}{17} - \frac{16}{19}$
 6 a) $6\frac{12}{13} + 4\frac{7}{9}$ b) $5\frac{2}{3} - 2\frac{5}{9} + 3\frac{7}{8}$ c) $\frac{27}{6} + \frac{43}{13} - \frac{22}{7}$

Multiplizieren und Dividieren von Brüchen

- 7 a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{7}$ b) $\frac{9}{11} \cdot \frac{22}{7}$ c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{2}{3}$
 8 a) $\frac{7}{9} \cdot 3\frac{1}{2}$ b) $2\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{3}$ c) $4\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4}$
 9 a) $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{3}$ b) $7 \cdot \left(\frac{4}{2} - \frac{1}{3}\right)$ c) $\left(\frac{3}{10} + \frac{1}{4}\right) \cdot 6$
 10 a) $\frac{4}{5} : \frac{3}{7}$ b) $\frac{4}{5} : 6$ c) $\frac{3}{14} : 10$
 11 a) $9\frac{1}{2} : 2\frac{3}{4}$ b) $1\frac{1}{6} : 7$ c) $\frac{31}{54} : 1\frac{1}{7}$

Doppelbrüche

- 12 a) $\frac{\frac{3}{16}}{\frac{5}{7}}$ b) $\frac{\frac{4}{9}}{\frac{21}{5}}$ c) $\frac{\frac{7}{9}}{\frac{2}{3}}$ d) $\frac{\frac{5}{7}}{\frac{6}{3}}$ e) $\frac{2\frac{3}{4}}{\frac{3}{5}}$ f) $\frac{3\frac{4}{7}}{1\frac{7}{11}}$

Gemischte Bruchrechnungsaufgaben

- 13 a) $7\frac{3}{5} + 7 \cdot \frac{3}{5}$ b) $4\frac{3}{7} : \left(2 \cdot \frac{3}{7}\right)$ c) $\frac{24}{51} : \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7}\right)$
 14 a) $\frac{26}{5} + \frac{8}{2} - \frac{11}{5} : \frac{3}{5}$ b) $0,42 : \frac{3}{9} + \frac{5}{13} \cdot 0,7$ c) $6\frac{2}{3} + 0,75 - 3\frac{3}{8} + 2,25 : \frac{5}{7}$

Umwandlung in Brüche

- 15 0,4; 0,07; 0,25; 0,003; 4,270; 3,0204; 113,4; 0,875; 0,72; 0,125

Umwandlung in Brüche

- 16 $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{9}{16}$; $\frac{20}{25}$; $2\frac{1}{2}$; $\frac{6}{25}$; $4\frac{2}{5}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{127}{5}$; $\frac{157}{50}$

Lösungen

- 1a) $\frac{1}{2}$; 1b) $\frac{3}{4}$; 1c) 1 | 2a) $\frac{7}{8}$; 2b) $32\frac{1}{5}$; 2c) $\frac{71}{120}$ | 3a) $1\frac{1}{4}$; 3b) $1\frac{221}{252}$; 3c) $2\frac{13}{280}$ |
 4a) $1\frac{202}{495}$; 4b) $\frac{19}{56}$; 4c) $\frac{101}{104}$ | 5a) $10\frac{1}{9}$; 5b) 7; 5c) $5\frac{260}{323}$ | 6a) $11\frac{82}{117}$; 6b) $6\frac{71}{72}$;
 6c) $4\frac{121}{182}$ | 7a) $\frac{3}{7}$; 7b) $2\frac{4}{7}$; 7c) $\frac{7}{36}$ | 8a) $2\frac{13}{18}$; 8b) $2\frac{14}{15}$; 8c) $17\frac{1}{2}$ | 9a) $\frac{17}{36}$; 9b) $11\frac{2}{3}$;
 9c) $3\frac{3}{10}$ | 10a) $1\frac{13}{15}$; 10b) $\frac{2}{15}$; 10c) $\frac{3}{140}$ | 11a) $3\frac{3}{5}$; 11b) $\frac{1}{6}$; 11c) $\frac{217}{432}$ | 12a) $\frac{21}{80}$; 12b) $\frac{20}{189}$;
 12c) $1\frac{1}{6}$; 12d) $\frac{5}{14}$; 12e) $4\frac{7}{12}$; 12f) $2\frac{23}{126}$ | 13a) $11\frac{4}{5}$; 13b) $5\frac{1}{6}$; 13c) $2\frac{10}{51}$ | 14a) $1\frac{173}{240}$;
 14b) $1\frac{172}{325}$; 14c) $7\frac{23}{120}$ | 15 $2\frac{5}{5}$; $\frac{7}{100}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{1000}$; $4\frac{27}{100}$; $30204\frac{10000}{10000}$; $113\frac{2}{5}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{18}{25}$; $\frac{1}{8}$
 16 $\frac{75}{100}$; $\frac{875}{1000}$; $\frac{5625}{10000}$; $\frac{8}{10}$; $\frac{25}{10}$; $\frac{24}{100}$; $\frac{44}{10}$; $\frac{125}{100}$; $\frac{254}{10}$; $\frac{314}{100}$

1.6 DREISATZRECHNEN

Bei Dreisatzrechnungen wird aus drei bekannten Größen eine vierte unbekannte Größe berechnet. Beim einfachen Dreisatz besteht der Rechenweg aus drei Schritten:

1. Behauptungssatz 2. Mittelsatz 3. Schlussatz

Bei Dreisatzaufgaben unterscheidet man zwischen direkten (geraden) und umgekehrten Verhältnissen.

DIREKTER DREISATZ

Beispiel 1

Was kosten 40 Schrauben, wenn 72 Stück 27,00 € kosten?

1. 72 Schrauben kosten 27,00 €
2. 1 Schraube kostet $\frac{27,00 \text{ €}}{72}$
3. 40 Schrauben kosten $\frac{27,00 \text{ €} \cdot 40}{72} = 15,00 \text{ €}$

Beide Zahlenangaben nehmen zu oder ab.

Je größer, desto größer

oder

Je kleiner, desto kleiner

UMGEKEHRTER DREISATZ

Beispiel 2

6 Arbeiter brauchen 180 Stunden zur Fertigstellung einer Arbeit. Wie lange brauchen 9 Arbeiter dazu?

1. 6 Arbeiter brauchen 180 h
2. 1 Arbeiter braucht $180 \text{ h} : 6$
3. 9 Arbeiter brauchen $\frac{180 \text{ h} \cdot 6}{9} = 120 \text{ h}$

Eine Zahlenangabe des Behauptungssatzes nimmt zu, während die andere abnimmt.

Je größer, desto kleiner

oder

Je kleiner, desto größer

MEHRFACHER DREISATZ

Beispiel 3

60 Werkstücke werden von 4 Arbeitern in 5 Tagen hergestellt. Wie lange brauchen 6 Arbeiter zur Herstellung von 72 Werkstücken?

1. 4 Arbeiter fertigen 60 Werkstücke in 5 Tagen
2. 1 Arbeiter fertigt 60 Werkstücke in $4 \cdot 5$ Tagen
3. 6 Arbeiter fertigen 60 Werkstücke in $4 \cdot 5$ Tagen/6
4. 6 Arbeiter fertigen 1 Werkstück in $4 \cdot 5$ Tagen/6 · 60
5. 6 Arbeiter fertigen 72 Werkstücke in $\frac{4 \cdot 5 \text{ Tagen} \cdot 72}{6 \cdot 60} = 4 \text{ Tagen}$

Bei einem Dreisatz sind mehrere Größen zu berechnen.

1. Dreisatz

Er setzt sich aus mindestens 2 Schlussätzen zusammen.

2. Dreisatz

Aufgaben

- 1 5 Reifen kosten 727,70 €. Wie viel kosten 2 Reifen?
- 2 3,5 l Öl kosten 22,40 €. Wie viel kosten 2,8 l Öl?
- 3 Ein Kraftfahrzeug fährt in 2 Minuten 2,3 km. Wie viel Kilometer fährt es in einer Stunde?
- 4 Ein Pkw braucht 24 l Kraftstoff für 425 km. Wie viel Liter Kraftstoff werden für 260 km benötigt?
- 5 10 l Kühlfüssigkeit enthalten 4,6 l Frostschutzmittel, um eine Gefriersicherheit von -35°C zu erreichen. Wie viel Frostschutzmittel ist bei einem Pkw-Motor mit 6,8 l Kühlfüssigkeit bei gleichem Mischungsverhältnis enthalten?
- 6 Ein Kfz fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 80 km/h von Ulm nach Stuttgart in 1,12 Stunden. Wie lange dauert die Fahrt bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 85 km/h?
- 7 7 Lkw fahren in 9 Stunden 378 Tonnen Kies zu einer Baustelle. Wie viel Tonnen Kies können von 5 Lkw in 12 Stunden gefahren werden?

Lösungen

- 1) 291,08 € | 2) 17,92 € | 3) 69 km | 4) 14,68 l | 5) 3,13 l | 6) 1,054 h | 7) 360 t

1.7 PROZENTRECHNEN

Prozentrechnung (%). Sie ist eine Vergleichsrechnung. Dabei entspricht ein Ganzes 100 %.

Grundwert G . Er bezieht sich immer auf das Ganze, d. h. auf 100 %. Der Grundwert ist meist eine Zahl mit Einheit.

Prozentwert P . Er ist die mit dem Grundwert zu vergleichende Zahl mit gleicher Einheit wie der Grundwert.

Prozentsatz p . Er gibt an, wie viel Hundertstel vom Grundwert zu nehmen sind.

Promillerechnung (‰). Sie ist wie die Prozentrechnung eine Vergleichsrechnung. Ein Ganzes entspricht 1000 ‰.

Endwert E . Er ist der um den Prozentwert verminderte Grundwert $E_{\min}$ oder erhöhte Grundwert $E_{\max}$.

% **Prozent**

G **Grundwert**

P **Prozentwert**

p **Prozentsatz %**

‰ **Promille**

$E_{\min}$ **Endwert vermindert**

$E_{\max}$ **Endwert vermehrt**

Beispiel 1

Ein Werkstück wiegt 6,4 kg, das Rohteil 7,2 kg. Wie groß ist der Verschnitt in Prozent bezogen auf das Fertigteil?

Gegeben: $P = 7,2 \text{ kg} - 6,4 \text{ kg} = 0,8 \text{ kg}$; $G = 6,4 \text{ kg}$

Gesucht: p in %

Lösung $p = \frac{100 \cdot P}{G} = \frac{100 \% \cdot 0,8 \text{ kg}}{6,4 \text{ kg}} = 12,5 \%$

$$\text{Prozentsatz} = \frac{100 \times \text{Prozentwert}}{\text{Grundwert}}$$

$$p = \frac{100 \cdot P}{G}$$

Beispiel 2

Beim Kauf eines Pedelecs wird ein Nachlass von 168,00 € gewährt. Das sind 8 % des Listenpreises. Wie hoch ist der Listenpreis?

Gegeben: $P = 168,00 \text{ €}$; $p = 8 \%$

Gesucht: G in €

Lösung $G = \frac{100 \cdot P}{p} = \frac{100 \% \cdot 168,00 \text{ €}}{8 \%} = 2100,00 \text{ €}$

$$\text{Grundwert} = \frac{100 \times \text{Prozentwert}}{\text{Prozentsatz}}$$

$$G = \frac{100 \cdot P}{p}$$

Beispiel 3

25 l Kühlflüssigkeit enthalten 42 % Frostschutz. Wie viel Liter Frostschutz sind dies?

Gegeben: $G = 25 \text{ l}$; $p = 42 \%$

Gesucht: P in l

Lösung $P = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{25 \text{ l} \cdot 42 \%}{100 \%} = 10,5 \text{ l}$

$$\text{Prozentwert} = \frac{\text{Grundwert} \times \text{Prozentsatz}}{100}$$

$$P = \frac{G \cdot p}{100}$$

Beispiel 4

Nach einer Preiserhöhung um 5 % kostet ein Reifen 115,50 € (vermehrter Wert). Wie hoch war der alte Listenpreis?

Gegeben: $p = 5\%$; $E_{\max} = 115,00 \text{ €}$

Gesucht: G in €

Lösung $G = \frac{100 \cdot E_{\max}}{100 + p} = \frac{100 \% \cdot 115,50 \text{ €}}{100 \% + 5 \%} = 110,00 \text{ €}$

$$\text{Grundwert} = \frac{100 \times \text{Endwert vermehrt}}{100 + \text{Prozentsatz}}$$

$$G = \frac{100 \cdot E_{\max}}{100 + p}$$

Beispiel 5

Nach Abzug von 35 % beträgt der Nettolohn 2600,00 € (verminderter Wert). Wie groß war der Bruttolohn?

Gegeben: $p = 35 \%$; $E_{\min} = 2600,00 \text{ €}$

Gesucht: G in €

Lösung $G = \frac{100 \cdot E_{\min}}{100 - p} = \frac{100 \% \cdot 2600,00 \text{ €}}{100 \% - 35 \%} = 4000,00 \text{ €}$

$$\text{Grundwert} = \frac{100 \times \text{Endwert vermindert}}{100 - \text{Prozentsatz}}$$

$$G = \frac{100 \cdot E_{\min}}{100 - p}$$

Aufgaben

1 Berechnen Sie die fehlenden Werte:

	Grundwert <i>G</i>	Prozentwert <i>P</i>	Prozentsatz <i>p</i>
a)	480 €	30 €	? %
b)	36 min	5,5 min	? %
c)	6000 m	48 m	? %
d)	5,3 kg	? kg	22,5 %
e)	780 km	? km	18 %
f)	6,8 m	? m	7,5 %
g)	? kW	46,75 kW	85 %
h)	? l	455 l	13 %

2 Vergrößern Sie die Zahl 50 um 10 % und verkleinern Sie das Ergebnis um 10 %.

3 Die Fertigungszeit für ein Werkstück wird von 21 Minuten auf 18 Minuten gesenkt. Wie groß ist die Zeitersparnis in Prozent?

4 Bei Barzahlung von 394,00 € erhält der Kunde 2 % Skonto. Welcher Betrag ist zu zahlen?

5 Ein Gebrauchtwagen wird 30 % unter seinem Neupreis (30500,00 €) verkauft. Wie hoch ist der Verkaufspreis?

6 Der Listenpreis für eine Leichtmetallfelge beträgt 460,00 €. Der Händler erhält 35 % Rabatt. Wie hoch ist der Einkaufspreis?

7 Eine Werkstatteinrichtung im Werte von 0,6 Mio. € wird versichert. Wie hoch ist die Jahresprämie in €, wenn sie 2,2 % des Wertes der Werkstatteinrichtung beträgt?

8 Eine Rückleuchte kostet bei einem Rabatt von 22 % noch 80,98 €. Wie hoch ist der Listenpreis?

9 Durch Teilzahlung erhöht sich der Preis eines gebrauchten Kfz von 12900,00 € auf 13984,00 €. Wie viel Prozent des Preises beträgt der Aufschlag?

10 Der Preis von 1 Liter Kraftstoff wird von 2,20 € um 3,6 % erhöht. Wie viel kostet 1 Liter Kraftstoff nach der Preiserhöhung?

11 Ein Werkstück wiegt 23 kg, das Rohteil 26,5 kg. Wie groß ist der Verschnitt in Prozent?

12 Der Verkaufspreis eines Kfz wird von 21000,00 € um 6 % gesenkt. Wie hoch ist der neue Verkaufspreis?

13 Ein Kfz-Reifen soll mit 11,76 € Gewinn, das sind 12 % des Verkaufspreises, verkauft werden. Wie viel kostet der Reifen?

14 Ein Kfz-Mechatroniker mit Berufserfahrung hat einen Brutto-Stundenlohn von 23,20 €. Wie hoch ist sein Stundenlohn nach einer Lohnerhöhung von 3,2 %?

15 Der Preis von einem Liter Superbenzin wird von 1,96 € um 3,6 % erhöht.

a) Wie viel kostet ein Liter Kraftstoff nach der Erhöhung?

b) Um wie viel Euro verteuert sich die Tankfüllung eines Fahrzeugs, wenn 65 Liter getankt werden?

16 Bei Barkauf eines Kleinkraftrollers werden 3 % Skonto vom Listenpreis (3429,00 €) gewährt. Bei Ratenzahlung sind je Monat 1 % Zins vom Listenpreis zu zahlen.

a) Wie groß ist der Preis bei Barzahlung?

b) Wie groß ist der Preis bei Ratenzahlung in 6 Monaten?

c) Welcher Preisunterschied besteht zwischen Bar- und Ratenzahlung?

17 In einer Werkstatt sind 8 Kfz-Mechatroniker mit je 38 h je Woche (5 Arbeitstage) beschäftigt. Die reinen Bruttolohnkosten betragen 8624,00 € pro Woche. Aufgrund zusätzlicher Arbeit werden zwei weitere Kfz-Mechatroniker eingestellt.

Wie hoch sind die durchschnittlichen Bruttolohnkosten in einem Monat mit 22 Arbeitstagen?

18 Zwei Behälter haben ein Fassungsvermögen von 10 m³ bzw. 20 m³; sie enthalten 6 m³ bzw. 8 m³ Flüssigkeit.

Zu wie viel Prozent ist das Fassungsvermögen jeweils ausgenutzt?

Lösungen

1a) 6,25%; 1b) 15,3%; 1c) 0,8%; 1d) 1,19 kg; 1e) 140,4 km; 1f) 0,51 m; 1g) 55 kW; 1h) 3500 l | 2) 49,5 | 3) 14,28% | 4) 386,12 € | 5) 21350,00 € | 6) 299,00 € | 7) 1320,00 € | 8) 103,82 € | 9) 8,40% | 10) 2,28 € | 11) 15,2% | 12) 19740,00 € | 13) 98,00 € | 14) 23,94 € | 15a) 2,03 €; 15b) 4,59 € | 16a) 3326,13 €; 16b) 3634,74 €; 16c) 308,61 € | 17) 47432,00 € | 18) 60%; 40%

1.8 ZINSRECHNEN

Zinsen werden üblicherweise für geliehenes oder verliehenes Geld (Kapital) berechnet.

Die Höhe des Zinssatzes errechnet sich aus dem **Kapital k** , dem **Zinssatz p** (Zinsfuß, Prozentsatz) und der **Zeitdauer t** (Jahre, Monate, Tage). Der Zinssatz wird üblicherweise auf ein Jahr (p. a., per anno) bezogen. Bei Zinsrechnungen nimmt man ein Jahr zu 360 Tagen und einen Monat zu 30 Tagen an.

Beispiel 1

Ein Kapital von 15000,00 € wird 80 Tage (d) lang zu einem Zinssatz von 2,1 % verzinst. Wie hoch sind die Zinsen?

Gegeben: $k = 15000,00 \text{ €}$; $p = 2,1 \text{ %}$; $t = 80 \text{ d}$

Gesucht: z in €

Lösung
$$z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360} = \frac{15000,00 \text{ €} \cdot 2,1 \text{ %} \cdot 80 \text{ d}}{100 \text{ %} \cdot 360 \text{ d}} = 70 \text{ €}$$

Beispiel 2

Ein Kapital von 3000,00 € bringt nach 42 Monaten Zinsen in Höhe von 134,40 €. Wie hoch ist der Zinssatz?

Gegeben: $k = 3000,00 \text{ €}$; $t = 42 \text{ Monate} \cdot 30 \text{ Tage/Monat} = 1260 \text{ d}$

$z = 134,40 \text{ €}$

Gesucht: p in %

Lösung
$$p = \frac{100 \cdot 360 \cdot z}{k \cdot t} = \frac{100 \text{ %} \cdot 360 \text{ d} \cdot 134,40 \text{ €}}{3000,00 \text{ €} \cdot 1260 \text{ d}} = 1,28 \text{ %}$$

Für Zeitangaben in Jahren gilt:

$$z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100}$$

$$k = \frac{100 \cdot z}{p \cdot t}; \quad p = \frac{100 \cdot z}{k \cdot t}$$

$$t = \frac{100 \cdot z}{k \cdot p}$$

Für Zeitangaben in Tagen gilt:

$$z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$$

$$k = \frac{100 \cdot 360 \cdot z}{p \cdot t}$$

$$p = \frac{100 \cdot 360 \cdot z}{k \cdot t}$$

$$t = \frac{100 \cdot 360 \cdot z}{k \cdot p}$$

z Zinsen in €

k Kapital in €

p Zinssatz in % pro Jahr

t Zeit in Jahren a oder Tagen d

Aufgaben

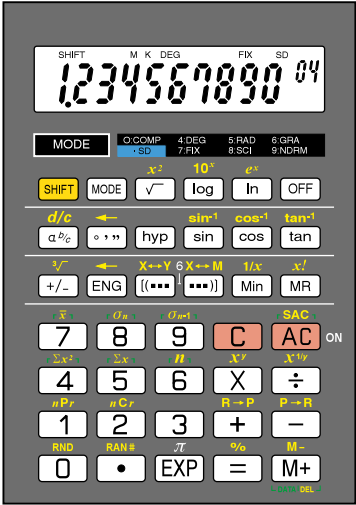
- Wie hoch sind die Zinsen für ein Kapital von 5000,00 €, das bei einem Zinssatz von 2,5% für ein 3/4 Jahr angelegt wird?
- Wie hoch sind die Zinsen für ein Kapital von 2500,00 € bei 1,5 % für 3 Jahre, 5 Monate und 18 Tage?
- 800,00 € werden vom 18.1. bis 21.8. zu 4,5 % ausgeliehen. Wie hoch ist der Zins?
- Ein Darlehen von 500,00 € wird nach 6 Monaten mit 510,00 € zurückerstattet. Wie hoch war der Zinssatz?
- Bei einem Zinssatz von 3,5 % mussten 68,00 € Zinsen für die Zeit vom 1.1. bis 15.9. gezahlt werden. Wie hoch war das Darlehen?
- Ein Darlehen von 12000,00 € wird für 2 Jahre zu einem Zinssatz von 4,1 % aufgenommen. Welcher Betrag einschließlich der Zinsen muss bei Fälligkeit zurückgezahlt werden?
- Für ein Kapital von 14600,00 € erhält man Zinsen in Höhe von 250,00 € bei einem Zinssatz von 3,25 % ausgezahlt. Wie viele Tage war das Kapital angelegt?
- Für ein Darlehen von 5000,00 € sind 225,00 € an Zinsen bei einem Zinssatz von 3 % zu zahlen. Wie lange war die Laufzeit des Darlehens?
- Ein Kapital von 20000,00 € wird zu einem Zinssatz von 2,2 % für 3 Jahre fest angelegt, wobei die jährlichen Zinsen dem Kapital zugeschlagen werden. Berechnen Sie jeweils für die einzelnen Jahre die Zinsen und das Anwachsen des Grundkapitals.

Lösungen

1) 93,75 € | 2) 130,00 € | 3) 21,40 € (214 Tage) | 4) 4 % | 5) 2743,00 € (255 Tage) | 6) 12984,00 €
 7) 190 Tage | 8) 18 Monate | 9) $z_1 = 440,00 \text{ €} + k_1 = 20440,00 \text{ €}$; $z_2 = 449,68 \text{ €} + k_2 = 20889,68 \text{ €}$;
 $z_3 = 459,57 \text{ €} + k_3 = 21349,25 \text{ €}$

1.9 RECHNEN MIT DEM TASCHENRECHNER

Mithilfe von Taschenrechnern können Rechenoperationen einfach und schnell durchgeführt werden. Bei Taschenrechnern unterscheidet man Bedienfeld (= Eingabeteil) und Anzeigefeld (= Ausgabeteil). Die Ausstattung der Taschenrechner ist sehr unterschiedlich; ihre Bedienung muss entsprechend der Bedienungsanleitung erfolgen.



- Ein- und Ausschaltfunktion

Zifferntasten

Punktaste für Dezimalzeichen

Tasten für Standardrechenoperationen

Ergebnistaste

Löschtasten

Speichertasten

Speicherwert abrufen

Funktionstasten

Umschalttaste

Betriebsarten
- ON – OFF

0 – 9

•

+ – × ÷

=

C AC

M M+ M– Min

MR

% +/- x² 1/x x^y √x

[...] sin cos tan π ...

SHIFT/INV/2nd aktiviert die Zweitbelegung der Tasten

MODE. In Verbindung mit einer weiteren Taste kann damit z. B. die Anzahl der Kommastellen festgelegt werden.

*) $1.234567890^{04} = 12345.67890$
Exponent ⁰⁴: Kommastelle 4 Stellen nach rechts verschieben

$1.234567890^{-04} = 0.0001234567890$
Exponent ⁻⁰⁴: Kommastelle 4 Stellen nach rechts verschieben

Beispiel	Tastenfolge	Ergebnis	Anmerkung
Werteingabe 345,76 0,48	345 . 76 . 48		Der Dezimalpunkt ersetzt das Komma. Die Null vor dem Komma muss nicht eingegeben werden.
Addition/Subtraktion 234,57 + 3,59 – 118,16 = ?	234.57 + 3.59 – 118.16 =	120	Das Ergebnis wird durch Betätigen der „=“-Taste ausgegeben.
Multiplizieren/Dividieren $\frac{24 \cdot 600 + 1200}{2 \cdot 25 \cdot 156} = ?$	24 x 600 + 1200 = 15600 ÷ 2 ÷ 25 ÷ 156 =	2	Ist ein Zähler durch mehrere Faktoren im Nenner zu teilen, so ist bei jedem Teilen die ÷ Taste zu betätigen.
Klammerrechnung $\frac{7,5 + 9}{3} = ?$ $\frac{6 \cdot (11,4 - (6,2 - 2,8))}{32} = ?$	(7.5 + 9) ÷ 3 = 6 x (11.4 – (6.2 – 2.8)) ÷ 32 =	5.5 1.5	Die Klammerrechnung ist zuerst auszuführen. Am Ende der Klammerrechnung ist die Klammertaste so oft zu drücken, wie Klammern geöffnet wurden.
Prozentrechnung 15 % von 4500 = ? 2400 + 15 % von 2400	4500 x 15 SHIFT % 2400 x 15 SHIFT % +	675 2760	Die Prozenttaste bewirkt die Rechenoperation 1/100.

1 ALLGEMEINES RECHNEN

Beispiel	Tastenfolge	Ergebnis	Anmerkung
Kehrwert von 0,2	0.2 $\frac{1}{x}$	5	Die Kehrwerttaste errechnet, wie oft der betreffende Zahlenwert in Eins enthalten ist.
Potenzieren $\frac{\pi \cdot 16^2}{4} = ?$ $3^4 = ?$	$\pi \times 16 \times^2 \div 4 =$ $3 \times^n 4 =$	201.06193 81	x^2 bewirkt das Quadrieren ($x \cdot x$) der vorhergehenden Zifferneingabe. Mit der Taste x^y (sprich: x hoch y) kann jede Zahl mit einem beliebigen Faktor potenziert werden ($= x \cdot x \cdot x \cdot x \dots$).
Wurzelziehen $\sqrt{2025} = ?$ $\sqrt[3]{125} = ?$	2025 $\sqrt{x}$ 125 $\sqrt[3]{x}$	45 5	Die Funktionstaste $\sqrt{x}$ bewirkt die Rechenoperation Quadratwurzel aus dem Radikanden x. Die Funktionstaste $\sqrt[3]{x}$ bewirkt die Rechenoperation Kubikwurzel aus dem Radikanden x.
Speicherrechnung $254 : 4 + (3 - 12) - 8 \cdot 5 = ?$	254 $\div 4$ M+ 3 $- 12$ M+ 8 $\times 5$ SHIFT M- MR	14.5	Die Tasten M+/M- bewirken eine Addition/Subtraktion im Speicher. Die Taste MR bewirkt Speicherausgabe. Speicherlöschung ist durch die Eingabe von 0 oder durch Drücken von MC möglich.
Festwert speichern $17 \cdot 3 + 23 \cdot 3 - 40 \cdot 3 = ?$ Festwert = 3	3 Min 17 $\times$ MR + 23 $\times$ MR - 40 $\times$ MR =	0	Es kann jeder beliebige Zahlenwert in den Festwertspeicher durch Drücken der Funktionstaste Min eingegeben werden. Mit der Funktionstaste MR kann der Zahlenwert für Rechenoperationen wieder abgerufen werden.

Aufgaben

1 Addieren und Subtrahieren

a) $17\,432,5 - 28,24 + 148,3 - 198,31$

c) $0,078 - 1,003 + 18,47 - 9,368$

e) $-2,7 - (-9,08) + 0,016$

b) $67,32 - 0,374 + 28,54 - 284,33$

d) $381,47 + 84\,391,3 - 0,793 - 5,84$

f) $-15,98 - 12,52 - (-17,4)$

2 Multiplizieren und Dividieren (Angabegenauigkeit: 3 Stellen hinter dem Komma)

a) $\frac{26 \cdot 576}{78 \cdot 128}$

b) $\frac{586 \cdot 34960 \cdot 79}{81 \cdot 42386 \cdot 17}$

c) $\frac{6389,5 \cdot 17,49}{15 \cdot 46,02}$

d) $\frac{16,59 \cdot 9,37 \cdot 18,5}{17 \cdot 8,02 \cdot 12,1}$

e) $\frac{73,74 \cdot 52,913 \cdot 11,382}{6,1 \cdot 5,9 \cdot 2,4}$

f) $\frac{12,84 \cdot 0,09 \cdot 138,73}{19,8 \cdot 2,07 \cdot 17,6}$

3 Klammeraufgaben

a) $4 \cdot (5,5 + 6 \cdot 7,5)$

b) $4 \cdot (5,5 + 6) \cdot 7,5$

c) $(4 \cdot 5,5 + 6) \cdot 7,5$

d) $289 + (19 \cdot 17 + 133)$

e) $(289 + 19) \cdot (17 + 133)$

f) $(344 + 276) \cdot (908 - 738)$

g) $(344 + 276 \cdot 968) - 738$

h) $(0,87 - 3,56) \cdot (0,93 - 13,41)$

Lösungen

1a) 17354,25; 1b) -188,844; 1c) 8,177; 1d) 84766,137; 1e) 6,396; 1f) -11,1 |

2a) 1,5; 2b) 27,729; 2c) 161,890; 2d) 1,743; 2e) 514,151; 2f) 0,222 |

3a) 202; 3b) 345; 3c) 210; 3d) 161; 3e) 46200; 3f) 105400; 3g) 79026; 3h) 33,5712

Aufgaben

4 Bruchrechnen

a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{15} \cdot 12 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot 63 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9}$

d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

e) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}$

f) $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8} - \frac{1}{5} + 18$

g) $\frac{1}{3+4+6+7}$

h) $\frac{1}{2+9+6+3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$

i) $\frac{1}{31+6-27} - \frac{1}{5} - \frac{1}{3}$

5 Potenzieren und Radizieren

a) 13^2

b) $0,19^2$

c) 4^3

d) $0,52^3$

e) $\sqrt{196}$

f) $\sqrt{960400}$

g) $\sqrt[3]{0,027}$

h) $\sqrt[3]{7414,875}$

6 Kreisumfang und Kreisfläche

a) $\pi \cdot 20$

b) $\pi \cdot 5,47$

c) $\pi \cdot 0,98$

d) $\pi \cdot 135,6$

e) $\frac{\pi \cdot 15^2}{4}$

f) $\frac{\pi \cdot 1,5^2}{4}$

g) $\frac{\pi \cdot 12,8^2}{4}$

h) $\frac{\pi \cdot 0,52^2}{4}$

7 Rechnen mit einer Konstante

a) $1,234 + 18$

b) $1,234 + 31,955$

c) $1,234 - 0,734$

d) $1,234 - 18,789$

b) $\frac{\pi}{4} \cdot 25$

c) $\frac{\pi}{4} \cdot 64$

d) $\frac{\pi}{4} \cdot 6,25$

e) $\frac{\pi}{4} \cdot 144$

c) $63 : 3,6$

d) $90 : 3,6$

e) $100 : 3,6$

f) $130 : 3,6$

8 Berechnen Sie den Prozentsatz.

a) 30 von 150

b) 25 von 75

c) 80 von 120

d) 68 von 750

e) 91,24 von 4562

f) 1423,5 von 10950

9 Berechnen Sie den Prozentwert.

a) 25 % von 700

b) 40 % von 200

c) 16 % von 560

d) 87 % von 105

e) 2 % von 288,45

f) 13 % von 86,62

10 Berechnen Sie den vermehrten bzw. den verminderten Endwert.

a) 350 vermehrt um 19 %

b) 32 vermehrt um 47 %

c) 1,5 vermehrt um 82 %

d) 160 vermindert um 15 %

e) 1,1 vermindert um 31 %

f) 0,84 vermindert um 90 %

11 Gemischte Aufgaben

a) $\varepsilon = \frac{327 + 43}{43}$

b) $s' = \frac{75}{9,3 - 1} - \frac{75}{9,5 - 1}$

c) $V_h = 48,85 \cdot (9,5 - 1)$

d) $V_h = \frac{\pi \cdot 8,15^2}{4} \cdot 7,62$

e) $d = \sqrt{\frac{4 \cdot 44,1}{\pi}}$

f) $A = \frac{\pi \cdot 280^2}{4} - \frac{\pi \cdot 165^2}{4}$

g) $A = \frac{\pi}{4} \cdot (225^2 - 150^2)$

h) $R = \frac{4,5 + 2,5}{4,5 \cdot 2,5}$

i) $l_2 = \frac{1,501725}{1 + 0,0000115 \cdot 100}$

j) $l_2 = 79,95 \cdot (1 + 0,0000175 \cdot 180)$

k) $M_k = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (20^2 - 13^2) \cdot 18 \cdot 0,32 \cdot \frac{20 + 13}{4}$

Lösungen

4a) 0,016; 4b) 0,04; 4c) 0,16; 4d) 0,875; 4e) 0,276; 4f) 17,821; 4g) 0,05; 4h) 0,63; 4i) 0,23 | 5a) 169; 5b) 0,0366; 5c) 64; 5d) 0,140; 5e) 14; 5f) 980; 5g) 0,3; 5h) 19,5 | 6a) 62,832; 6b) 17,185; 6c) 3,079; 6d) 426; 6e) 176,715; 6f) 1,767; 6g) 128,68; 6h) 0,212 | 7a) 19,234; 33,189; 0,5; -17,555; 7b) 19,635; 50,265; 4,909; 113,097; 7c) 17,5; 25; 27,7; 36,1 | 8a) 20 %; 8b) 33,3 %; 8c) 66,6 %; 8d) 9,06 %; 8e) 2 %; 8f) 13 % | 9a) 175; 9b) 80; 9c) 86,6; 9d) 91,35; 9e) 5,769; 9f) 11,2606 | 10a) 416,50; 10b) 47,04; 10c) 2,73; 10d) 136; 10e) 0,759; 10f) 0,084 | 11a) 8,60; 11b) 0,21; 11c) 415,2; 11d) 397,5; 11e) 7,493; 11f) 40 192,75; 11g) 22089,32; 11h) 0,62; 11i) 1,5; 11j) 80,202; 11k) 17 242,82