

## Wichtige Normen

Inhalt, gekürzter Titel	Nummer	Inhalt, gekürzter Titel	Nummer
<b>Mathematik, Physik, IT-Technik</b>			
Allgemeine mathematische Zeichen und Begriffe	DIN 1302	Benummerung von Texten	DIN 1421
Einheiten (Einheitenname, Einheitenzeichen)	DIN 1301	Beschriftung	DIN 6776
Einheiten elektrischer Größen	DIN 1357	Darstellungen in Normalprojektion	DIN ISO 5456
Einheiten magnetischer Größen	DIN 1339	Dokumente der Elektrotechnik	DIN EN 61082
Formelschreibweise	DIN 1338	Gestaltung von Manuskripten	DIN 1422
Formelzeichen	DIN 1304	Grafische Darstellung	DIN 461
Formelzeichen Akustik	DIN 1332	Grafische Symbole der Prozessleittechnik	DIN 19277
Fourier-Transformation	DIN 5487	Grafische Symbole für Schaltpläne	DIN EN 60617
Größen und Einheiten der IT-Technik	DIN EN 80000-13	Teil 2: Symbolelemente	DIN EN 60617
Komplexe Größen	DIN 5475	Teil 3: Leiter und Verbinder	DIN EN 60617
Lautstärkepegel	DIN 1318	Teil 4: Passive Bauelemente	DIN EN 60617
Logarithmische Größen und Einheiten	DIN 5493	Teil 5: Halbleiter und Elektronenröhren	DIN EN 60617
Physikalische Größen und Gleichungen	DIN 1313	Teil 6: Erzeugung und Umwandlung elektrischer Energie	DIN EN 60617
Richtungssinn und Vorzeichen in der Elektrotechnik	DIN 5489	Teil 7: Schalt- und Schutzeinrichtungen	DIN EN 60617
Strahlungsphysik, Lichttechnik	DIN 5031	Teil 8: Mess-, Melde-, Signal-einrichtungen	DIN EN 60617
Übertragungsfaktor, Pegel	DIN 40148	Teil 9: Vermittlungs- und Endeinrichtungen	DIN EN 60617
Winkel	DIN 1315	Teil 10: Übertragungseinrichtungen	DIN EN 60617
Zahlenangaben	DIN 1333	Teil 11: Installationspläne	DIN EN 60617
Zeichen der mathematischen Logik	DIN 5474	Teil 12: Binäre Elemente	DIN EN 60617
Zeichen der Schaltalgebra	DIN 66000	Teil 13: Symbole für analoge Elemente	DIN EN 60617
Zeitabhängige Größen	DIN 5483	Maßeintragung	DIN 406
<b>Messen</b>			
Anzeigende Messgeräte	DIN 43780	Kennzeichnungssystematik für technische Produkte	DIN 6779
Bestimmungen für elektrische Messgeräte	DIN VDE 0410	Schraffuren	DIN 201
Bestimmungen für Messwandler	DIN VDE 0414	Schreibweise von Matrizen	DIN 5486
Durchgangsprüfgeräte	DIN VDE 0403	Titelangaben von Schrifttum	DIN 1505
Eigenschaften von Oszilloskopen	IEC 351		
Geräte zum Prüfen der Schutzmaßnahmen	DIN VDE 0413		
Messtechnik	DIN 1319		
Schallpegelmesser	IEC 651		
Skalen von Messgeräten	DIN 43802		
<b>Werkstoffe und Gehäuse</b>			
Begriffe für NC-Maschinen	DIN 66257	Dauermagnetwerkstoffe	DIN 17410
Benennung und Einstellung von Reglern	DIN 19225	Elektroblech und Elektroband	DIN 46400
Bestimmungen für elektronische Messgeräte und Regler	DIN VDE 0411	Gehäuse für Halbleiterbauelemente	DIN 41868
Bildzeichen	DIN 40101	Gehäuse für Halbleiterbauelemente	DIN 41869
Bildzeichen für NC-Werkzeugmaschinen	DIN 55003	Gehäuse für Halbleiterbauelemente	DIN 41873
CLDATA	DIN 66215	Gehäuse für Halbleiterbauelemente	DIN 41876
Programmaufbau für NC-Maschinen	DIN 66025	Hartlote	DIN 8513
Regelungstechnik und Steuerungstechnik	DIN 19226	Magnetische Werkstoffe für Übertrager	DIN 41301
Speicherprogrammierbare Steuerungen	DIN EN 61131	Weichlote	DIN 1707
Steuerungstechnik (Begriffe)	DIN 19237	Widerstandswerkstoffe	DIN 17471
<b>Weitere Normen</b>			
Bau von Freileitungen bis 1000V	DIN VDE 0211	Akkumulatoren und Batterie-Anlagen	DIN VDE 0510
Bau von Freileitungen über 1kV	DIN VDE 0210	Akustik	DIN 1320
Betrieb von Starkstromanlagen	DIN VDE 0105	Betriebsmittelkennzeichnung in Schaltplänen der Elektrotechnik	DIN EN 61346-2
Elektronische Betriebsmittel in Starkstromanlagen	DIN VDE 0160	Begriffe der Nachrichtenübertragung	DIN 40146
Errichten von Starkstromanlagen	DIN VDE 0100	Fluidtechnische Systeme	DIN ISO 1219
Starkstromanlagen in medizinisch genutzten Räumen	DIN VDE 0107	Galvanische Primärelemente	DIN 40827
Starkstromanlagen über 1kV	DIN VDE 0101	Primärbatterien	IEC 86
		Qualitätssicherung	DIN ISO 9000
		Überspannungsschutzgeräte	DIN VDE 0675
		Umweltmanagement-Systeme	DIN ISO 14001
		Wärmebedarf von Gebäuden	DIN 4701



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für elektrotechnische und  
elektronische Berufe

# Formeln für Elektronik und IT

**für berufliche Schulen (Technische Gymnasien,  
Fachschulen, Fachoberschulen, Berufskollegs,  
Berufsschulen)**

**16. Auflage**

Ihre Meinung zum Buch interessiert uns!

Teilen Sie uns Ihre Verbesserungsvorschläge, Ihre Kritik, aber auch Ihre Zustimmung zum Buch mit. Schreiben Sie uns an die E-Mail-Adresse: [lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de)

Die Autoren und der Verlag Europa-Lehrmittel

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 3334X**

Autoren von »Formeln für Elektronik und IT«

Horst Bumiller	Freudenstadt
Monika Burgmaier	Durbach
Bernhard Grimm	Leonberg
Jörg A. Oestreich	Schwäbisch Hall
Bernd Schiemann	Durbach

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Bernd Schiemann, Durbach

ISBN 978-3-7585-3265-8

16. Auflage 2024

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2024 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
[www.europa-lehrmittel.de](http://www.europa-lehrmittel.de)

Satz & Layout: Grafische Produktionen Neumann, 97222 Rimpar, [www.gp-neumann.de](http://www.gp-neumann.de)

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagotos: Adobe Systems Software, Ireland Ltd., Adobe Stock, Dublin: © Jürgen Fälchle, coopererr

Druck: Plump Druck & Medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

## Inhaltsverzeichnis

### Mathematische und physikalische Grundlagen M

Mathematische Zeichen, Griechisches Alphabet, Vorsätze . . . . .	4
Rechenoperationen . . . . .	5
Längen, Flächen . . . . .	6
Massen, Übersetzungen . . . . .	7
Geschwindigkeiten, Quadratische Gleichungen, Funktionen, Reihen . . . . .	8
Trigonometrische Funktionen . . . . .	9
Exponentialfunktionen, Differenzieren und Integrieren .	10
Differenzieren und Integrieren in der Elektrotechnik . . . . .	11
Komplexe Rechnung . . . . .	12
Elektrotechnische Grundgrößen . . . . .	13

### Elektrotechnische Grundlagen E

Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad . . . . .	14
Grundschaltungen mit Widerständen . . . . .	15
Spannungserzeuger, Anpassung, Ersatzquellen, Solarmodul . . . . .	16
Wärme, Kühlung . . . . .	17
Wechselgrößen . . . . .	18
Impuls, Puls, elektrisches Feld, Ladung und Kapazität .	19
Kondensator, elektrische Flussdichte, Schaltungen, Blindwiderstand . . . . .	20
Kondensator, Elektromagnetismus . . . . .	21
Spule, magnetisches Feld . . . . .	22
Reihenschaltungen von R, L und C . . . . .	23
Parallelschaltungen von R, L und C . . . . .	24
Äquivalenz von Reihen- und Parallelschaltung, Schwingkreise . . . . .	25
RC- und RL-Siebschaltungen . . . . .	26
Schaltungen mit Blindwiderständen . . . . .	27

### Digitaltechnik D

Gleichrichtung, Glättung, Siebung . . . . .	28
Speicher, Zahlensysteme . . . . .	29
Binäre Verknüpfungsglieder . . . . .	30
Schaltalgebra . . . . .	31
Minimieren und Realisieren von Schaltfunktionen .	32
Bistabile Kippglieder . . . . .	33
Synchrone Zähler, Frequenzteiler . . . . .	34
Frequenzteiler, Schieberegister . . . . .	35
Rechnen mit Dualzahlen . . . . .	36
Lastfaktoren, Entscheidungsgehalt, Pulsmodulation	37

### Verstärker und Schaltungen mit Verstärkern V

Arbeitspunkteinstellungen . . . . .	38
Emitterschaltung, Kollektorschaltung, Kopplungskondensatoren . . . . .	39
Verstärker mit Feldeffektransistoren . . . . .	40
Differenzverstärker, Operationsverstärker . . . . .	41
Beschaltete Operationsverstärker . . . . .	42
Sensorkennlinien, Einheitssignale, Messschaltungen für Temperatur . . . . .	43
Großsignalverstärker . . . . .	44

Stabilisierungsschaltungen . . . . .	45
Spannungsstabilisierung, Spannungsregler . . . . .	46
Lineare Spannungsregelung . . . . .	47
Rückkopplung, Oszillatoren . . . . .	48
Kippschaltungen . . . . .	49

### Übertragung von Signalen Ü

Pulsweitenmodulation (PWM) . . . . .	50
Übertragungsgrößen, Pegel, Dämpfung . . . . .	51
Signalabtastung, serielle Datenübertragung . . . . .	52
Datenübertragung . . . . .	53
LAN-Verkabelung . . . . .	54
IP-Adressen und Subnetting . . . . .	55
Licht, Glasfaserleiter (LWL) . . . . .	56

### Leistungselektronik L

Elektronische Schalter, gesteuerte Stromrichter . . . . .	57
Kraft, Drehmoment, Leistungsbedarf . . . . .	58
Antriebe mit Elektromotoren . . . . .	59
Drehstrom, Drehstromleistung . . . . .	60
Drehfeld, Synchronmaschinen . . . . .	61
Leitungsarten . . . . .	62
Leitungsberechnung . . . . .	63
Umrechnungsfaktoren der Strombelastbarkeit von Leitern . . . . .	64
Strombelastbarkeit bei Umgebungstemperatur $\vartheta_U = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ . . . . .	65
Messverfahren . . . . .	66
Unterbrechungsfreie Stromversorgung USV . . . . .	67
Messungen mit dem Oszilloskop . . . . .	68
Analoge stetige Regelglieder . . . . .	69
Grafische Ermittlung der Systemparameter aus Regelstrecken . . . . .	70
Reglerentwurf . . . . .	71
Digitale Regelungstechnik mit dem Computer . . . . .	72

### Audio- und Videotechnik, Tabellen

AV

Frequenzweichen, Schall . . . . .	73
Breitband-Kommunikationsanlagen, Satelliten-Empfangsanlagen . . . . .	74
Qualitätsmanagement . . . . .	75
Kostenrechnung . . . . .	76
Schaltzeichen der Elektrotechnik mit Betriebsmittelkennzeichnungen 1 . . . . .	77
Schaltzeichen der Elektrotechnik mit Betriebsmittelkennzeichnungen 2 . . . . .	78
Schaltzeichen für die kombinatorische Digitaltechnik .	79
Schaltzeichen für die sequentielle Digitaltechnik .	80
Betriebsmittelkennzeichnung in Schaltplänen der Elektrotechnik DIN EN 81 346-2 (Kennbuchstaben der Objekte) . . . . .	81
Verwendete Formelzeichen . . . . .	82
Größen und Einheiten . . . . .	83
Wichtige Normen . . . . .	85
Sachwortverzeichnis . . . . .	86

# Mathematische Zeichen, Griechisches Alphabet, Vorsätze

M

## Mathematische Zeichen

Nach DIN 1302

Zeichen	Bedeutung
=	gleich
≠	nicht gleich, ungleich
≈	nahezu gleich, etwa
~	proportional, ähnlich
△	entspricht
<	kleiner als
>	größer als
≤	kleiner oder gleich, höchstens gleich
≥	größer oder gleich, mindestens gleich
»	sehr viel größer als
«	sehr viel kleiner als
∞	unendlich
...	bis, z.B. 3 ... 7
Δ	Differenz, z.B. $\Delta I = I_1 - I_2$
Σ	Summe, z.B. $\Sigma I = I_1 + I_2 + \dots$
±	plus oder minus
∨	oder, z.B. $a \vee b$ (Schaltalgebra)
∧	und, z. B. $a \wedge b$ (Schaltalgebra)
¬	nicht, z.B. $\bar{a}$ (Schaltalgebra)
↔	xor, z.B. $a \leftrightarrow b$
( ) [ ] { } < >	Klammer rund, eckig, geschweift, spitz
	parallel
⊥	rechteckig zu, senkrecht auf
≅	kongruent
∠	Winkel
AB	Strecke AB
i oder j	$\sqrt{-1} = \pm j$ imaginäre Einheit
π	Pi, Kreiszahl = 3,141 59...
e	natürliche (Euler'sche) Zahl = 2,71828 ...
f(x)	f von x, Funktion der Veränderlichen x
∫	Integral
log	Logarithmus, allgemein
lg	Zehnerlogarithmus
In	natürlicher Logarithmus zur Basis e
lb	Zweierlogarithmus
⇒	daraus folgt
↔	äquivalent, z.B. $a \Leftrightarrow b$
→	Zeichen für Vektoren, z. B. $\vec{a}$

## Griechisches Alphabet

Buchstabe	Name	Buchstabe	Name
A α	Alpha	N ν	Ny „Nü“
B β	Beta	Ξ ξ	Xi „Xsi“
Γ γ	Gamma	O ο	Omikron
Δ δ	Delta	Π π, ϖ	Pi
E ε	Epsilon	P ρ, ρ	Rho
Z ζ	Zeta	Σ σ, ξ	Sigma
H η	Eta	T τ	Tau
Θ θ	Theta	Υ υ	Ypsilon
I ι	Jota	Φ φ	Phi
K κ, ς	Kappa	X χ	Chi
Λ λ	Lambda	Ψ ψ	Psi
M μ	My „Mü“	Ω ω	Omega

Links Großbuchstabe, daneben Kleinbuchstabe, teils mit alternativer Darstellung

## Vorsätze zu Einheiten, Vorsatzzeichen, Bedeutung (Faktor)

Vorsatz	Vorsatzzeichen	Zehnerpotenz
Yotta	Y	$10^{24}$
Zetta	Z	$10^{21}$
Exa	E	$10^{18}$
Peta	P	$10^{15}$
Tera	T	$10^{12}$
Giga	G	$10^9$
Mega	M	$10^6$
Kilo	k	$10^3$
Dezi	d	$10^{-1}$
Zenti	c	$10^{-2}$
Milli	m	$10^{-3}$
Mikro	μ	$10^{-6}$
Nano	n	$10^{-9}$
Piko	p	$10^{-12}$
Femto	f	$10^{-15}$
Atto	a	$10^{-18}$
Zepto	z	$10^{-21}$
Yokto	y	$10^{-24}$

Zur Vermeidung von Verwechslungen von Vorsatz m (Milli) mit Einheit m (Meter) wird die Einheit m (Meter) stets an das Ende gesetzt. Die Abkürzung Am bedeutet also Ampere mal Meter, mA bedeutet Milliampere.

## Rechenoperationen

### Grundgesetze

Vorzeichenregeln:

$$+ \cdot + = + \quad | \quad + \cdot - = - \quad | \quad - \cdot - = +$$

1

$$+ : + = + \quad | \quad + : - = - \quad | \quad - : - = +$$

2

Kommutativgesetze:

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Assoziativgesetze:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

4

Distributivgesetze:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

5

### Addition und Subtraktion:

Bei ungleichnamigen Brüchen:

Nenner gleichnamig machen  
(Hauptnenner bilden), danach  
Zähler addieren bzw. subtrahieren

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad + bc}{cd}$$

### Multiplikation:

Bruch mit Bruch:

Zähler mal Zähler, Nenner mal  
Nenner

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

### Division:

Bruch durch Bruch:

Zählerbruch mal Kehrwert des  
Nennerbruches

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

8

### Potenzen, Wurzeln

$$10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}$$

$$(10^a)^b = 10^{ab}$$

$$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$$

9

10

11

$$10^a : 10^b = \frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$$

12

$$\sqrt[b]{10^a} = 10^{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

13

14

### Logarithmiergesetze

$$\log_a(c \cdot d) = \log_a c + \log_a d$$

$$\log_a(c^m) = m \cdot \log_a c$$

Umformungen:

$$\lg x = \frac{\lg x}{\lg 2}$$

$$\log_a \frac{c}{d} = \log_a c - \log_a d$$

$$\log_a \sqrt[n]{c} = \frac{1}{n} \cdot \log_a c$$

$$\lg x = 3,3219 \cdot \lg x$$

18

19

17

$$l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A}$$

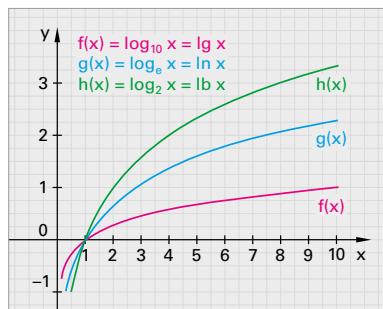
$$l_{10}$$

$$\lg x = \frac{\ln x}{\ln 2}$$

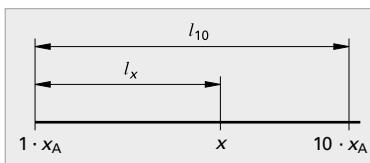
20

21

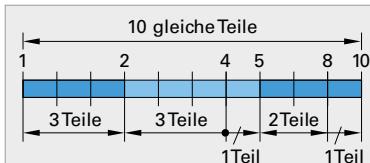
21



Logarithmen



Logarithmische Teilung einer Dekade



Maßstab zum Zeichnen

x	lg x	x	lg x
1	0	10	1
2	0,3	20	1,3
3	0,48	30	1,48
4	0,6	40	1,6
5	0,7	50	1,7
6	0,78	100	2
7	0,85	200	2,3
8	0,9	500	2,7
9	0,95	1000	3
10	1	2000	3,3

Werte für den  
Zeichenmaßstab

$a, b, c, d$  reelle Zahlen  
 $e$  Euler'sche Zahl (2,718...)

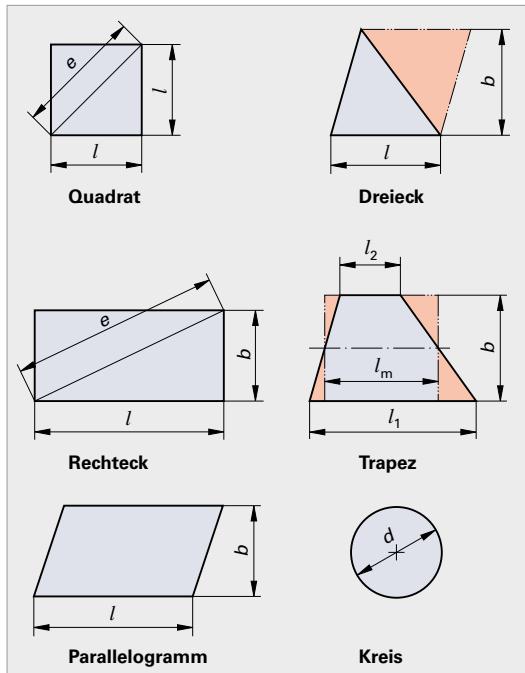
Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

lg Zweierlogarithmus  
lg Zehnerlogarithmus

ln natürlicher Logarithmus  
 $\log_a$  Logarithmus zur Basis  $a$

# Längen, Flächen

## Rechtecke, Kreis, Pythagoras



Beim Quadrat:

$$e = \sqrt{2} \cdot l \quad 1$$

$$A = l^2 \quad 2$$

Beim Rechteck:

$$e = \sqrt{l^2 + b^2} \quad 3$$

$$A = l \cdot b \quad 4$$

Beim Parallelogramm:

$$A = l \cdot b \quad 5$$

Beim Dreieck:

$$\text{Umfang} = \text{Summe der Seiten} \quad 6$$

$$A = \frac{l \cdot b}{2} \quad 7$$

Beim Trapez:

$$\text{Umfang} = \text{Summe der Seiten} \quad 8$$

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2} \quad 9$$

$$A = l_m \cdot b \quad 10$$

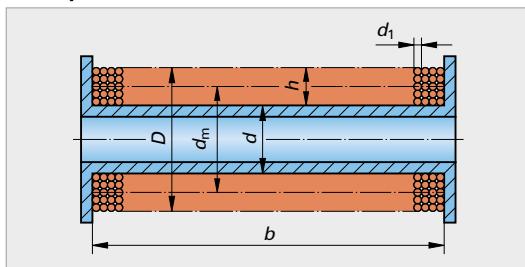
Beim Kreis:

$$u = \pi \cdot d \quad 11$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad 12$$

$$A = 0,785 \cdot d^2 \quad 13$$

## Rundspule



$$d_m = \frac{D + d}{2} \quad 14$$

$$l \approx \pi \cdot d_m \cdot N \quad 15$$

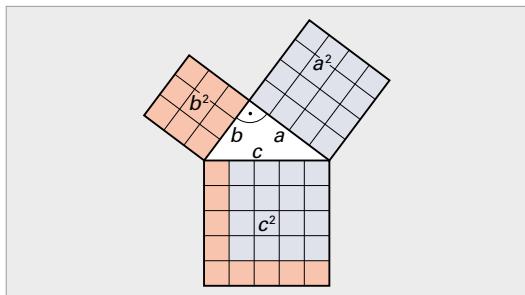
$$z \approx \frac{h}{d_1} \quad 16$$

$$N \approx N_1 \cdot z \quad 17$$

$$h = \frac{D - d}{2}$$

$$N_1 = \frac{b}{d_1}$$

## Lehrsatz des Pythagoras



$$u = a + b + c \quad 18$$

Hypotenuse-  
quadrat

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad 19$$

Im rechtwinkligen Dreieck ist die Fläche des Hypotenusequadrates so groß wie die Summe der Flächen der Kathetenquadrate.

Kathete  $a$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} \quad 20$$

Kathete  $b$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} \quad 21$$

Hypotenuse  $c$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad 22$$

$A$  Fläche (Area)

$a$  Kathete

$b$  Kathete, Breite

$c$  Hypotenuse

$D$  Durchmesser der Spule

$d_1$  Drahtdurchmesser

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

$d$  Durchmesser des Spulenköpfers,  
Kreisdurchmesser

$d_m$  mittlerer Windungsdurchmesser

$e$  Eckenmaß, Diagonale

$h$  Höhe, Wicklungshöhe

$l$  Länge, Drahtlänge

$l_m$  mittlere Länge

$N$  Windanzahl

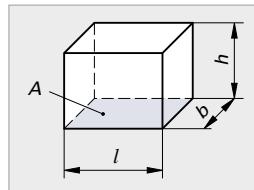
$N_1$  Windanzahl je Lage

$u$  Umfang

$z$  Lagenzahl

## Massen, Übersetzungen

### Rauminhalte, Oberflächen, Masse



Prisma

Gleich dicke Körper:

Beim Prisma:

Oberfläche = Summe aller Seitenflächen

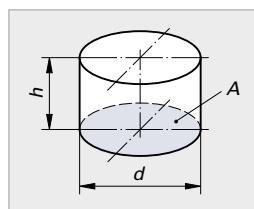
$$V = A \cdot h$$

1

$$A_O = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

2

$$A_O = 2 \cdot A + A_M$$



Zylinder

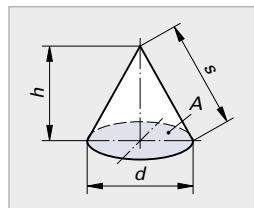
Oberfläche = Grundfläche + Deckfläche  
+ Mantelfläche

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

$$A_O = \frac{\pi \cdot d^2}{2} + \pi + d \cdot h$$

3



Kegel

Beim Kegel:

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A_M = \frac{\pi \cdot d \cdot s}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$$

4

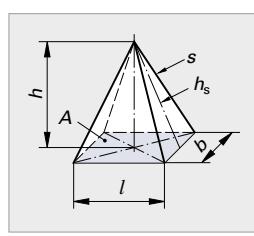
$$A_O = A + A_M$$

$$A_O = \frac{\pi}{2} \cdot \left( \frac{d^2}{2} + d \cdot s \right)$$

5

$$A_O = b \cdot \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{4}} + l \cdot \sqrt{h^2 + \frac{b^2}{4}}$$

6



Pyramide

Kugel:

$$A_O = \pi \cdot d^2$$

7

$$V = \frac{\pi}{6} \cdot d^3$$

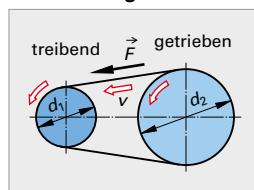
8

Masse = Dichte  $\times$  Volumen

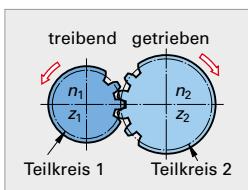
$$m = \rho \cdot V$$

9

### Übersetzungen



Riementrieb



Zahnradtrieb

$$d_1 \cdot n_1 = d_2 \cdot n_2$$

10

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

11

$$z_1 \cdot n_1 = z_2 \cdot n_2$$

12

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

13

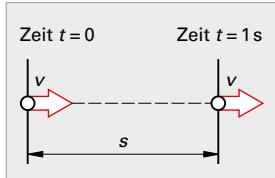
$A$	Fläche, Grundfläche, Deckfläche
$A_M$	Mantelfläche
$A_O$	Oberfläche
$b$	Breite
$d_1, d_2$	Durchmesser der Räder
$h$	Höhe

$h_s$	Seitenhöhe
$i$	Übersetzungsverhältnis
$l$	Länge
$m$	Masse
$n_1, n_2$	Umdrehungsfrequenzen (Drehzahlen)
$s$	Seitenlänge

$V$	Volumen
$z_1, z_2$	Zähnezahlen
$\rho$	Dichte
$i$	Index 1 für treibend Index 2 für getrieben

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

### Geschwindigkeiten

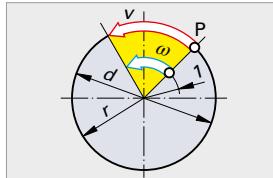


Geradlinige Bewegung

$$v = \frac{s}{t}$$

1

$$[v] = \frac{m}{s}$$



Kreisförmige Bewegung

$$[\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

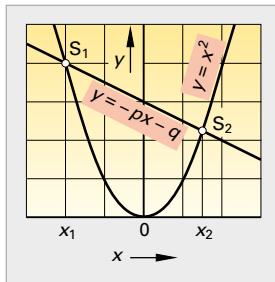
2

$$[v] = \frac{m}{s}$$

$$v = \omega \cdot r$$

3

### Quadratische Gleichungen



Zeichnerisches Lösen einer quadratischen Gleichung

Allgemeine Form:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

4

Normalform:

$$x^2 + px + q = 0$$

5

Lösungsformel bei allgemeiner Form:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

6

Lösungsformel bei Normalform:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

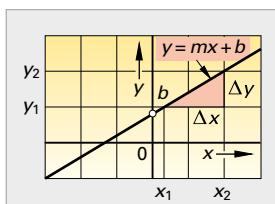
7

Ist der Ausdruck unter der Wurzel kleiner als Null, so enthalten die Lösungen imaginäre Zahlen.

Zeichnerisches Lösen einer quadratischen Gleichung  $y = x^2 + px + q$ :

- Normalparabel für  $y = x^2$  und Gerade für  $y = -px - q$  zeichnen.
- Deren Schnittpunkte  $S_1$  und  $S_2$  ergeben die Lösungen der  $x$ -Werte  $x_1$  und  $x_2$ .

### Funktionen



Lineare Funktion (Gerade)

Für lineare Funktionen (Gerade):

Allgemeine Funktionsgleichung:

$$y = mx + b$$

8

Steigungsfaktor:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

9

Für quadratische Funktionen (Parabel):

Allgemeine Funktionsgleichung:

$$y = ax^2 + bx + c$$

10

Bei negativem  $a$  ist die Parabel nach unten geöffnet.

### Reihen

#### Arithmetische Reihe

$$r = a_n - a_{(n-1)}$$

11

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

12

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

13

#### Geometrische Reihe

$$q = \frac{a_n}{a_{(n-1)}}$$

14

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

15

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

16

$a, b, c$  Konstanten der allgemeinen Form

$a_n$  n-ter Term

$a_{(n-1)}$  (n-1)ter Term

$m$  Steigungsfaktor

$n$  Umdrehungsfrequenz, Drehzahl

$p, q$  Konstanten der Normalform

$q$  Quotient zweier aufeinanderfolgender Terme

$r$  Differenz zweier aufeinanderfolgender Terme

Die Formelzeichen haben je nach Zusammenhang unterschiedliche Bedeutung.

$r$  Scheibenradius

$s_n$  Summe der Terme  $a_1$  bis  $a_n$

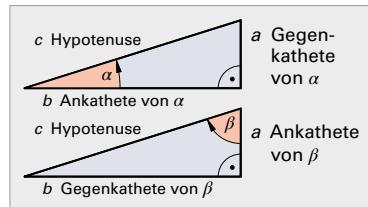
$v$  Geschwindigkeit, Umfangsgeschwindigkeit

$x$  unbekannte Größe

$x_{1,2}$  Kurzschreibweise für die unbekannten Größen  $x_1$  und  $x_2$

$\omega$  Winkelgeschwindigkeit

## Trigonometrische Funktionen



**Sinus** =  $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

**Kosinus** =  $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$

**Tangens** =  $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

**Kotangens** =  $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$

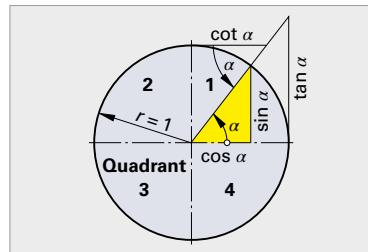
Für rechtwinklige Dreiecke:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad 1$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \quad 2$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} \quad 3$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} \quad 4$$



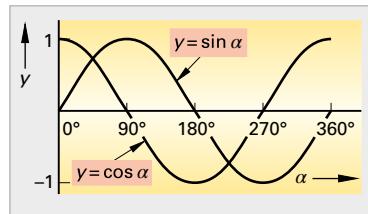
Nach dem Lehrsatz des Pythagoras:

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{(1 - \cos^2 \alpha)} ;$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{(1 - \sin^2 \alpha)}$$

Das Vorzeichen der Wurzel hängt davon ab, in welchem Quadranten der Winkel liegt.

Quadrant	1	2	3	4
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad 5$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1 \quad 6$$

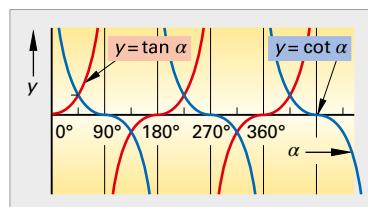
$$\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha) \quad 7$$

$$\sin \alpha = \cos (90^\circ - \alpha) \quad 8$$

$$\sin \alpha = \cos \beta \quad 9$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 10$$

### Sinusfunktion und Kosinusfunktion



arcsin von Arkussinus:

$$\sin \alpha = y \Leftrightarrow \alpha = \arcsin y$$

arccos von Arkuskosinus:

$$\cos \alpha = y \Leftrightarrow \alpha = \arccos y$$

arctan von Arkustangens:

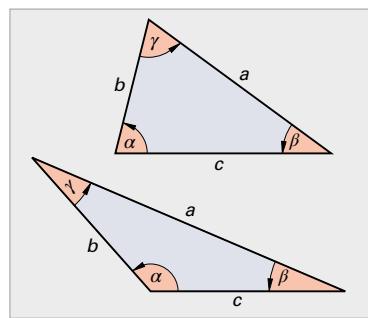
$$\tan \alpha = y \Leftrightarrow \alpha = \arctan y$$

arccot von Arkuskotangens:

$$\cot \alpha = y \Leftrightarrow \alpha = \operatorname{arccot} y$$

$$\alpha = \arcsin \frac{a}{c} = \arccos \frac{b}{c} = \arctan \frac{a}{b} = \operatorname{arccot} \frac{b}{a} \quad 11$$

### Tangensfunktion und Kotangensfunktion



### Schiefwinkelige Dreiecke

$$\alpha_{\text{RAD}} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha_{\text{DEG}} \quad 12$$

$$u = \hat{u} \cdot \sin (\omega t) \quad 13$$

$$\alpha = \omega t = 2\pi \cdot f \cdot t = 2\pi \cdot \frac{t}{T} \quad 14$$

$$u = \hat{u} \cdot \sin (\omega t + \varphi) \quad 15$$

Für beliebige Dreiecke:

Sinussatz:

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \quad 16$$

Kosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma \quad 17$$

$a, b, c$  Seiten eines Dreiecks

$f$  Frequenz

$t$  Zeit

$T$  Periodendauer

$u$  Augenblickswert der Spannung

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

$\hat{u}$  Maximalwert, Amplitude der Spannung

$y$  Variable

$\alpha_{\text{RAD}}$  Winkel in rad

$\alpha_{\text{DEG}}$  Winkel in °

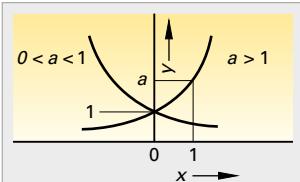
$\alpha, \beta, \gamma$  Winkel im Dreieck

$\varphi$  Phasenverschiebungswinkel in rad

$\omega$  Kreisfrequenz

$\omega t$  Winkel in rad

# Exponentialfunktionen, Differenzieren und Integrieren



Berechnung von  $y$ :

allgemein:

$$y = a^x \quad 1$$

für  $a = e = 2,7183$ :

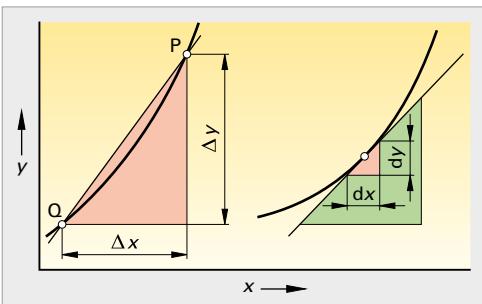
$$y = e^x \quad 2$$

Berechnung von  $x$ :

$$x = \frac{\ln y}{\ln a} \quad 3$$

$$x = \frac{\lg y}{\lg a} \quad 4$$

$$x = \ln y \quad 5$$



Differenzenquotient gibt die Steigung einer Geraden durch zwei Punkte einer Kurve an. Sie ist die mittlere Steigung (auch Änderungsrate) im Intervall  $\Delta x$ .

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} \quad 6$$

Differentialquotient gibt die Steigung der Tangente in einem Kurvenpunkt an.

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} \quad 7$$

Durch Differenzieren wird eine Funktion  $y = f(x)$  in die Ableitungsfunktion  $y' = f'(x)$  gebracht. An einer Stelle  $x$  gibt  $f(x)$  den Funktionswert  $y$  an und  $f'(x)$  die Steigung im Kurvenpunkt  $(x|y)$ . An lokalen Hochpunkten und Tiefpunkten ist  $y' = f'(x) = 0$

Beim Differenzieren müssen Ableitungsregeln eingehalten werden, wenn Funktionen miteinander verknüpft sind.

$y = f(x)$	$y' = f'(x)$	$y = f(x)$	$y' = f'(x)$
$y = a$	$y' = 0$	$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = ax$	$y' = a$	$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = ax^n$	$y' = a \cdot n \cdot x^{n-1}$	$y = \cos x$	$y' = -\sin x$

8

Summenregel	$y = u + w + v$	$y' = u' + w' + v'$
Produktregel	$y = u \cdot v$	$y' = u' \cdot v + u \cdot v'$
Quotientenregel	$y = \frac{u}{v}$	$y' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
Kettenregel	$y = u(v(x))$	$y' = u'(v) \cdot v'(x)$

9

## Unbestimmtes Integral

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

10

## Bestimmtes Integral (Flächenintegral)

$$A = \int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

11

Funktion $f(x)$	Alle Stammfunktionen $F(x)$	Funktion $f(x)$	Alle Stammfunktionen $F(x)$
$f(x) = 0$	$\int 0 dx = C$	$f(x) = a \cdot \sin(bx)$	$\int (a \cdot \sin(bx)) dx = -\frac{a}{b} \cdot \cos(bx) + C$
$f(x) = a$	$\int a dx = ax + C$	$f(x) = a \cdot \sin^2(bx)$	$\int (a \cdot \sin^2(bx)) dx = \frac{a}{2} \cdot x - \frac{a}{4b} \cdot \sin(2bx) + C$
$f(x) = a \cdot x^n, n \neq -1$	$\int (a \cdot x^n) dx = a \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$f(x) = e^x$	$\int e^x dx = e^x + C$
$f(x) = a \cdot x^{-1}$	$\int \frac{a}{x} dx = a \cdot \ln x  + C$	$f(x) = a \cdot e^{bx}$	$\int (a \cdot e^{bx}) dx = \frac{a}{b} \cdot e^{bx} + C$
$f(x) = \sin x$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$f(x) = a^x$	$\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} \cdot a^x + C$
$f(x) = \cos x$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$f(x) = \ln x$	$\int \ln x dx = x \cdot \ln x - x + C$

12

A Fläche  
a, b, n von  $x$  unabhängige Koeffizienten

C Integrationskonstante  
e Euler'sche Zahl: 2,718...  
 $F(x)$  Stammfunktion

u, v, w Funktionen von x  
x, y Veränderliche

# Differenzieren und Integrieren in der Elektrotechnik

## Spannung und Strom an der Kapazität und an der Induktivität



$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i_C(t)/dt$$



$$i_L(t) = \frac{1}{L} \cdot \int u_L(t) dt$$

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

An Sinusspannung  $u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$ :

$$i_C(t) = \frac{\hat{u}}{X_C} \cdot \cos(\omega t)$$

$$i_L(t) = -\frac{\hat{u}}{X_L} \cdot \cos(\omega t)$$

An Gleichspannung  $u(t) = U$ :

$$i_C(t) = 0$$

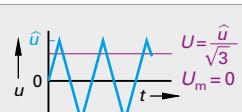
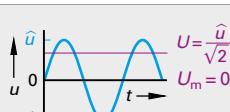
$$\Delta i_L = \frac{1}{L} \cdot U \cdot \Delta t$$

Mit Konstantstrom  $i(t) = I$ :

$$\Delta u_C = \frac{1}{C} \cdot I \cdot \Delta t$$

$$u_L(t) = 0$$

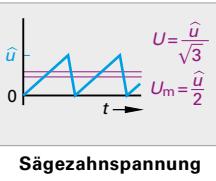
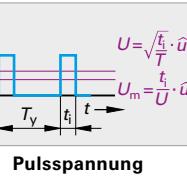
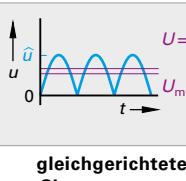
## Arithmetischer Mittelwert und Effektivwert



Arithmetischer Mittelwert:

$$U_m = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t)/dt$$

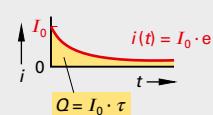
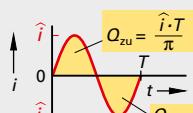
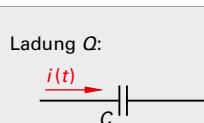
$U_m$  ist bei Wechselspannungen immer null.



Effektivwert:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t)/dt}$$

## Flächenintegrale

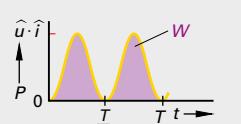
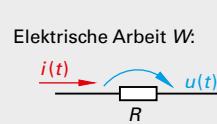


Allgemein:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} i(t)/dt$$

Bei Sinusspannung:

$$P(t) = \hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \sin^2(\omega t)$$



für eine Periode:

$$W = U \cdot I \cdot t$$

Allgemein:

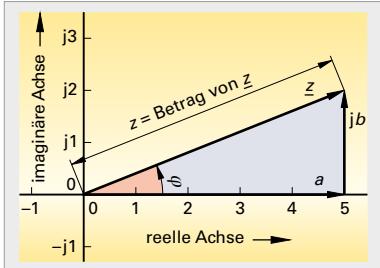
$$W = \int_{t_1}^{t_2} P(t)/dt$$

$C$	Kapazität
$i$	Strom
$I$	Effektivwert von $i$
$\hat{i}$	Scheitelwert von $i$
$I_0$	Startwert von $i$
$L$	Induktivität, induktiv
$P$	Leistung
$Q$	Ladung
$Q_{ab}$	abgegebene Ladung

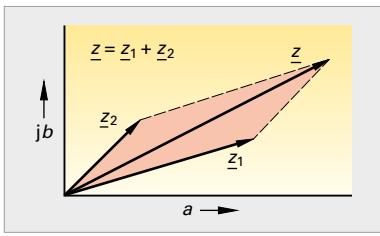
$Q_{zu}$	zugeführte Ladung
$R$	Wirkwiderstand
$t$	Zeit
$t_1$	Startzeit
$t_2$	Endzeit
$t_i$	Impulsdauer
$T$	Periodendauer
$u$	Spannung
$U$	Effektivwert von $u$

$\hat{u}$	Scheitelwert von $u$
$U_m$	Mittelwert von $u$
$W$	elektrische Arbeit
$X$	Blindwiderstand
$\Delta$	Unterschied
$\Delta t$	Zeitspanne
$\pi$	Zahl Pi 3,14159...
$\tau$	Zeitkonstante
$\omega$	Kreisfrequenz

# Komplexe Rechnung



**Komplexe Zahlebene**



**Addition von komplexen Zahlen**

$$j = \pm \sqrt{-1} \quad j \cdot j = j^2 = -1 \quad \frac{1}{j} = \frac{j}{j \cdot j} = -j$$

$$j^3 = -j \quad j^4 = 1$$

$$z = a + jb \quad 1$$

$$z = \sqrt{a^2 + b^2} \quad 2$$

$$a = z \cdot \cos \varphi \quad 3$$

$$b = z \cdot \sin \varphi \quad 4$$

$$z = z(\cos \varphi + j \sin \varphi) \quad 5$$

$$\underline{z} = z \cdot e^{j\varphi} \quad 6$$

$$\varphi = \arctan \frac{b}{a} \quad 7$$

$$\underline{z}^* = a - jb \quad 8$$

## Addition, Subtraktion:

$$\underline{z} = \underline{z}_1 \pm \underline{z}_2 \quad 9$$

$$\underline{z} = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2) \quad 10$$

## Multiplikation:

$$\underline{z} = \underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2 \quad 11$$

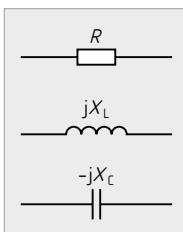
$$\underline{z} = z_1 \cdot z_2 \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \quad 12$$

## Division:

$$\underline{z} = \frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2} \quad 13$$

$$\underline{z} = \frac{z_1}{z_2} \cdot e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} \quad 14$$

## Widerstand und Leitwert in der komplexen Rechnung



Wirkwiderstand:

$$\underline{Z} = R \quad 15$$

$$\underline{Y} = G = \frac{1}{R} \quad 16$$

Induktiver  
Blindwiderstand:

$$\underline{Z} = jX_L = j\omega L \quad 17$$

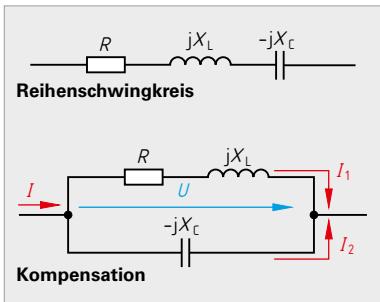
$$\underline{Y} = \frac{1}{jX_L} = -jB_L = -j\frac{1}{\omega L} \quad 18$$

Kapazitiver  
Blindwiderstand:

$$\underline{Z} = -jX_C = -j\frac{1}{\omega C} \quad 19$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{-jX_C} = jB_C = j\omega C \quad 20$$

## Gemischte Schaltungen



$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C \quad 21$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{R + j(X_L - X_C)} \quad 22$$

$$\underline{Z} = \frac{(R + jX_L) \cdot (-jX_C)}{R + j(X_L - X_C)} \quad 23$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 \quad 24$$

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \quad 25$$

$$\underline{U} = jX_C \cdot \underline{I}_2 \quad 26$$

a Realteil von  $\underline{z}$

b Imaginärteil von  $\underline{z}$

z Betrag von  $\underline{z}$

b Betrag des Imaginärteils von  $\underline{z}$

R Wirkwiderstand

$\underline{z}^*$  konjugierte Zahl zu  $\underline{z}$

B Blindleitwert

X Blindwiderstand

$\underline{Z}$  Scheinwiderstand

G Wirkleitwert

Y Scheinleitwert

$\varphi$  Argument von  $\underline{z}$

j imaginäre Einheit

$\underline{z}$  komplexe Zahl

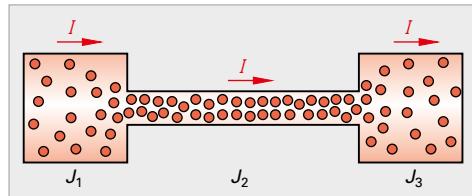
$\omega$  Kreisfrequenz

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

# Elektrotechnische Grundgrößen

M

## Stromdichte



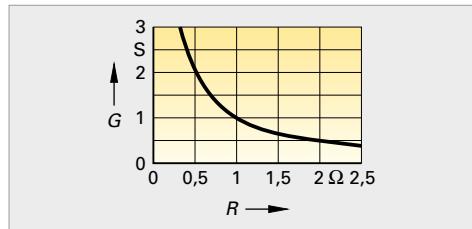
$$[J] = \frac{[I]}{[A]} = \text{A/mm}^2$$

$$J = \frac{I}{A}$$

1

## Stromdichte (in einer Sicherung)

## Widerstand und Leitwert



$$[G] = S = \frac{1}{\Omega}$$

$$G = \frac{1}{R}$$

2

$$[R] = \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}}{\text{m} \cdot \text{mm}^2} = \Omega$$

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

3

$$[\rho] = \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$R = \frac{l}{\gamma \cdot A}$$

4

## Leiterwiderstand

**Elektrische Leitfähigkeit  $\gamma_{20}$  von Leiterwerkstoffen in  $\text{m}/(\Omega \cdot \text{mm}^2)$  bei  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$**

Kupfer	56	Silber	60
Aluminium	35	Kohle	bis 12
Gold	45	Eisen	10

Bei industrieller Fertigung sind abweichende Werte möglich.

$$[\gamma] = \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$$

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

5

$$[\Delta T] = \text{K}$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$$

6

$$[\alpha] = \frac{1}{\text{K}}$$

$$\Delta R = \alpha \cdot R_1 \cdot \Delta \vartheta$$

7

$$R_2 = R_{20} + \Delta R$$

8

$$R_2 = R_{20} (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)$$

9

## Widerstand und Temperatur

### Temperaturkoeffizient $\alpha$ in 1/K

Kupfer	$3,9 \cdot 10^{-3}$	Nickelin	$0,15 \cdot 10^{-3}$
Aluminium	$3,8 \cdot 10^{-3}$	Manganin	$0,02 \cdot 10^{-3}$

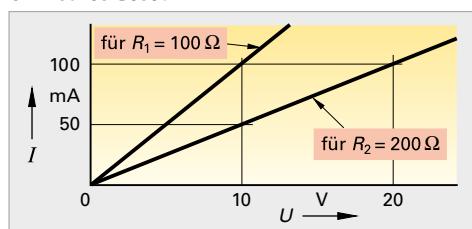
Die Werte gelten für eine Temperaturerhöhung ab  $20^\circ\text{C}$ .

$$[I] = \frac{[U]}{[R]} = \frac{V}{\Omega} = \text{A}$$

$$I = \frac{U}{R}$$

10

## Ohm'sches Gesetz



An einem Ohm'schen Widerstand sind Strom und Spannung proportional:

$$I \sim U$$

11

## I als Funktion von U beim linearen Widerstand

A Leiterquerschnitt

R<sub>2</sub> Widerstand bei Temperatur  $\vartheta_2$

$\Delta \vartheta$  Temperaturunterschied in  $^\circ\text{C}$

G Leitwert

R<sub>20</sub> Kaltwiderstand bei  $20^\circ\text{C}$

$\alpha$  Temperaturkoeffizient

J Stromdichte

$\Delta R$  Widerstandsänderung

$\gamma$  elektrische Leitfähigkeit (Gamma)

I Leiterlänge

U Spannung

$\gamma_{20}$  elektr. Leitfähigkeit bei  $20^\circ\text{C}$

R Widerstand (Resistance)

$\Delta T$  Temperaturunterschied in K

$\delta_1$  Anfangstemperatur

R<sub>1</sub> Widerstand bei Temperatur  $\vartheta_1$

nach DIN 1304, zulässig ist

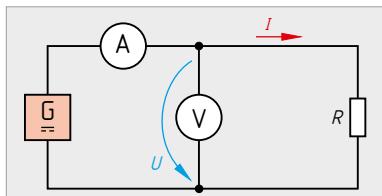
$\delta_2$  Endtemperatur

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

auch die Angabe in  $^\circ\text{C}$

$\rho$  spezifischer Widerstand (Rho)

## Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad



Bei DC und bei AC mit Wirkwiderständen:

$$[P] = V \cdot A = W$$

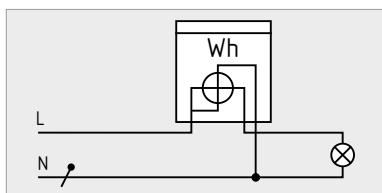
$$P = U \cdot I \quad 1$$

$$P = \frac{U^2}{R} \quad 2$$

$$P = I^2 \cdot R \quad 3$$

INFO Drehstrom und Drehstromleistungen siehe Seite 60.

### Messung der elektrischen Leistung bei DC



$$[W] = V \cdot A_s = W_s = J = Nm$$

$$W = P \cdot t \quad 4$$

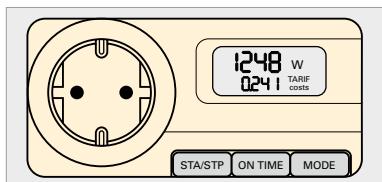
$$W = U \cdot I \cdot t \quad 5$$

$$W = U \cdot Q \quad 6$$

$$[K] = \frac{\epsilon}{kWh}$$

$$K = k \cdot W \quad 7$$

### Messung der elektrischen Arbeit bei DC und AC



Bei der Spule:

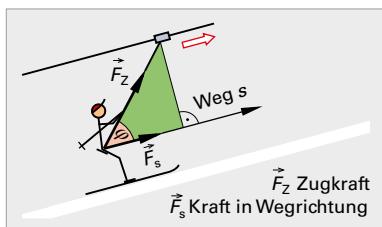
$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 \quad 8$$

Beim Kondensator:

$$W = \frac{1}{2} U \cdot Q \quad 9$$

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \quad 10$$

### Energiekostenmessgerät in Betriebsart Leistung messen



$$[W] = N \cdot m = Nm = J$$

$$[P] = N \cdot m/s = W$$

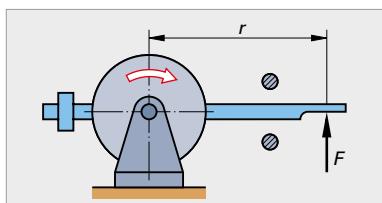
$$W = F_s \cdot s \quad 13$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{auf}} \quad 11$$

$$F_s = F_z \cdot \cos \alpha \quad 12$$

$$P = F_s \cdot \frac{s}{t} \quad 14$$

### Kräfte bei einem Schlepplift



für  $\alpha = 90^\circ$ :

$$[M] = N \cdot m = Nm$$

$$M = F \cdot r \quad 15$$

$$M = F \cdot r \cdot \sin \alpha \quad 16$$

$$[\omega] = \frac{1}{s} \quad [n] = \frac{1}{s}$$

$$\omega = 2\pi \cdot n \quad 17$$

$$P = M \cdot \omega \quad 18$$

$$[P] = Nm \cdot \frac{1}{s} = W$$

### AC Wechselstrom (alternating c.)

### C Kapazität

### DC Gleichstrom (direct current)

### F Kraft (Force))

### I Stromstärke

### K Arbeitskosten

### k Tarifkosten

### L Induktivität

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

### M Drehmoment (Kraftmoment)

### n Umdrehungsfrequenz (Drehzahl)

### P Leistung, allgemein (Power)

### $P_{ab}$ Leistungsabgabe

### $P_{auf}$ Leistungsaufnahme

### Q elektrische Ladung

### R Wirkwiderstand

### r Hebelarm

### s Weg in Kraftrichtung

### t Zeit

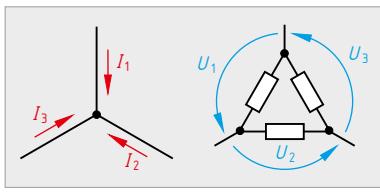
### U Spannung

### W Arbeit, Energie (work)

### $\eta$ Wirkungsgrad

### $\omega$ Winkelgeschwindigkeit

## Grundschaltungen mit Widerständen

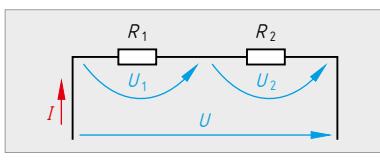


**1. Kirchhoff'sche Regel für  $n$  Ströme**

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0 \quad 1$$

**2. Kirchhoff'sche Regel für  $n$  Spannungen**

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = 0 \quad 2$$



Reihenschaltung

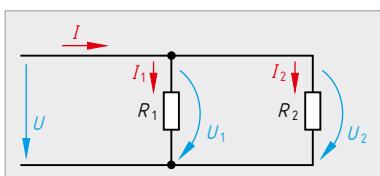
Gemeinsame Größe: Strom  $I$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad 3$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n \quad 4$$

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad 5$$

$$G = \frac{1}{R} \quad 6$$



Parallelschaltung

Gemeinsame Größe: Spannung  $U$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad 7$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{G_1}{G_2} \quad 8$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n \quad 9$$

Bei 2 Widerständen:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad 10$$

$$R = \frac{R_1}{n} \quad 11$$

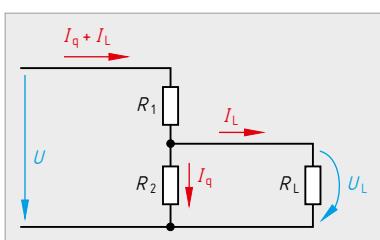
$$G = G_1 + G_2 + \dots + G_n \quad 12$$

Bei  $n$  gleichen Widerständen:

10

11

12



Belasteter Spannungsteiler

13

14

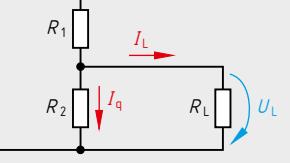
15

16

17

18

19



Brückenschaltung

$$U_{Br} = U_2 - U_4 \quad 17$$

Bei Messgerät ( $R_i = \infty$ ;  $I_{Br} = 0$ ):

$$U_{Br} = U \cdot \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) \quad 18$$

Abgleichbedingung für  $U_{Br} = 0$  V und  $I_{Br} = 0$  A:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad 19$$

$G$	Leitwert, Gesamtleitwert
$G_1, G_2, \dots$	Leitwerte
$I$	Stromstärke
$I_1, I_2, \dots$	Teilstromstärken
$I_{Br}$	Brückenstrom
$I_L$	Laststrom
$I_q$	Querstrom

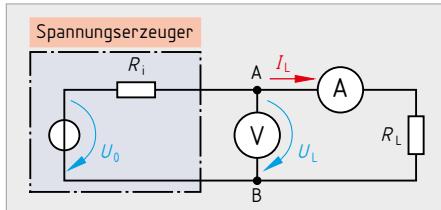
$n$	ganze Zahl 1, 2, 3, ...
$q$	Querstromverhältnis
$R$	Widerstand, Gesamtwiderstand
$R_1, R_2, \dots$	Widerstände
$R_{2L}$	Ersatzwiderstand aus $R_2$ und $R_L$

$R_L$	Lastwiderstand
$U$	Spannung
$U_1, U_2, \dots$	Teilspannungen
$U_{Br}$	Brückenspannung
$U_L$	Lastspannung

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

# Spannungserzeuger, Anpassung, Ersatzquellen, Solarmodul

## Spannungserzeuger mit Last



Bei Spannungsanpassung:  $R_L \gg R_i \Rightarrow U_L \approx U_0$   
Bei Stromanpassung:  $R_L \ll R_i \Rightarrow I_L \approx I_K$

$$U_0 = U_L + I_L \cdot R_i \quad 1$$

$$R_i = \frac{U_0 - U_L}{I_L} \quad 2$$

Bei Leerlauf ( $R_L = \infty$ ):

$$U_L = U_0 \quad 3$$

Bei Kurzschluss: ( $R_L = 0$ )

$$I_K = \frac{U_0}{R_i} \quad 4$$

Bei Leistungsanpassung:

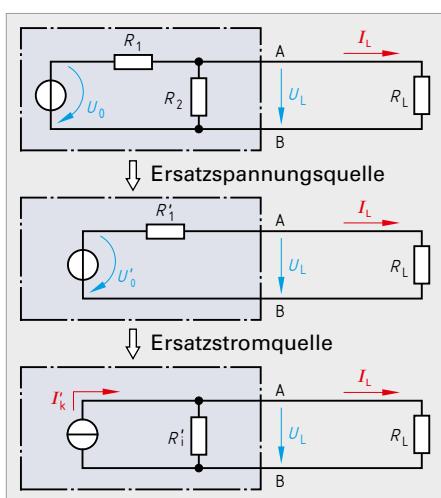
$$R_L = R_i \quad 5$$

$$U_L = \frac{U_0}{2} \quad 6$$

$$I_L = \frac{I_K}{2} \quad 7$$

$$P_{\max} = \frac{U_0^2}{4 \cdot R_i} \quad 8$$

## Ersatzquellen eines Spannungsteilers



$U'_0$ : Ersatzurspannung. Ist die Lastspannung bei **Leerlauf**.

$R'_i$ : Ersatzzinnenwiderstand. Ist der Widerstand des Netzwerkes zwischen den Anschlüssen A und B ohne Lastwiderstand, wenn alle Spannungen kurzgeschlossen sind.

$I'_K$ : Ersatzkurzschlussstrom. Ist der Laststrom bei **Kurzschluss**.

Von den drei Größen müssen zwei bestimmt werden. Die dritte Größe kann berechnet werden:

$$U'_0 = I'_K \cdot R'_i \quad 9$$

Bei Ersatzspannungsquelle:

$$\frac{U_L}{U'_0} = \frac{R_L}{R'_i + R_L} \quad 10$$

Bei Ersatzstromquelle:

$$\frac{I_L}{I'_K} = \frac{R'_i}{R'_i + R_L} \quad 11$$

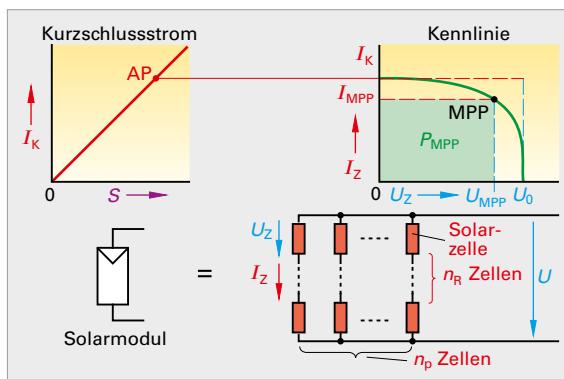
Der Spannungsteiler und die beiden Ersatzquellen haben alle rechts von den Klemmen A und B dasselbe Lastverhalten.

Beim Spannungsteiler:

$$U'_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_0 \quad 12$$

$$I'_K = \frac{U_0}{R_1} \quad 13$$

$$R'_i = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad 14$$



$$I_K \sim S \quad 15$$

$$P_{\max} = U_{\max} \cdot I_{\max} \quad 16$$

$$FF = \frac{P_{\max}}{U_0 \cdot I_K} \quad 17$$

$$P_{st} = S \cdot A \quad 18$$

$$\eta = \frac{P_{\max}}{P_{st}} \quad 19$$

$$U = n_R \cdot U_Z \quad 20$$

$$I = n_P \cdot I_Z \quad 21$$

A wirksame Solarfläche in  $\text{m}^2$

FF Fülfaktor

$I'_K$  Ersatzkurzschlussstrom

$I_k$  Kurzschlussstrom

$I_L$  Laststrom

$I_Z$  Zellenstrom

$n_p$  Anzahl parallel

$n_R$  Anzahl in Reihe

P elektrische Leistung

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

$P_L$  Leistungsabgabe

$P_{\max}$  größte Leistungsabgabe

$P_{st}$  Bestrahlungsleistung in W

$Q$  Wärme

$R_i$  Innenwiderstand

$R'_i$  Ersatzzinnenwiderstand

$S$  Bestrahlungsstärke in  $\text{W/m}^2$

$U$  Modulspannung

$U_0$  Urspannung

$U'_0$  Ersatzleerlaufspannung

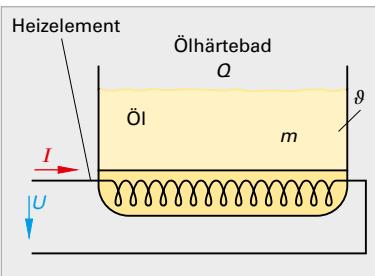
$U_Z$  Zellenspannung

$\vartheta_U$  Umgebungstemperatur

$\eta$  Wirkungsgrad

MPP maximaler Leistungs-  
punkt eines Solarmoduls  
(maximum power point)

## Wärme, Kühlung



**Erwärmung von Öl**

spezifische Wärmekapazität	
Material	c
Aluminium	0,94 kJ/(kg · K)
Kupfer	0,39 kJ/(kg · K)
Stahl	0,46 kJ/(kg · K)
Wasser	4,19 kJ/(kg · K)
Öl	0,90 kJ/(kg · K)

$$\theta = \left( \frac{T}{K} - 273 \right) ^\circ C \quad 1$$

$$\theta = \frac{5}{9} \left( \frac{\theta_F}{^{\circ}F} - 32 \right) ^\circ C \quad 2$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta \theta \quad 3$$

$$C = m \cdot c \quad 4$$

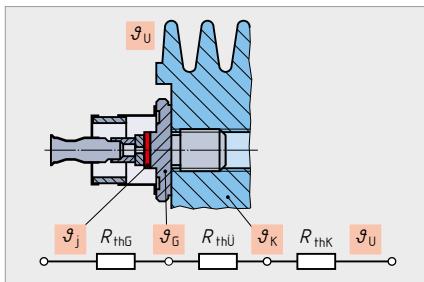
ohne Wärmeverluste: Wärmeverlusten:

$$P = U \cdot I \quad 5$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \quad 6$$

$$Q = P \cdot t \quad 7$$

$$Q = \zeta \cdot P \cdot t \quad 8$$



**Wärmewiderstände**

$$[R_{th}] = \frac{K}{W}$$

$$[C] = \frac{J}{K}$$

$$[c] = \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

$$[Q] = Ws = J$$

$$R_{th} = R_{thG} + R_{thÜ} + R_{thK} \quad 9$$

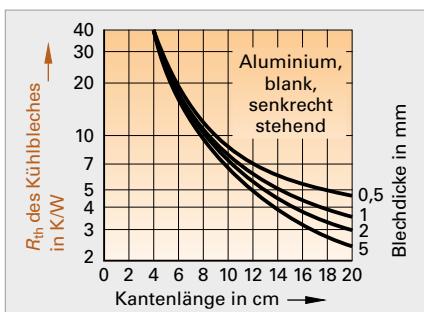
$$R_{th} = \frac{\theta_j - \theta_u}{P_v} \quad 10$$

$$R_{thÜ} + R_{thK} = \frac{\theta_G - \theta_U}{P_v} \quad 11$$

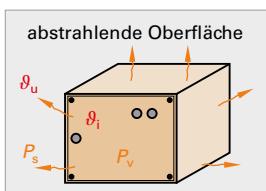
$$R_{thG} = \frac{\theta_j - \theta_G}{P_v} \quad 12$$

$$\Delta \theta = \theta_j - \theta_u \quad 13$$

$$C = \frac{Q}{\Delta \theta} \quad 14$$



**Wärmewiderstand quadratischer Alubleche**



**geschlossener Schaltschrank**

Metall	U
Stahl	5,5 W/m²K
Alu/Zink	2,5 W/m²K

$$P_{EK} = P_v - P_s \quad 19$$

$$P_s = U \cdot A \cdot \Delta \theta \quad 20$$

$$\Delta \theta = \theta_i - \theta_u \quad 21$$

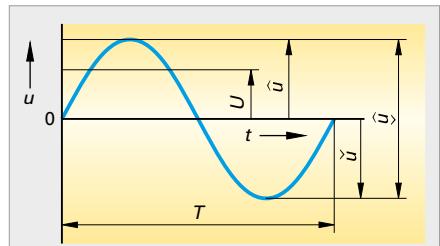
$$\Delta \theta_{max} = \frac{P_v}{U \cdot A} \quad 22$$

- A abstrahlende Oberfläche
- C Wärmekapazität
- c spezifische Wärmekapazität
- I Strom
- m Masse
- P Leistung
- $P_{EK}$  erforderliche Kühlleistung
- $P_s$  Strahlungsleistung
- $P_{tot}$  maximale Verlustleistung
- $P_v$  Verlustleistung

- $Q$  Wärme
- $R_{th}$  Ersatzwärmewiderstand
- $R_{thG}$  innerer Wärmewiderstand
- $R_{thK}$  Wärmewiderstand Kühlkörper
- $R_{thÜ}$  Übergangswärmewiderstand
- $t$  Zeit
- $T$  absolute Temperatur
- $U$  Spannung
- $U$  Wärmedurchgangskoeffizient
- $\Delta \theta$  Temperaturunterschied

- $\theta_1$  Anfangstemperatur
- $\theta_2$  Endtemperatur
- $\theta_F$  Temperatur in Fahrenheit
- $\theta_i$  Innentemperatur
- $\theta_j$  Sperrschichttemperatur
- $\theta_u$  Umgebungstemperatur
- $\zeta$  Wärmennutzungsgrad (Zeta)

## Wechselgrößen



Wechselspannung

$$[f] = \frac{1}{s} = \text{Hz}$$

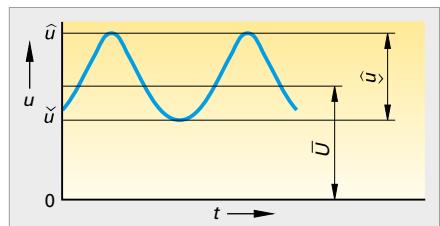
$$f = \frac{1}{T}$$

$$[\lambda] = \frac{\text{m}}{\frac{1}{\text{s}}} = \text{m}$$

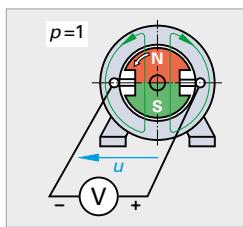
$$\lambda = \frac{c}{f}$$

Für elektromagnetische Wellen und Licht gilt

- im Vakuum, in Luft:  $c \approx 300000 \text{ km/s}$
- im Leiter, z. B. in Cu, Al:  $c \approx 240000 \text{ km/s}$



Mischspannung



Bei Sinusform:

$$[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\hat{u} = \sqrt{2} \cdot U$$

4

Beim Maschinengenerator:

$$[n] = \frac{1}{\text{s}}; [f] = \frac{1}{\text{s}} = \text{Hz}$$

$$f = p \cdot n$$

$$\hat{i} = \sqrt{2} \cdot I$$

5

6

Bei unsymm. und symm. Schwingungsformen:

$$\hat{u} = \hat{u} - \check{u}$$

$$\hat{i} = \hat{i} - \check{i}$$

7

8

$$\hat{u} = F_c \cdot U$$

$$\hat{i} = F_c \cdot I$$

9

10

Integrale<sup>1)</sup> Schreibweise

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

11

12

Bei symmetrischen Schwingungsformen:

$$\hat{u} = 2 \cdot \hat{u}$$

$$\hat{i} = 2 \cdot \hat{i}$$

13

14

Bei Sinusform:

$$u = \hat{u} \cdot \sin \omega t$$

$$i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$$

15

16

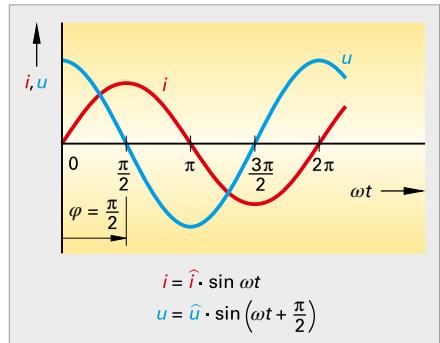
Bei Sinusformen mit Phasenverschiebung:

$$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i = \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

17

18



Sinusgrößen mit Phasenverschiebung

$c$  Ausbreitungsgeschwindigkeit  
 $F_c$  Crestfaktor, Scheitelfaktor

$f$  Frequenz

$n$  Drehzahl, Umdrehungsfrequenz

$p$  Polpaarzahl

$T$  Periodendauer

$t$  Zeit

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

$U, I$  Effektivwerte  
 $\check{U}$  arithmetischer Mittelwert  
(Gleichspannungsanteil)

$u, i$  Augenblickswerte

$\hat{u}, \hat{i}$  Spitze-Tal-Werte

$\hat{u}, \hat{i}$  Maximalwerte, Amplituden,  
Scheitelwerte

$\check{u}, \check{i}$  Minimalwerte  
 $\varphi$  Phasenverschiebungs-  
winkel in rad

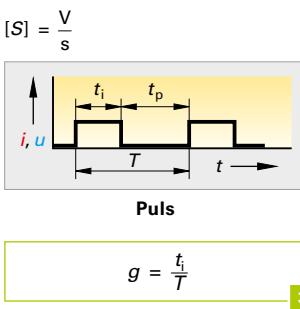
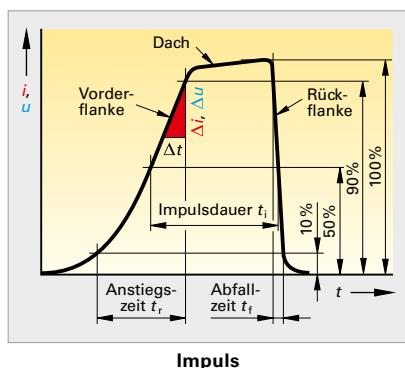
$\lambda$  Wellenlänge

$\omega$  Kreisfrequenz

$\omega t$  Winkel in der Einheit rad  
( $2\pi \triangleq 360^\circ$ )

<sup>1)</sup> Integrale Seite 10

## Impuls, Puls, elektrisches Feld, Ladung und Kapazität



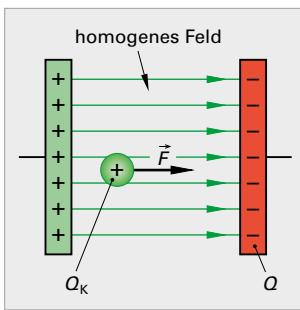
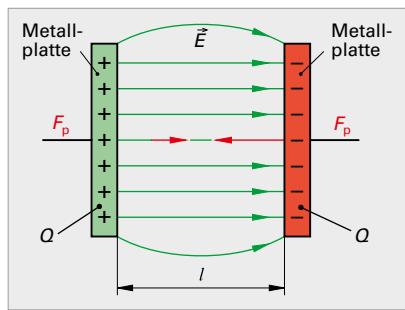
Für Spannungsimpuls:

$$S = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$$T = t_i + t_p$$

$$g = \frac{t_i}{T}$$

$$f = \frac{1}{T}$$



Im homogenen Feld:

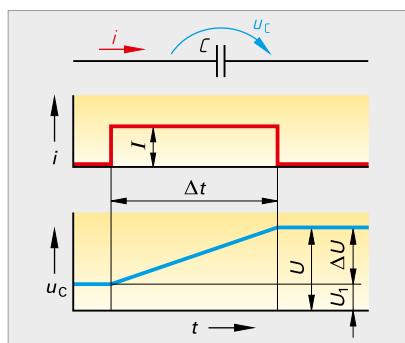
$$E = \frac{U}{l}$$

$$[E] = \frac{V}{m}$$

$$F = E \cdot Q_K$$

$$[F] = \frac{V}{m} \cdot As = \frac{Ws}{m} = N$$

$$F_p = \frac{Q^2}{2 \cdot \epsilon \cdot A}$$



$$[I] = F \cdot \frac{V}{s} = As \cdot \frac{V}{s} = A$$

$$[\Delta Q] = A \cdot s = As = C$$

C von Coulomb

Bei  $I = \text{konstant}$ :

$$I = C \cdot \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$$\Delta Q = C \cdot \Delta U$$

$$\Delta Q = I \cdot \Delta t$$

$$U = U_1 + \Delta U$$

- C Kapazität
- E elektrische Feldstärke
- F Kraft auf einen geladenen Körper
- $F_p$  Anziehungskraft der Platten
- f Pulsfrequenz
- g Tastgrad
- I Stromstärke
- l Abstand der geladenen Platten
- Q elektrische Ladung

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

- $Q_K$  Ladung des Körpers
- S Flankensteilheit, Spannungsanstiegs geschwindigkeit
- T Pulsperiode dauer
- U Spannung
- $\Delta Q$  Änderung der elektrischen Ladung
- $\Delta t$  Zeit, in der die Spannungsänderung erfolgt

- $\Delta U$  Spannungsänderung
- $t_i$  Impulsdauer
- $t_p$  Pausendauer
- $t_r$  Anstiegszeit
- $t_f$  Abfallzeit
- $U_1$  Spannung bei Ladungsbeginn