

Wichtige Normen

Inhalt, gekürzter Titel	Nummer	Inhalt, gekürzter Titel	Nummer
Mathematik, Physik, IT-Technik		Benummerung von Texten	DIN 1421
Allgemeine mathematische Zeichen und Begriffe	DIN 1302	Beschriftung	DIN 6776
Einheiten (Einheitenname, Einheitenzeichen)	DIN 1301	Darstellungen in Normalprojektion	DIN ISO 5456
Einheiten elektrischer Größen	DIN 1357	Dokumente der Elektrotechnik	DIN EN 61082
Einheiten magnetischer Größen	DIN 1339	Gestaltung von Manuskripten	DIN 1422
Formelschreibweise	DIN 1338	Grafische Darstellung	DIN 461
Formelzeichen	DIN 1304	Grafische Symbole der Prozessleittechnik	DIN 19277
Formelzeichen Akustik	DIN 1332	Grafische Symbole für Schaltpläne	DIN EN 60617
Fourier-Transformation	DIN 5487	Teil 2: Symbolelemente	DIN EN 60617
Größen und Einheiten der IT-Technik	DIN EN 80000-13	Teil 3: Leiter und Verbinder	DIN EN 60617
Komplexe Größen	DIN 5475	Teil 4: Passive Bauelemente	DIN EN 60617
Lautstärkepegel	DIN 1318	Teil 5: Halbleiter und Elektronenröhren	DIN EN 60617
Logarithmische Größen und Einheiten	DIN 5493	Teil 6: Erzeugung und Umwandlung elektrischer Energie	DIN EN 60617
Physikalische Größen und Gleichungen	DIN 1313	Teil 7: Schalt- und Schutzeinrichtungen	DIN EN 60617
Richtungssinn und Vorzeichen in der Elektrotechnik	DIN 5489	Teil 8: Mess-, Melde-, Signaleinrichtungen	DIN EN 60617
Strahlungsphysik, Lichttechnik	DIN 5031	Teil 9: Vermittlungs- und Endeinrichtungen	DIN EN 60617
Übertragungsfaktor, Pegel	DIN 40148	Teil 10: Übertragungseinrichtungen	DIN EN 60617
Winkel	DIN 1315	Teil 11: Installationspläne	DIN EN 60617
Zahlenangaben	DIN 1333	Teil 12: Binäre Elemente	DIN EN 60617
Zeichen der mathematischen Logik	DIN 5474	Teil 13: Symbole für analoge Elemente	DIN EN 60617
Zeichen der Schaltalgebra	DIN 66000	Maßeintragung	DIN 406
Zeitabhängige Größen	DIN 5483	Kennzeichnungssystematik für technische Produkte	DIN 6779
Messen		Schraffuren	DIN 201
Anzeigende Messgeräte	DIN 43780	Schreibweise von Matrizen	DIN 5486
Bestimmungen für elektrische Messgeräte	DIN VDE 0410	Titelangaben von Schrifttum	DIN 1505
Bestimmungen für Messwandler	DIN VDE 0414	Werkstoffe und Gehäuse	
Durchgangsprüfgeräte	DIN VDE 0403	Dauermagnetwerkstoffe	DIN 17410
Eigenschaften von Oszilloskopen	IEC 351	Elektroblech und Elektroband	DIN 46400
Geräte zum Prüfen der Schutzmaßnahmen	DIN VDE 0413	Gehäuse für Halbleiterbauelemente	DIN 41868
Messtechnik	DIN 1319	Gehäuse für Halbleiterbauelemente	DIN 41869
Schallpegelmesser	IEC 651	Gehäuse für Halbleiterbauelemente	DIN 41873
Skalen von Messgeräten	DIN 43802	Gehäuse für Halbleiterbauelemente	DIN 41876
Steuern und Regeln		Hartlote	DIN 8513
Begriffe für NC-Maschinen	DIN 66257	Magnetische Werkstoffe für Übertrager	DIN 41301
Benennung und Einstellung von Reglern	DIN 19225	Weichlote	DIN 1707
Bestimmungen für elektronische Messgeräte und Regler	DIN VDE 0411	Widerstandswerkstoffe	DIN 17471
Bildzeichen	DIN 40101	Weitere Normen	
Bildzeichen für NC-Werkzeugmaschinen	DIN 55003	Akkumulatoren und Batterie-Anlagen	DIN VDE 0510
CLDATA	DIN 66215	Akustik	DIN 1320
Programmaufbau für NC-Maschinen	DIN 66025	Betriebsmittelkennzeichnung in Schaltplänen der Elektrotechnik	DIN EN 61346-2
Regelungstechnik und Steuerungstechnik	DIN 19226	Begriffe der Nachrichtenübertragung	DIN 40146
Speicherprogrammierbare Steuerungen	DIN EN 61131	Fluidtechnische Systeme	DIN ISO 1219
Steuerungstechnik (Begriffe)	DIN 19237	Galvanische Primärelemente	DIN 40827
Starkstromanlagen		Primärbatterien	IEC 86
Bau von Freileitungen bis 1000V	DIN VDE 0211	Qualitätssicherung	DIN ISO 9000
Bau von Freileitungen über 1kV	DIN VDE 0210	Überspannungsschutzgeräte	DIN VDE 0675
Betrieb von Starkstromanlagen	DIN VDE 0105	Umweltmanagement-Systeme	DIN ISO 14001
Elektronische Betriebsmittel in Starkstromanlagen	DIN VDE 0160	Wärmebedarf von Gebäuden	DIN 4701
Errichten von Starkstromanlagen	DIN VDE 0100		
Starkstromanlagen in medizinisch genutzten Räumen	DIN VDE 0107		
Starkstromanlagen über 1kV	DIN VDE 0101		



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für elektrotechnische und
elektronische Berufe

Formeln für Elektronik und IT

**für berufliche Schulen (Technische Gymnasien,
Fachschulen, Fachoberschulen, Berufskollegs,
Berufsschulen)**

16. Auflage

Ihre Meinung zum Buch interessiert uns!

Teilen Sie uns Ihre Verbesserungsvorschläge, Ihre Kritik, aber auch Ihre Zustimmung zum Buch mit. Schreiben Sie uns an die E-Mail-Adresse: lektorat@europa-lehrmittel.de

Die Autoren und der Verlag Europa-Lehrmittel

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 3334X

Autoren von »Formeln für Elektronik und IT«

Horst Bumiller	Freudenstadt
Monika Burgmaier	Durbach
Bernhard Grimm	Leonberg
Jörg A. Oestreich	Schwäbisch Hall
Bernd Schiemann	Durbach

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Bernd Schiemann, Durbach

ISBN 978-3-7585-3265-8

16. Auflage 2024

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2024 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz & Layout: Grafische Produktionen Neumann, 97222 Rimpar, www.gp-neumann.de

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: Adobe Systems Software, Ireland Ltd., Adobe Stock, Dublin: © Jürgen Fälchle, cooperr

Druck: Plump Druck & Medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

Inhaltsverzeichnis

Mathematische und physikalische Grundlagen M

Mathematische Zeichen, Griechisches Alphabet, Vorsätze	4
Rechenoperationen	5
Längen, Flächen	6
Massen, Übersetzungen	7
Geschwindigkeiten, Quadratische Gleichungen, Funktionen, Reihen	8
Trigonometrische Funktionen	9
Exponentialfunktionen, Differenzieren und Integrieren ..	10
Differenzieren und Integrieren in der Elektrotechnik. .	11
Komplexe Rechnung	12
Elektrotechnische Grundgrößen	13

Elektrotechnische Grundlagen E

Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad	14
Grundschaltungen mit Widerständen	15
Spannungserzeuger, Anpassung, Ersatzquellen, Solarmodul	16
Wärme, Kühlung	17
Wechselgrößen	18
Impuls, Puls, elektrisches Feld, Ladung und Kapazität ..	19
Kondensator, elektrische Flusssdichte, Schaltungen, Blindwiderstand	20
Kondensator, Elektromagnetismus	21
Spule, magnetisches Feld	22
Reihenschaltungen von R , L und C	23
Parallelschaltungen von R , L und C	24
Äquivalenz von Reihen- und Parallelschaltung, Schwingkreise	25
RC- und RL-Siebschaltungen	26
Schaltungen mit Blindwiderständen	27

Digitaltechnik D

Gleichrichtung, Glättung, Siebung	28
Speicher, Zahlensysteme	29
Binäre Verknüpfungsglieder	30
Schaltalgebra	31
Minimieren und Realisieren von Schaltfunktionen	32
Bistabile Kippglieder	33
Synchrone Zähler, Frequenzteiler	34
Frequenzteiler, Schieberegister	35
Rechnen mit Dualzahlen	36
Lastfaktoren, Entscheidungsgehalt, Pulsmodulation ..	37

Verstärker und Schaltungen mit Verstärkern V

Arbeitspunkteinstellungen	38
Emitterschaltung, Kollektorschaltung, Kopplungskondensatoren	39
Verstärker mit Feldeffekttransistoren	40
Differenzverstärker, Operationsverstärker	41
Beschaltete Operationsverstärker	42
Sensorkennlinien, Einheitssignale, Messschaltungen für Temperatur	43
Großsignalverstärker	44

Stabilisierungsschaltungen	45
Spannungsstabilisierung, Spannungsregler	46
Lineare Spannungsregelung	47
Rückkopplung, Oszillatoren	48
Kippschaltungen	49

Übertragung von Signalen Ü

Pulsweitenmodulation (PWM)	50
Übertragungsgrößen, Pegel, Dämpfung	51
Signalabtastung, serielle Datenübertragung	52
Datenübertragung	53
LAN-Verkabelung	54
IP-Adressen und Subnetting	55
Licht, Glasfaserleiter (LWL)	56

Leistungselektronik L

Elektronische Schalter, gesteuerte Stromrichter	57
Kraft, Drehmoment, Leistungsbedarf	58
Antriebe mit Elektromotoren	59
Drehstrom, Drehstromleistung	60
Drehfeld, Synchronmaschinen	61
Leistungsarten	62
Leistungsberechnung	63
Umrechnungsfaktoren der Strombelastbarkeit von Leitern	64
Strombelastbarkeit bei Umgebungstemperatur $\vartheta_U = 30^\circ\text{C}$	65
Messverfahren	66
Unterbrechungsfreie Stromversorgung USV	67
Messungen mit dem Oszilloskop	68
Analoge stetige Regelglieder	69
Grafische Ermittlung der Systemparameter aus Regelstrecken	70
Reglerentwurf	71
Digitale Regelungstechnik mit dem Computer	72

Audio- und Videotechnik, Tabellen AV

Frequenzweichen, Schall	73
Breitband-Kommunikationsanlagen, Satelliten-Empfangsanlagen	74
Qualitätsmanagement	75
Kostenrechnung	76
Schaltzeichen der Elektrotechnik mit Betriebsmittelkennzeichnungen 1	77
Schaltzeichen der Elektrotechnik mit Betriebsmittelkennzeichnungen 2	78
Schaltzeichen für die kombinatorische Digitaltechnik ..	79
Schaltzeichen für die sequenzielle Digitaltechnik	80
Betriebsmittelkennzeichnung in Schaltplänen der Elektrotechnik DIN EN 81 346-2 (Kennbuchstaben der Objekte)	81
Verwendete Formelzeichen	82
Größen und Einheiten	83
Wichtige Normen	85
Sachwortverzeichnis	86

Mathematische Zeichen

Nach DIN 1302

Zeichen	Bedeutung
$=$	gleich
\neq	nicht gleich, ungleich
\approx	nahezu gleich, etwa
\sim	proportional, ähnlich
\triangleq	entspricht
$<$	kleiner als
$>$	größer als
\leq	kleiner oder gleich, höchstens gleich
\geq	größer oder gleich, mindestens gleich
\gg	sehr viel größer als
\ll	sehr viel kleiner als
∞	unendlich
\dots	bis, z.B. 3 ... 7
Δ	Differenz, z.B. $\Delta I = I_1 - I_2$
Σ	Summe, z.B. $\Sigma I = I_1 + I_2 + \dots$
\pm	plus oder minus
\vee	oder, z.B. $a \vee b$ (Schaltalgebra)
\wedge	und, z.B. $a \wedge b$ (Schaltalgebra)
\neg	nicht, z.B. $\neg a$ (Schaltalgebra)
\leftrightarrow	xor, z.B. $a \leftrightarrow b$
$() [] \{ \} \langle \rangle$	Klammer rund, eckig, geschweift, spitz
\parallel	parallel
\perp	rechtwinklig zu, senkrecht auf
\cong	kongruent
\sphericalangle	Winkel
\overline{AB}	Strecke AB
i oder j	$\sqrt{-1} = \pm j$ imaginäre Einheit
π	Pi, Kreiszahl = 3,141 59...
e	natürliche (Euler'sche) Zahl = 2,71828 ...
$f(x)$	f von x, Funktion der Veränderlichen x
\int	Integral
log	Logarithmus, allgemein
lg	Zehnerlogarithmus
ln	natürlicher Logarithmus zur Basis e
lb	Zweierlogarithmus
\Rightarrow	daraus folgt
\Leftrightarrow	äquivalent, z.B. $a \Leftrightarrow b$
$\vec{}$	Zeichen für Vektoren, z.B. \vec{a}

Griechisches Alphabet

Buchstabe	Name	Buchstabe	Name
A α	Alpha	N ν	Ny „Nü“
B β	Beta	Ξ ξ	Xi „Xsi“
Γ γ	Gamma	O \omicron	Omikron
Δ δ	Delta	Π π, ϖ	Pi
E ϵ	Epsilon	Ρ ρ, ϱ	Rho
Z ζ	Zeta	Σ σ, ς	Sigma
H η	Eta	Τ τ	Tau
Θ θ	Theta	Υ υ	Ypsilon
I ι	Jota	Φ ϕ	Phi
K κ, χ	Kappa	Χ χ	Chi
Λ λ	Lambda	Ψ ψ	Psi
M μ	My „Mü“	Ω ω	Omega

Links Großbuchstabe, daneben Kleinbuchstabe, teils mit alternativer Darstellung

Vorsätze zu Einheiten, Vorsatzzeichen, Bedeutung (Faktor)

Vorsatz	Vorsatzzeichen	Zehnerpotenz
Yotta	Y	10^{24}
Zetta	Z	10^{21}
Exa	E	10^{18}
Peta	P	10^{15}
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^9
Mega	M	10^6
Kilo	k	10^3
Dezi	d	10^{-1}
Zenti	c	10^{-2}
Milli	m	10^{-3}
Mikro	μ	10^{-6}
Nano	n	10^{-9}
Piko	p	10^{-12}
Femto	f	10^{-15}
Atto	a	10^{-18}
Zepto	z	10^{-21}
Yokto	y	10^{-24}

Zur Vermeidung von Verwechslungen von Vorsatz m (Milli) mit Einheit m (Meter) wird die Einheit m (Meter) stets an das Ende gesetzt. Die Abkürzung Am bedeutet also Ampere mal Meter, mA bedeutet Milliampere.

Grundgesetze

Vorzeichenregeln:

$$+ \cdot + = + \quad | \quad + \cdot - = - \quad | \quad - \cdot - = +$$

1

$$+ : + = + \quad | \quad + : - = - \quad | \quad - : - = +$$

2

Kommutativgesetze:

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

3

Assoziativgesetze:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

4

Distributivgesetze:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

5

Addition und Subtraktion:

Bei ungleichnamigen Brüchen:

Nenner gleichnamig machen
(Hauptnenner bilden), danach
Zähler addieren bzw. subtrahieren

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad + bc}{cd}$$

6

Multiplikation:

Bruch mit Bruch:

Zähler mal Zähler, Nenner mal
Nenner

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

7

Division:

Bruch durch Bruch:

Zählerbruch mal Kehrwert des
Nennerbruches

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

8

Potenzen, Wurzeln

$$10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}$$

9

$$(10^a)^b = 10^{ab}$$

10

$$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$$

11

$$10^a : 10^b = \frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$$

12

$$\sqrt[n]{10^a} = 10^{\frac{a}{n}}$$

13

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

14

Logarithmengesetze

$$\log_a (c \cdot d) = \log_a c + \log_a d$$

15

$$\log_a (c^m) = m \cdot \log_a c$$

16

Umformungen:

$$\lg x = \frac{\lg x}{\lg 2}$$

$$\log_a \frac{c}{d} = \log_a c - \log_a d$$

18

$$\log_a \sqrt[n]{c} = \frac{1}{n} \cdot \log_a c$$

19

$$\lg x = 3,3219 \cdot \lg x$$

17

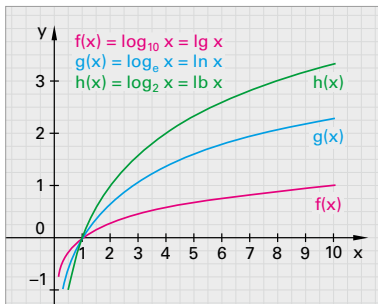
$$l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A}$$

20

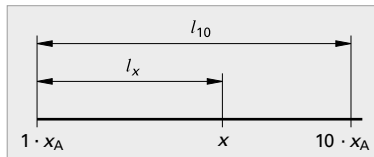
$$\lg x = \frac{\ln x}{\ln 2}$$

$$\lg x = 1,4427 \cdot \ln x$$

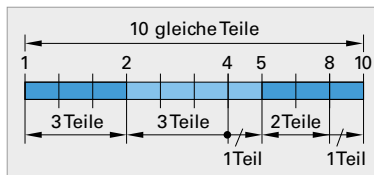
21



Logarithmen



Logarithmische Teilung einer Dekade



Maßstab zum Zeichnen

x	lg x	x	lg x
1	0	10	1
2	0,3	20	1,3
3	0,48	30	1,48
4	0,6	40	1,6
5	0,7	50	1,7
6	0,78	100	2
7	0,85	200	2,3
8	0,9	500	2,7
9	0,95	1000	3
10	1	2000	3,3

Werte für den
Zeichenmaßstab

a, b, c, d reelle Zahlen

e Euler'sche Zahl (2,718...)

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

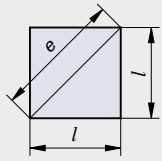
\lg Zweierlogarithmus

\lg Zehnerlogarithmus

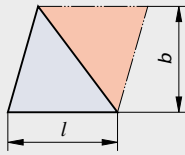
\ln natürlicher Logarithmus

\log_a Logarithmus zur Basis a

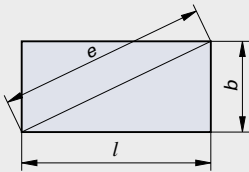
Rechtecke, Kreis, Pythagoras



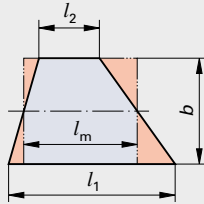
Quadrat



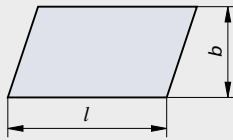
Dreieck



Rechteck



Trapez



Parallelogramm



Kreis

Beim Quadrat:

$$e = \sqrt{2} \cdot l$$

$$A = l^2$$

Beim Rechteck:

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

$$A = l \cdot b$$

Beim Parallelogramm:

$$A = l \cdot b$$

Beim Dreieck:

Umfang = Summe der Seiten

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

Beim Trapez:

Umfang = Summe der Seiten

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

$$A = l_m \cdot b$$

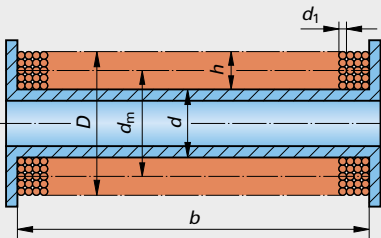
Beim Kreis:

$$u = \pi \cdot d$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A = 0,785 \cdot d^2$$

Rundspule



$$d_m = \frac{D + d}{2}$$

$$l \approx \pi \cdot d_m \cdot N$$

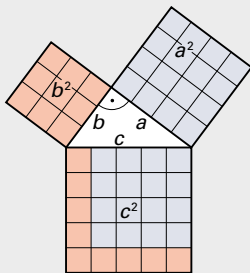
$$z \approx \frac{h}{d_1}$$

$$N \approx N_1 \cdot z$$

$$h = \frac{D - d}{2}$$

$$N_1 = \frac{b}{d_1}$$

Lehrsatz des Pythagoras



$$u = a + b + c$$

Im rechtwinkligen Dreieck ist die Fläche des Hypotenusenquadrates so groß wie die Summe der Flächen der Kathetenquadrate.

Hypotenusenquadrat

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Kathete a

Kathete b

Hypotenuse c

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$a = \sqrt{a^2 + b^2}$$

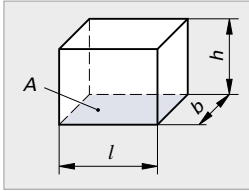
A Fläche (Area)
a Kathete
b Kathete, Breite
c Hypotenuse
D Durchmesser der Spule
d1 Drahtdurchmesser

d Durchmesser des Spulenkörpers, Kreisdurchmesser
dm mittlerer Windungsdurchmesser
e Eckenmaß, Diagonale
h Höhe, Wicklungshöhe
l Länge, Drahtlänge

lm mittlere Länge
N Windungszahl
N1 Windungszahl je Lage
u Umfang
z Lagenzahl

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

Rauminhalte, Oberflächen, Masse



Prisma

Gleich dicke Körper:

Beim Prisma:

Oberfläche = Summe aller Seitenflächen

$$V = A \cdot h$$

$$A_0 = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

$$A_0 = 2 \cdot A + A_M$$

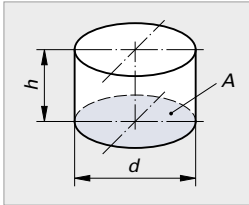
Beim Zylinder:

Oberfläche = Grundfläche + Deckfläche
+ Mantelfläche

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

$$A_0 = \frac{\pi \cdot d^2}{2} + \pi \cdot d \cdot h$$



Zylinder

Spitze Körper:

Beim Kegel:

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A_M = \frac{\pi \cdot d \cdot s}{2}$$

Bei der Pyramide:

$$A = l \cdot b$$

$$h_s = \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{4}}$$

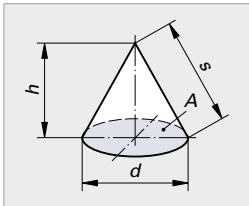
$$s = \sqrt{h_s^2 + \frac{b^2}{4}}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$$

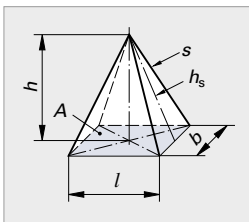
$$A_0 = A + A_M$$

$$A_0 = \frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{d^2}{2} + d \cdot s \right)$$

$$A_0 = b \cdot \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{4}} + l \cdot \sqrt{h_s^2 + \frac{b^2}{4}}$$



Kegel



Pyramide

Kugel:

$$A_0 = \pi \cdot d^2$$

$$V = \frac{\pi}{6} \cdot d^3$$

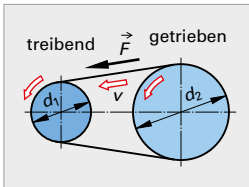
Masse = Dichte × Volumen

$$m = \rho \cdot V$$

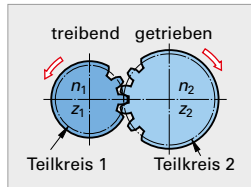
Für alle Körper:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad [\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

Übersetzungen



Riementrieb



Zahnradtrieb

$$d_1 \cdot n_1 = d_2 \cdot n_2$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

$$z_1 \cdot n_1 = z_2 \cdot n_2$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

A Fläche, Grundfläche, Deckfläche

A_M Mantelfläche

A_0 Oberfläche

b Breite

d_1, d_2 Durchmesser der Räder

h Höhe

h_s Seitenhöhe

i Übersetzungsverhältnis

l Länge

m Masse

n_1, n_2 Umdrehungsfrequenzen (Drehzahlen)

s Seitenlänge

V Volumen

z_1, z_2 Zähnezahlen

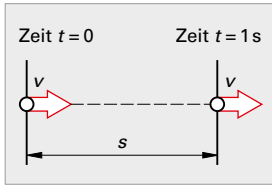
ρ Dichte

Index 1 für treibend

Index 2 für getrieben

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

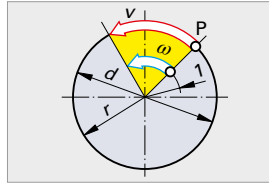
Geschwindigkeiten



Geradlinige Bewegung

$$v = \frac{s}{t}$$

$$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Kreisförmige Bewegung

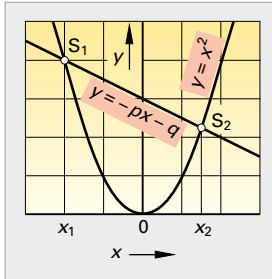
$$[\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = 2\pi \cdot r$$

$$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \omega \cdot r$$

Quadratische Gleichungen



Zeichnerisches Lösen einer quadratischen Gleichung

Allgemeine Form:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Normalform:

$$x^2 + px + q = 0$$

Lösungsformel bei allgemeiner Form:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Lösungsformel bei Normalform:

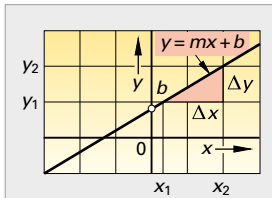
$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Ist der Ausdruck unter der Wurzel kleiner als Null, so enthalten die Lösungen imaginäre Zahlen.

Zeichnerisches Lösen einer quadratischen Gleichung $y = x^2 + px + q$:

- Normalparabel für $y = x^2$ und Gerade für $y = -px - q$ zeichnen.
- Deren Schnittpunkte S_1 und S_2 ergeben die Lösungen der x -Werte x_1 und x_2 .

Funktionen



Lineare Funktion (Gerade)

Für lineare Funktionen (Gerade):

Allgemeine Funktionsgleichung:

$$y = mx + b$$

Steigungsfaktor:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Für quadratische Funktionen (Parabel):

Allgemeine Funktionsgleichung:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Bei negativem a ist die Parabel nach unten geöffnet.

Reihen

Arithmetische Reihe

$$r = a_n - a_{(n-1)}$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

Geometrische Reihe

$$q = \frac{a_n}{a_{(n-1)}}$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

a, b, c Konstanten der allgemeinen Form

a_n n -ter Term

$a_{(n-1)}$ $(n-1)$ ter Term

m Steigungsfaktor

n Umdrehungsfrequenz, Drehzahl

p, q Konstanten der Normalform

q Quotient zweier aufeinanderfolgender Terme

r Differenz zweier aufeinanderfolgender Terme

Die Formelzeichen haben je nach Zusammenhang unterschiedliche Bedeutung.

r Scheibenradius

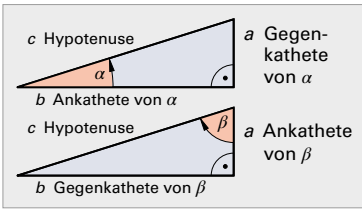
s_n Summe der Terme a_1 bis a_n

v Geschwindigkeit, Umfangsgeschwindigkeit

x unbekannte Größe

$x_{1,2}$ Kurzschreibweise für die unbekannten Größen x_1 und x_2

ω Winkelgeschwindigkeit



$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

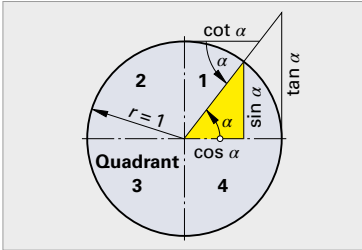
Für rechtwinklige Dreiecke:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a}$$



Nach dem Lehrsatz des Pythagoras:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

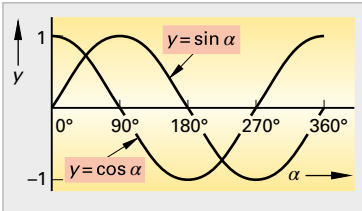
$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha};$$

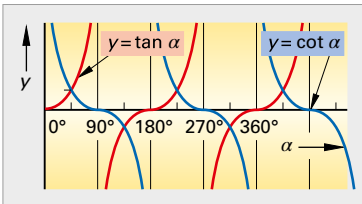
$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

Das Vorzeichen der Wurzel hängt davon ab, in welchem Quadranten der Winkel liegt.

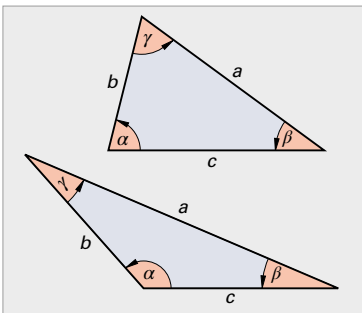
Quadrant	1	2	3	4
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+



Sinusfunktion und Kosinusfunktion



Tangensfunktion und Kotangensfunktion



Schiefwinklige Dreiecke

arcsin von Arkussinus:
arccos von Arkuskosinus:
arctan von Arkustangens:
arccot von Arkuskotangens:

$$\sin \alpha = y \Leftrightarrow \alpha = \arcsin y$$

$$\cos \alpha = y \Leftrightarrow \alpha = \arccos y$$

$$\tan \alpha = y \Leftrightarrow \alpha = \arctan y$$

$$\cot \alpha = y \Leftrightarrow \alpha = \text{arccot } y$$

$$\alpha = \arcsin \frac{a}{c} = \arccos \frac{b}{c} = \arctan \frac{a}{b} = \text{arccot } \frac{b}{a}$$

$$\alpha_{\text{RAD}} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha_{\text{DEG}}$$

$$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$$

$$\alpha = \omega t = 2\pi \cdot f \cdot t = 2\pi \cdot \frac{t}{T}$$

$$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Für beliebige Dreiecke:

Sinussatz:

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Kosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

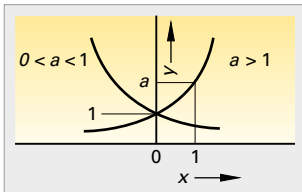
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

a, b, c Seiten eines Dreiecks
 f Frequenz
 t Zeit
 T Periodendauer
 u Augenblickswert der Spannung
Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

\hat{u} Maximalwert, Amplitude der Spannung
 y Variable
 α_{RAD} Winkel in rad
 α_{DEG} Winkel in $^\circ$

α, β, γ Winkel im Dreieck
 φ Phasenverschiebungswinkel in rad
 ω Kreisfrequenz
 ωt Winkel in rad

Exponentialfunktionen, Differenzieren und Integrieren



Exponentialfunktionen

Berechnung von y :

allgemein:

$$y = a^x$$

für $a = e = 2,7183$:

$$y = e^x$$

Berechnung von x :

$$x = \frac{\ln y}{\ln a}$$

$$x = \frac{\lg y}{\lg a}$$

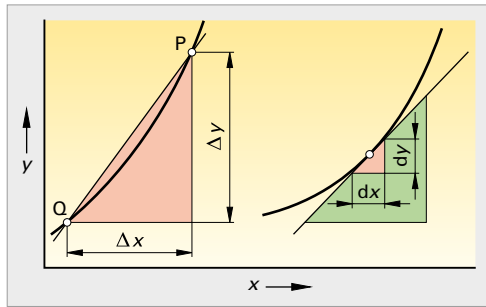
$$x = \ln y$$

Differenzenquotient gibt die Steigung einer Geraden durch zwei Punkte einer Kurve an. Sie ist die mittlere Steigung (auch Änderungsrate) im Intervall Δx .

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}$$

Differenzialquotient gibt die Steigung der Tangente in einem Kurvenpunkt an.

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x}$$



Differenzenquotient

Differenzialquotient

Durch Differenzieren wird eine Funktion $y = f(x)$ in die Ableitungsfunktion $y' = f'(x)$ gebracht. An einer Stelle x gibt $f(x)$ den Funktionswert y an und $f'(x)$ die Steigung im Kurvenpunkt $(x|y)$. An lokalen Hochpunkten und Tiefpunkten ist $y' = f'(x) = 0$.

$y = f(x)$	$y' = f'(x)$	$y = f(x)$	$y' = f'(x)$
$y = a$	$y' = 0$	$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = ax$	$y' = a$	$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = ax^n$	$y' = a \cdot n \cdot x^{n-1}$	$y = \cos x$	$y' = -\sin x$

Beim Differenzieren müssen Ableitungsregeln eingehalten werden, wenn Funktionen miteinander verknüpft sind.

Summenregel	$y = u + w + v$	$y' = u' + w' + v'$
Produktregel	$y = u \cdot v$	$y' = u' \cdot v + u \cdot v'$
Quotientenregel	$y = \frac{u}{v}$	$y' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
Kettenregel	$y = u(v(x))$	$y' = u'(v) \cdot v'(x)$

Unbestimmtes Integral

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

Bestimmtes Integral (Flächenintegral)

$$A = \int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

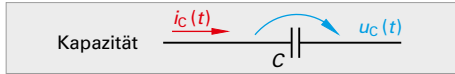
Funktion $f(x)$	Alle Stammfunktionen $F(x)$	Funktion $f(x)$	Alle Stammfunktionen $F(x)$
$f(x) = 0$	$\int 0 dx = C$	$f(x) = a \cdot \sin(bx)$	$\int (a \cdot \sin(bx)) dx = -\frac{a}{b} \cdot \cos(bx) + C$
$f(x) = a$	$\int a dx = ax + C$	$f(x) = a \cdot \sin^2(bx)$	$\int (a \cdot \sin^2(bx)) dx = \frac{a}{2} \cdot x - \frac{a}{4b} \cdot \sin(2ax) + C$
$f(x) = a \cdot x^n, n \neq -1$	$\int (a \cdot x^n) dx = a \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$f(x) = e^x$	$\int e^x dx = e^x + C$
$f(x) = a \cdot x^{-1}$	$\int \frac{a}{x} dx = a \cdot \ln x + C$	$f(x) = a \cdot e^{bx}$	$\int (a \cdot e^{bx}) dx = \frac{a}{b} \cdot e^{bx} + C$
$f(x) = \sin x$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$f(x) = a^x$	$\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} \cdot a^x + C$
$f(x) = \cos x$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$f(x) = \ln x$	$\int \ln x dx = x \cdot \ln x - x + C$

A Fläche
 a, b, n von x unabhängige Koeffizienten

C Integrationskonstante
 e Euler'sche Zahl: 2,718...
 $F(x)$ Stammfunktion

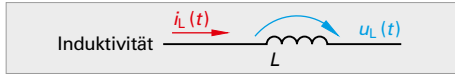
u, v, w Funktionen von x
 x, y Veränderliche

Spannung und Strom an der Kapazität und an der Induktivität



$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i_C(t) dt$$



$$i_L(t) = \frac{1}{L} \cdot \int u_L(t) dt$$

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

An Sinusspannung $u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$:

$$i_C(t) = \frac{\hat{u}}{X_C} \cdot \cos(\omega t)$$

$$i_L(t) = -\frac{\hat{u}}{X_L} \cdot \cos(\omega t)$$

An Gleichspannung $u(t) = U$:

$$i_C(t) = 0$$

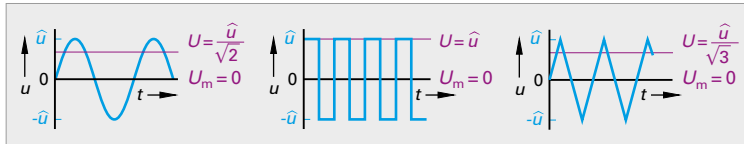
$$\Delta i_L = \frac{1}{L} \cdot U \cdot \Delta t$$

Mit Konstantstrom $i(t) = I$:

$$\Delta u_C = \frac{1}{C} \cdot I \cdot \Delta t$$

$$u_L(t) = 0$$

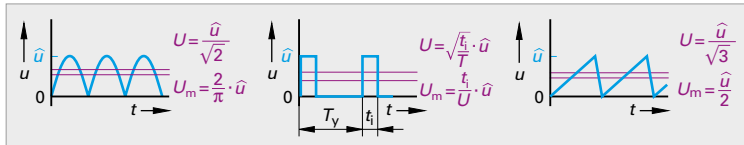
Arithmetischer Mittelwert und Effektivwert



Sinusspannung

Rechteckspannung

Dreieckspannung



gleichgerichtete Sinusspannung

Pulsspannung

Sägezahnspannung

Arithmetischer Mittelwert:

$$U_m = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) dt$$

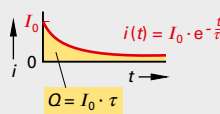
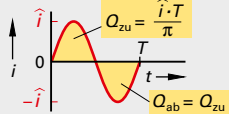
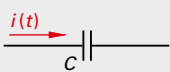
U_m ist bei Wechselspannungen immer null.

Effektivwert:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t) dt}$$

Flächenintegrale

Ladung Q :



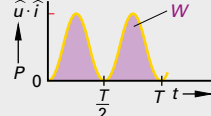
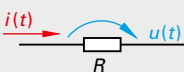
Allgemein:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt$$

Bei Sinusspannung:

$$P(t) = \hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \sin^2(\omega t)$$

Elektrische Arbeit W :



für eine Periode:

$$W = U \cdot I \cdot t$$

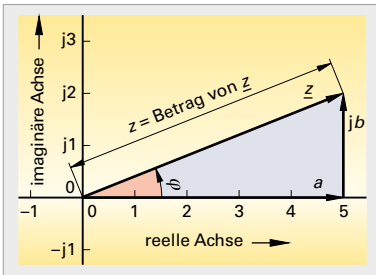
Allgemein:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt$$

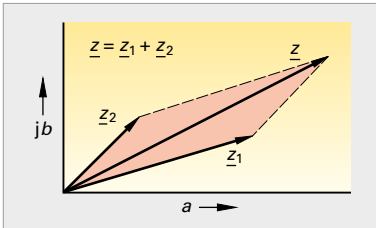
C Kapazität
 i Strom
 I Effektivwert von i
 \hat{i} Scheitелwert von i
 I_0 Startwert von i
 L Induktivität, induktiv
 P Leistung
 Q Ladung
 Q_{ab} abgegebene Ladung

Q_{zu} zugeführte Ladung
 R Wirkwiderstand
 t Zeit
 t_1 Startzeit
 t_2 Endzeit
 t_i Impulsdauer
 T Periodendauer
 u Spannung
 U Effektivwert von u

\hat{u} Scheitелwert von u
 U_m Mittelwert von u
 W elektrische Arbeit
 X Blindwiderstand
 Δ Unterschied
 Δt Zeitspanne
 π Zahl Pi 3,14159...
 τ Zeitkonstante
 ω Kreisfrequenz



Komplexe Zahlenebene



Addition von komplexen Zahlen

$$j = \pm \sqrt{-1} \quad j \cdot j = j^2 = -1 \quad \frac{1}{j} = \frac{j}{j \cdot j} = -j$$

$$j^3 = -j \quad j^4 = 1$$

$$z = a + jb$$

1

$$z = \sqrt{a^2 + b^2}$$

2

$$a = z \cdot \cos \varphi$$

3

$$b = z \cdot \sin \varphi$$

4

$$\underline{z} = z(\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

5

$$\underline{z} = z \cdot e^{j\varphi}$$

6

$$\varphi = \arctan \frac{b}{a}$$

7

$$\underline{z}^* = a - jb$$

8

Addition, Subtraktion:

$$\underline{z} = \underline{z}_1 \pm \underline{z}_2$$

9

$$\underline{z} = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$$

10

Multiplikation:

$$\underline{z} = \underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2$$

11

$$\underline{z} = \underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2 \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

12

Division:

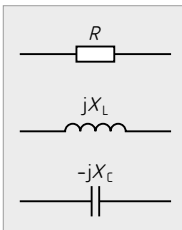
$$\underline{z} = \frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}$$

13

$$\underline{z} = \frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2} \cdot e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

14

Widerstand und Leitwert in der komplexen Rechnung



Wirkwiderstand:

$$\underline{Z} = R$$

15

$$\underline{Y} = G = \frac{1}{R}$$

16

Induktiver Blindwiderstand:

$$\underline{Z} = jX_L = j\omega L$$

17

$$\underline{Y} = \frac{1}{jX_L} = -jB_L = -j\frac{1}{\omega L}$$

18

Kapazitiver Blindwiderstand:

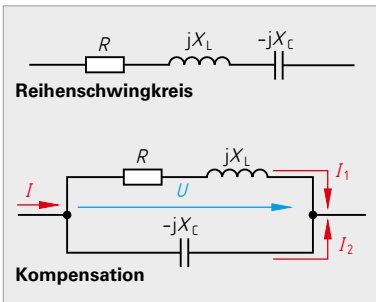
$$\underline{Z} = -jX_C = -j\frac{1}{\omega C}$$

19

$$\underline{Y} = \frac{1}{-jX_C} = jB_C = j\omega C$$

20

Gemischte Schaltungen



Reihenschwingkreis

Kompensation

$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C$$

21

$$\underline{Y} = \frac{1}{R + jX_L - jX_C}$$

22

$$\underline{Z} = \frac{(R + jX_L) \cdot (-jX_C)}{R + j(X_L - X_C)}$$

23

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$$

24

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

25

$$\underline{U} = jX_C \cdot \underline{I}_2$$

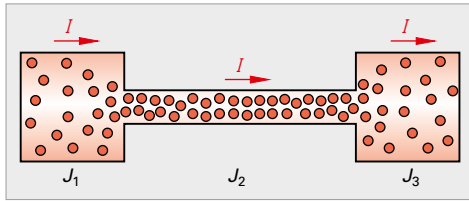
26

a Realteil von \underline{z}
b Betrag des Imaginärteils von \underline{z}
B Blindleitwert
G Wirkleitwert
j imaginäre Einheit
Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

b Imaginärteil von \underline{z}
R Wirkwiderstand
X Blindwiderstand
 \underline{Y} Scheinleitwert
 \underline{z} komplexe Zahl

z Betrag von \underline{z}
 \underline{z}^* konjugierte Zahl zu \underline{z}
 \underline{Z} Scheinwiderstand
 φ Argument von \underline{z}
 ω Kreisfrequenz

Stromdichte



Stromdichte (in einer Sicherung)

$$[J] = \frac{[I]}{[A]} = \text{A/mm}^2$$

$$J = \frac{I}{A}$$

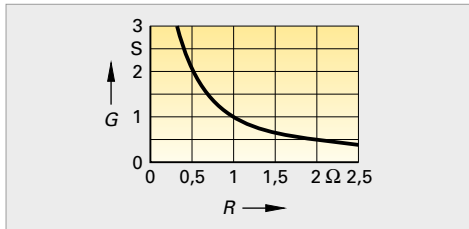
1

$$[R] = \Omega = \frac{1}{S}$$

$$R = \frac{1}{G}$$

2

Widerstand und Leitwert



$$[G] = S = \frac{1}{\Omega}$$

$$G = \frac{1}{R}$$

3

$$[R] = \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}}{\text{m} \cdot \text{mm}^2} = \Omega$$

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

4

$$[\rho] = \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$R = \frac{l}{\gamma \cdot A}$$

5

Leiterwiderstand

Elektrische Leitfähigkeit γ_{20} von Leiterwerkstoffen in $\text{m}/(\Omega \cdot \text{mm}^2)$ bei $\vartheta = 20^\circ\text{C}$

Kupfer	56	Silber	60
Aluminium	35	Kohle	bis 12
Gold	45	Eisen	10

Bei industrieller Fertigung sind abweichende Werte möglich.

$$[\gamma] = \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$$

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

6

$$[\Delta T] = K$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$$

7

$$[\alpha] = \frac{1}{K}$$

$$\Delta R = \alpha \cdot R_1 \cdot \Delta \vartheta$$

8

Widerstand und Temperatur

Temperaturkoeffizient α in $1/K$

Kupfer	$3,9 \cdot 10^{-3}$	Nickelin	$0,15 \cdot 10^{-3}$
Aluminium	$3,8 \cdot 10^{-3}$	Manganin	$0,02 \cdot 10^{-3}$

Die Werte gelten für eine Temperaturerhöhung ab 20°C .

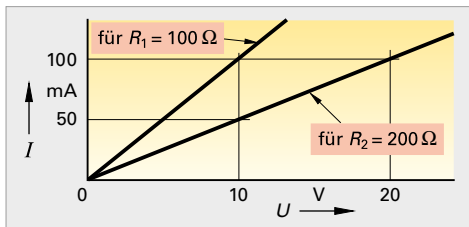
$$R_2 = R_{20} + \Delta R$$

9

$$R_2 = R_{20}(1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)$$

10

Ohm'sches Gesetz



I als Funktion von U beim linearen Widerstand

$$[I] = \frac{[U]}{[R]} = \frac{V}{\Omega} = A$$

$$I = \frac{U}{R}$$

11

An einem Ohm'schen Widerstand sind Strom und Spannung proportional:

$$I \sim U$$

12

A Leiterquerschnitt

G Leitwert

I Stromstärke

J Stromdichte

l Leiterlänge

R Widerstand (Resistance)

R_1 Widerstand bei Temperatur ϑ_1

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

R_2 Widerstand bei Temperatur ϑ_2

R_{20} Kaltwiderstand bei 20°C

ΔR Widerstandsänderung

U Spannung

ΔT Temperaturunterschied in K

nach DIN 1304, zulässig ist

auch die Angabe in $^\circ\text{C}$

$\Delta \vartheta$ Temperaturunterschied in $^\circ\text{C}$

α Temperaturkoeffizient

γ elektrische Leitfähigkeit (Gamma)

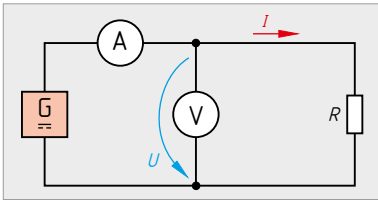
γ_{20} elektr. Leitfähigkeit bei 20°C

ϑ_1 Anfangstemperatur

ϑ_2 Endtemperatur

ρ spezifischer Widerstand (Rho)

Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad



Messung der elektrischen Leistung bei DC

Bei DC und bei AC mit Wirkwiderständen:

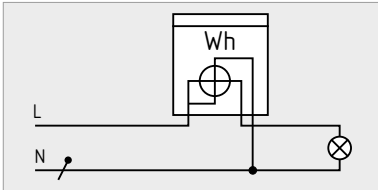
$$[P] = V \cdot A = W$$

$$P = U \cdot I$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

$$P = I^2 \cdot R$$

INFO Drehstrom und Drehstromleistungen siehe Seite 60.



Messung der elektrischen Arbeit bei DC und AC

$$[W] = V \cdot As = Ws = J = Nm$$

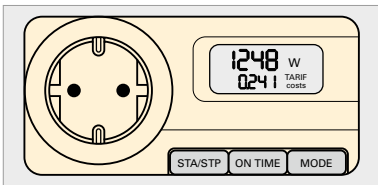
$$W = P \cdot t$$

$$W = U \cdot I \cdot t$$

$$W = U \cdot Q$$

$$[K] = \frac{\epsilon}{kWh}$$

$$K = k \cdot W$$



Energiekostenmessgerät in Betriebsart Leistung messen

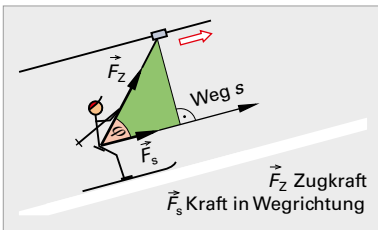
Bei der Spule:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

Beim Kondensator:

$$W = \frac{1}{2} U \cdot Q$$

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$



Kräfte bei einem Seilpflift

$$[W] = N \cdot m = Nm = J$$

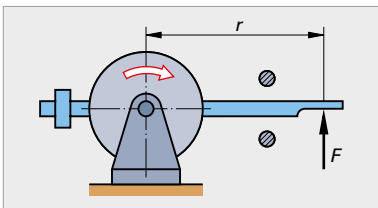
$$[P] = N \cdot m/s = W$$

$$W = F_s \cdot s$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{auf}}$$

$$F_s = F_z \cdot \cos \alpha$$

$$P = F_s \cdot \frac{s}{t}$$



Drehmomentmessung

für $\alpha = 90^\circ$:

$$[M] = N \cdot m = Nm$$

$$M = F \cdot r$$

$$M = F \cdot r \cdot \sin \alpha$$

$$[\omega] = \frac{1}{s} \quad [n] = \frac{1}{s}$$

$$\omega = 2\pi \cdot n$$

$$P = M \cdot \omega$$

$$[P] = Nm \cdot \frac{1}{s} = W$$

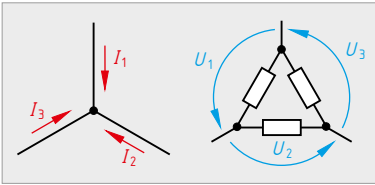
AC	Wechselstrom (alternating c.)
C	Kapazität
DC	Gleichstrom (direct current)
F	Kraft (Force)
I	Stromstärke
K	Arbeitskosten
k	Tarifikosten
L	Induktivität

M	Drehmoment (Kraftmoment)
n	Umdrehungsfrequenz (Drehzahl)
P	Leistung, allgemein (Power)
P_{ab}	Leistungsabgabe
P_{auf}	Leistungsaufnahme
Q	elektrische Ladung
R	Wirkwiderstand
r	Hebelarm

s	Weg in Kraftrichtung
t	Zeit
U	Spannung
W	Arbeit, Energie (work)
η	Wirkungsgrad
ω	Winkelgeschwindigkeit

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

Grundschaltungen mit Widerständen



Knotenregel

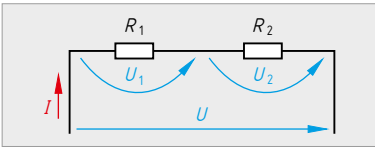
Maschenregel

1. Kirchhoff'sche Regel für n Ströme

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0$$

2. Kirchhoff'sche Regel für n Spannungen

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = 0$$



Reihenschaltung

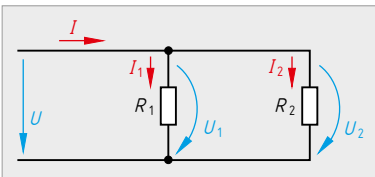
Gemeinsame Größe: Strom I

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

$$G = \frac{1}{R}$$



Parallelschaltung

Gemeinsame Größe: Spannung U

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{G_1}{G_2}$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

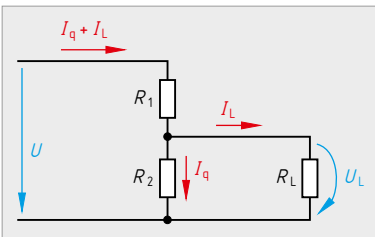
Bei 2 Widerständen:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Bei n gleichen Widerständen:

$$R = \frac{R_1}{n}$$

$$G = G_1 + G_2 + \dots + G_n$$



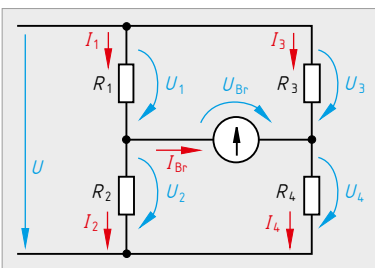
Belasteter Spannungsteiler

$$q = \frac{I_q}{I_L}$$

$$R_{2L} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}$$

$$q = \frac{R_L}{R_2}$$

$$U_L = \frac{R_{2L}}{R_1 + R_{2L}} \cdot U$$



Brückenschaltung

$$U_{Br} = U_2 - U_4$$

Abgleichbedingung für $U_{Br} = 0 \text{ V}$ und $I_{Br} = 0 \text{ A}$:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

Bei Messgerät ($R_i = \infty$; $I_{Br} = 0$):

$$U_{Br} = U \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

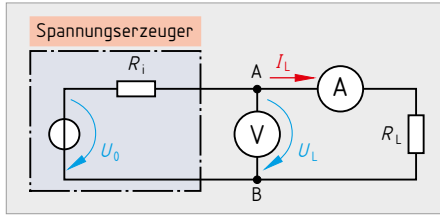
G Leitwert, Gesamtleitwert
 G_1, G_2, \dots Leitwerte
 I Stromstärke
 I_1, I_2, \dots Teilstromstärken
 I_{Br} Brückenstrom
 I_L Laststrom
 I_q Querstrom

n ganze Zahl 1, 2, 3, ...
 q Querstromverhältnis
 R Widerstand, Gesamtwiderstand
 R_1, R_2, \dots Widerstände
 R_{2L} Ersatzwiderstand aus R_2 und R_L

R_L Lastwiderstand
 U Spannung
 U_1, U_2, \dots Teilspannungen
 U_{Br} Brückenspannung
 U_L Lastspannung

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

Spannungszeuger mit Last



$$U_0 = U_L + I_L \cdot R_i \quad 1$$

$$R_i = \frac{U_0 - U_L}{I_L} \quad 2$$

Bei Leerlauf ($R_L = \infty$):

$$U_L = U_0 \quad 3$$

Bei Kurzschluss: ($R_L = 0$)

$$I_k = \frac{U_0}{R_i} \quad 4$$

Bei Leistungsanpassung:

$$R_L = R_i \quad 5$$

$$U_L = \frac{U_0}{2} \quad 6$$

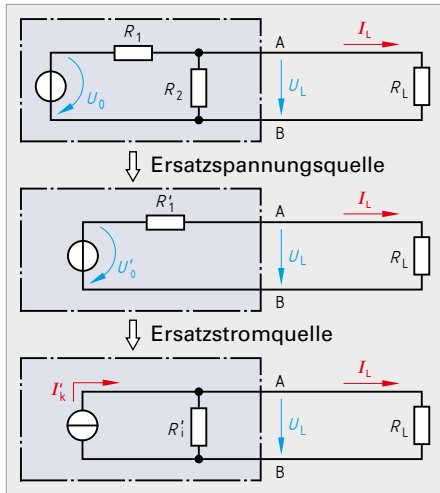
$$I_L = \frac{I_k}{2} \quad 7$$

$$P_{\max} = \frac{U_0^2}{4 \cdot R_i} \quad 8$$

Bei Spannungsanpassung:
 $R_L \gg R_i \Rightarrow U_L \approx U_0$

Bei Stromanpassung:
 $R_L \ll R_i \Rightarrow I_L \approx I_k$

Ersatzquellen eines Spannungsteilers



U'_0 : Ersatzursprungsspannung. Ist die Lastspannung bei **Leerlauf**.

R'_i : Ersatzinnenwiderstand. Ist der Widerstand des Netzwerkes zwischen den Anschlüssen A und B ohne Lastwiderstand, wenn alle Spannungen kurzgeschlossen sind.

I'_k : Ersatzkurzschlussstrom. Ist der Laststrom bei **Kurzschluss**.

Von den drei Größen müssen zwei bestimmt werden. Die dritte Größe kann berechnet werden:

$$U'_0 = I'_k \cdot R'_i \quad 9$$

Bei Ersatzspannungsquelle:

$$\frac{U_L}{U'_0} = \frac{R_L}{R'_i + R_L} \quad 10$$

Bei Ersatzstromquelle:

$$\frac{I_L}{I'_k} = \frac{R'_i}{R'_i + R_L} \quad 11$$

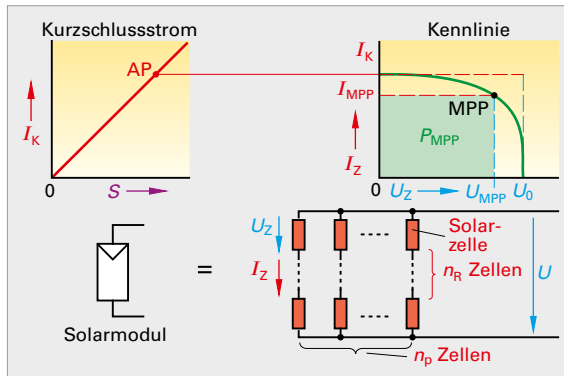
Der Spannungsteiler und die beiden Ersatzquellen haben alle rechts von den Klemmen A und B dasselbe Lastverhalten.

Beim Spannungsteiler:

$$U'_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_0 \quad 12$$

$$I'_k = \frac{U_0}{R_1} \quad 13$$

$$R'_i = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad 14$$



$$I_k \sim S \quad 15$$

$$P_{MPP} = U_{MPP} \cdot I_{MPP} \quad 16$$

$$FF = \frac{P_{MPP}}{U_0 \cdot I_k} \quad 17$$

$$P_{st} = S \cdot A \quad 18$$

$$\eta = \frac{P_{MPP}}{P_{st}} \quad 19$$

$$U = n_R \cdot U_z \quad 20$$

$$I = n_p \cdot I_z \quad 21$$

A wirksame Solarfläche in m^2

FF Füllfaktor

I'_k Ersatzkurzschlussstrom

I_k Kurzschlussstrom

I_L Laststrom

I_z Zellenstrom

n_p Anzahl parallel

n_R Anzahl in Reihe

P elektrische Leistung

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

P_L Leistungsabgabe

P_{\max} größte Leistungsabgabe

P_{st} Bestrahlungsleistung in W

Q Wärme

R_i Innenwiderstand

R'_i Ersatzinnenwiderstand

S Bestrahlungsstärke in W/m^2

U Modulspannung

U_0 Ursprungsspannung

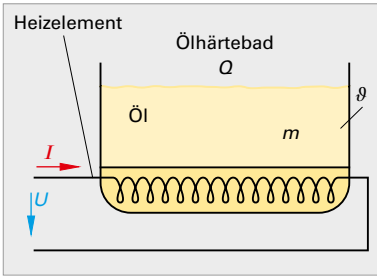
U'_0 Ersatzleerlaufspannung

U_z Zellenspannung

ϑ_U Umgebungstemperatur

η Wirkungsgrad

MPP maximaler Leistungspunkt eines Solarmoduls (maximum power point)



Erwärmung von Öl

spezifische Wärmekapazität	
Material	c
Aluminium	0,94 kJ/(kg · K)
Kupfer	0,39 kJ/(kg · K)
Stahl	0,46 kJ/(kg · K)
Wasser	4,19 kJ/(kg · K)
Öl	0,90 kJ/(kg · K)

$$\vartheta = \left(\frac{T}{K} - 273 \right) ^\circ C \quad 1$$

$$\vartheta = \frac{5}{9} \left(\frac{\vartheta_F}{^\circ F} - 32 \right) ^\circ C \quad 2$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta \vartheta \quad 3$$

$$C = m \cdot c \quad 4$$

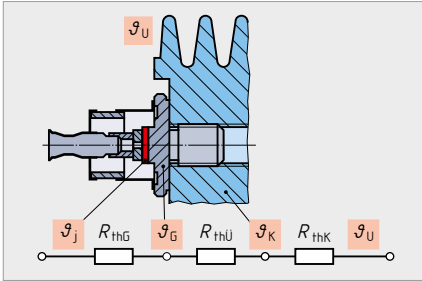
ohne Wärmeverluste: mit Wärmeverlusten:

$$P = U \cdot I \quad 5$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 \quad 6$$

$$Q = P \cdot t \quad 7$$

$$Q = \zeta \cdot P \cdot t \quad 8$$



Wärmewiderstände

$$[R_{th}] = \frac{K}{W}$$

$$[C] = \frac{J}{K}$$

$$[c] = \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

$$[Q] = Ws = J$$

$$R_{th} = R_{thG} + R_{thÜ} + R_{thK} \quad 9$$

$$R_{th} = \frac{\vartheta_j - \vartheta_U}{P_V} \quad 10$$

$$R_{thÜ} + R_{thK} = \frac{\vartheta_G - \vartheta_U}{P_V} \quad 11$$

$$R_{thG} = \frac{\vartheta_j - \vartheta_G}{P_V} \quad 12$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_j - \vartheta_U \quad 13$$

$$C = \frac{Q}{\Delta \vartheta} \quad 14$$

$$\Delta \vartheta = \frac{Q}{m \cdot c} \quad 15$$

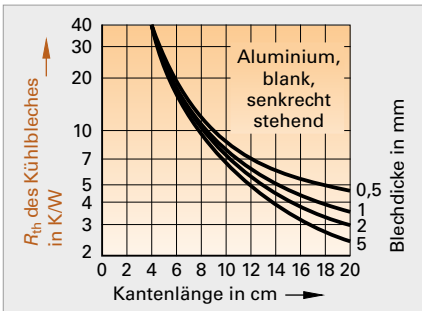
$$\Delta \vartheta_{min} = P_{tot} \cdot R_{th} \quad 16$$

R_{thK} des auszuwählenden Kühlkörpers:

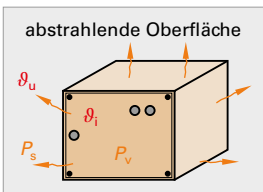
$$R_{thK,max} = \frac{\Delta \vartheta}{P_{tot}} - R_{thÜ} - R_{thG} \quad 17$$

zulässige Temperatur ϑ_j bei gewähltem R_{thK} :

$$\vartheta_{j,max} = P_{tot} \cdot (R_{thG} + R_{thÜ} + R_{thK}) + \vartheta_U \quad 18$$



Wärmewiderstand quadratischer Alubleche



geschlossener Schaltchrank

Metall	U
Stahl	5,5 W/m²K
Alu/Zink	2,5 W/m²K

$$P_{EK} = P_V - P_S \quad 19$$

$$P_S = U \cdot A \cdot \Delta \vartheta \quad 20$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_i - \vartheta_U \quad 21$$

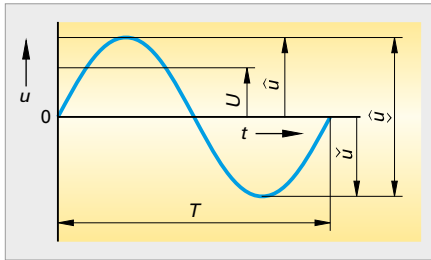
$$\Delta \vartheta_{max} = \frac{P_V}{U \cdot A} \quad 22$$

- A abstrahlende Oberfläche
- C Wärmekapazität
- c spezifische Wärmekapazität
- I Strom
- m Masse
- P Leistung
- P_{EK} erforderliche Kühlleistung
- P_S Strahlungsleistung
- P_{tot} maximale Verlustleistung
- P_V Verlustleistung

- Q Wärme
- R_{th} Ersatzwärmewiderstand
- R_{thG} innerer Wärmewiderstand
- R_{thK} Wärmewiderstand Kühlkörper
- $R_{thÜ}$ Übergangswärmewiderstand
- t Zeit
- T absolute Temperatur
- U Spannung
- U Wärmedurchgangskoeffizient
- $\Delta \vartheta$ Temperaturunterschied

- ϑ_1 Anfangstemperatur
- ϑ_2 Endtemperatur
- ϑ_F Temperatur in Fahrenheit
- ϑ_i Innentemperatur
- ϑ_j Sperrschichttemperatur
- ϑ_U Umgebungstemperatur
- ζ Wärmenutzungsgrad (Zeta)

Wechselgrößen



Wechselspannung

$$[f] = \frac{1}{s} = \text{Hz}$$

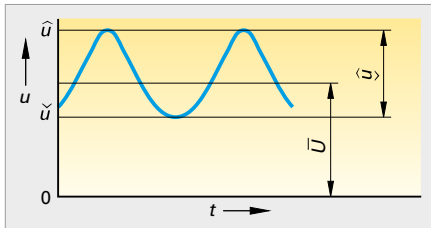
$$[\lambda] = \frac{m}{\frac{1}{s}} = m$$

$$f = \frac{1}{T}$$

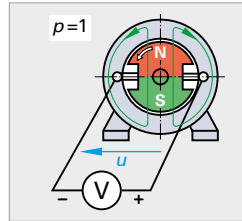
$$\lambda = \frac{c}{f}$$

Für elektromagnetische Wellen und Licht gilt

- im Vakuum, in Luft:
 $c \approx 300000 \text{ km/s}$
- im Leiter, z. B. in Cu, Al:
 $c \approx 240000 \text{ km/s}$



Mischspannung



Beim Maschinengenerator:

$$[n] = \frac{1}{s}; [f] = \frac{1}{s} = \text{Hz}$$

Bei Sinusform:

$$[\omega] = \frac{1}{s} \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\hat{u} = \sqrt{2} \cdot U$$

$$f = p \cdot n$$

$$\hat{i} = \sqrt{2} \cdot I$$

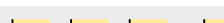
Bei unsymm. und symm. Schwingungsformen:

$$\hat{u} = \hat{u} - \check{u}$$

$$\hat{i} = \hat{i} - \check{i}$$

$$\hat{u} = F_c \cdot U$$

$$\hat{i} = F_c \cdot I$$

Signalform				
Crestfaktor F_c	$\sqrt{2}$ $\approx 1,41$	$\sqrt{3}$ $\approx 1,73$	1	$\sqrt{\frac{T}{t_i}}$

Integrale¹⁾ Schreibweise

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

Bei symmetrischen Schwingungsformen:

$$\hat{u} = 2 \cdot \check{u}$$

$$\hat{i} = 2 \cdot \check{i}$$

Bei Sinusform:

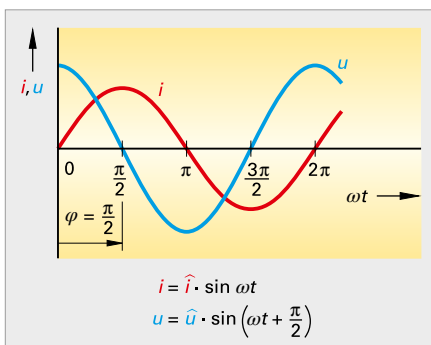
$$u = \hat{u} \cdot \sin \omega t$$

$$i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$$

Bei Sinusformen mit Phasenverschiebung:

$$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i = \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$



Sinusgrößen mit Phasenverschiebung

c Ausbreitungsgeschwindigkeit
 F_c Crestfaktor, Scheitelfaktor
 f Frequenz
 n Drehzahl, Umdrehungsfrequenz
 p Polpaarzahl
 T Periodendauer
 t Zeit

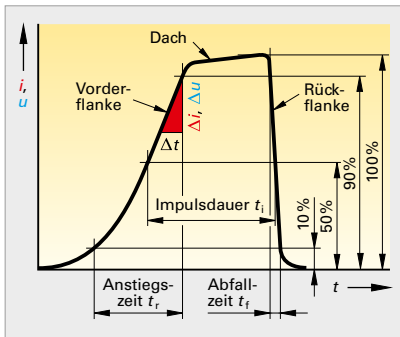
U, I Effektivwerte
 \bar{U} arithmetischer Mittelwert (Gleichspannungsanteil)
 u, i Augenblickswerte
 \hat{u}, \hat{i} Spitze-Tal-Werte
 \check{u}, \check{i} Maximalwerte, Amplituden, Scheitelwerte

\check{u}, \check{i} Minimalwerte
 φ Phasenverschiebungswinkel in rad
 λ Wellenlänge
 ω Kreisfrequenz
 ωt Winkel in der Einheit rad ($2\pi \triangleq 360^\circ$)

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

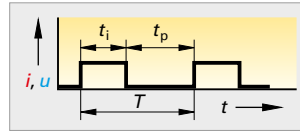
¹⁾ Integrale Seite 10

Impuls, Puls, elektrisches Feld, Ladung und Kapazität



Impuls

$$[S] = \frac{V}{s}$$



Puls

$$g = \frac{t_i}{T}$$

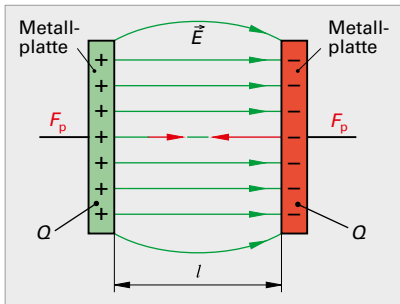
Für Spannungsimpuls:

$$S = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

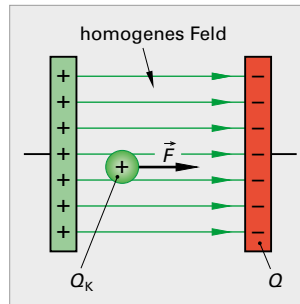
Für Rechteckpuls:

$$T = t_i + t_p$$

$$f = \frac{1}{T}$$



Elektrisches Feld



Kraftwirkung auf geladenen Körper

Im homogenen Feld:

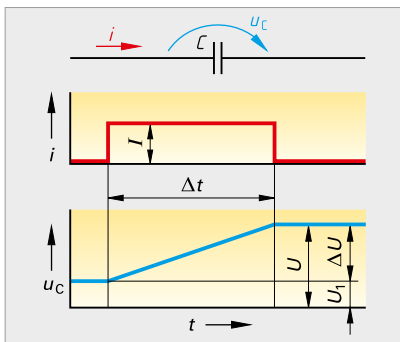
$$E = \frac{U}{l}$$

$$[E] = \frac{V}{m}$$

$$F = E \cdot Q_k$$

$$[F] = \frac{V}{m} \cdot As = \frac{Ws}{m} = N$$

$$F_p = \frac{Q^2}{2 \cdot \epsilon \cdot A}$$



Laden des Kondensators mit einem Konstantstrom

$$[I] = F \cdot \frac{V}{s} = \frac{As}{V} \cdot \frac{V}{s} = A$$

$$[\Delta Q] = A \cdot s = As = C$$

C von Coulomb

$$\Delta Q = C \cdot \Delta U$$

Bei I = konstant:

$$I = C \cdot \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$$\Delta Q = I \cdot \Delta t$$

$$U = U_1 + \Delta U$$

C Kapazität

E elektrische Feldstärke

F Kraft auf einen geladenen Körper

F_p Anziehungskraft der Platten

f Pulsfrequenz

g Tastgrad

I Stromstärke

l Abstand der geladenen Platten

Q elektrische Ladung

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

Q_k Ladung des Körpers

S Flankensteilheit, Spannungsanstiegsgeschwindigkeit

T Pulsperiodendauer

U Spannung

ΔQ Änderung der elektrischen Ladung

Δt Zeit, in der die Spannungsänderung erfolgt

ΔU Spannungsänderung

t_i Impulsdauer

t_p Pausendauer

t_r Anstiegszeit

t_f Abfallzeit

U_1 Spannung bei Ladungsbeginn