

Sicherheitskennzeichnung für Gefahrstoffe (DIN EN ISO 7010, DIN 4844-1)

Piktogramm	Gefahrenklasse	Piktogramm	Gefahrenklasse
	Instabile explosive Stoffe, Gemische und Erzeugnisse mit Explosivstoffen, selbstzersetzliche Stoffe und Gemische Explosionsgefährlich E E: engl. explosive		Auf Metalle korrosiv wirkend, hautätzend, schwere Augenschädigung Ätzende Chemikalie C C: engl. corrosive
	Entzündbar, selbsterhitzungsfähig, selbstzersetzlich, pyrophor, Organische Peroxide Hochentzündlich F+ Leichtentzündlich F F: engl. flammable		Akute Toxizität Sehr giftig T+ Giftig T T: engl. toxic
	Entzündend (oxidierend) wirkend Brandfördernd O O: engl. oxidizing		Div. Gesundheitsgefahren
	Gase unter Druck, verdichtete; verflüssigte, tiefgekühlte; verflüssigte, gelöste Gase		Gewässergefährdend (Umwelt)

Sicherheitskennzeichnung am Arbeitsplatz (DIN EN ISO 7010, DIN 4844-1)

Zeichensorte	Bedeutung	Farbe	Form	Beispiel
Verbotszeichen	Verbot	Rot 	Kreis mit Diagonalbalken	 keine offene Flamme, Feuer, offene Zündquelle
Gebotszeichen	Gebot	Blau 	Kreis	 Gehörschutz benutzen, weitere: Augenschutz benutzen
Warnzeichen	Warnung	Gelb 	gleichseitiges Dreieck mit gerundeten Ecken	 Warnung vor explosionsgefährlichen Stoffen
Rettungszeichen	Gefahrlosigkeit	Grün 	Quadrat	 Sammelstelle, weitere: Notausgang, Erste Hilfe
Brandschutzzeichen	Brandschutz	Rot 	Quadrat	 Feuerlöscher, weitere: Brandmeldetelefon

Signalwörter

Signalwörter sind Kennzeichnungselemente, die Auskunft über den relativen Gefährdungsgrad der Stoffe und Gemische geben und auf potenzielle Gefahren für die Menschen aufmerksam machen.

GEFAHR Für die schwerwiegenden Gefahrenkategorien

ACHTUNG Für die weniger schwerwiegenden Gefahrenkategorien

Quelle der Piktogramme auf U2 und U3: UNECE/GHS



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Bauberufe

Horst Mentlein

Peter Peschel

Tabellenbuch

Hochbaufacharbeiter, Maurer, Beton- und Stahlbetonbauer

Tabellen – Formeln – Regeln – Bestimmungen

1. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 43234

Mentlein, Horst
Peschel, Peter

Dr.-Ing.
OSTD a.D.

Lübeck
Göttingen

Lektorat
Peter Peschel

Bildbearbeitung:
Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Die DIN-Angaben in diesem Tabellenbuch beziehen sich auf die neusten Ausgaben der Normblätter und sonstiger amtlicher Regelwerke (Redaktionsschluss 31.08.2023). Die dargestellten Angaben sind jedoch nur auf das Wesentliche beschränkte und didaktisch ausgewählte Teile der Originalquellen. Verbindlich sind jeweils nur die DIN-Blätter und jene Bestimmungen selbst. Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Der Bezug zu den DIN-Normen ist i. d. R. bei den jeweiligen Tabellen ausgewiesen. Quellenangaben zu Produktinformationen, Herstellerangaben, Richtlinien, Arbeits- und Merkblätter der bauspezifischen Verbände und Vereine sind an der jeweiligen Stelle vermerkt und im Quellenverzeichnis aufgeführt.

1. Auflage 2024

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-7585-4323-4

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2024 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: PER MEDIEN & MARKETING GmbH, 38102 Braunschweig, www.per-mm.de

Umschlag: Blick Kick Kreativ KG, 42699 Solingen

Umschlagfoto: © Wolfilser – stock.adobe.com

Druck: media print solutions GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Das Tabellenbuch „Hochbaufacharbeiter, Maurer, Beton- und Stahlbetonbauer“ erweitert die bewährte Europa-Fachbuchreihe für Bauberufe. Es kann jedoch seines eigenständigen Charakters wegen sowohl alleine als auch in Verbindung mit anderen Lehrbüchern in der Aus- und Weiterbildung sowie in der beruflichen Praxis verwendet werden. Es enthält Tabellen, DIN-Normen, Regeln und Bestimmungen von Behörden und Institutionen und viele Stoffwerte und Konstruktionslösungen.

In erster Linie ist dieses Tabellenbuch für die Ausbildung der Hochbaufacharbeiter, Maurer, Beton- und Stahlbetonbauer bestimmt. Um der beruflichen Praxis Rechnung zu tragen wurden Informationen für Fliesen-, Platten- und Mosaikleger sowie Estrichleger aufgenommen.

Die Auswahl der Inhalte erfolgte unter weitgehender Berücksichtigung der Bundesrahmenlehrpläne für die Bauberufe und wurde auf der Grundlage der neuesten Ausgaben aller einschlägigen deutschen und europäischen Regelwerke bearbeitet.

Der Inhalt des Buches gliedert sich in nebenstehend aufgeführten acht Themenbereiche. Die Vielfalt der Informationen bedingt, dass vereinzelt Informationen einem Kapitel zugeordnet werden, die auch an anderen Stellen stehen könnten. Dies gilt insbesondere für das Kapitel Baustoffe. Querverweise auf ähnliche Inhalte, verwendete Tabellen oder an anderer Stelle verwendete Formeln werden durch ein Dreieck ► mit Angabe der Seite gekennzeichnet.

Zum schnellen Auffinden bestimmter Sachverhalte dienen das umfangreiche Inhaltsverzeichnis, insbesondere ein ausführliches Sachwortverzeichnis mit über 1200 Begriffen und das bewährte Daumen-Griffregister. Im Bild- und Quellenverzeichnis sind die im Tabellenbuch zitierten aktuellen Normen aufgeführt.

Ergänzt wird das Medienangebot für Hochbaufacharbeiter, Maurer, Beton- und Stahlbetonbauer durch das Tabellenbuch in digitaler Form, das Fachbuch Bautechnik Grundbildung, das Fachbuch für die Fachstufen und das Übungsbuch Prüfungsvorbereitung aktuell für den Hochbau.

Alle, die durch ihre Anregungen zur Entwicklung des Tabellenbuches für Hochbaufacharbeiter, Maurer, Beton- und Stahlbetonbauer beigetragen haben, sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Ebenso bedanken sich die Autoren dieses Tabellenbuches bei den Autoren des Tabellenbuches Bautechnik im Verlag Europa-Lehrmittel für die Möglichkeit, Abbildungen und Textergänzungen zu entnehmen und für das vorliegende Werk anzupassen.

Für Anregungen zur Weiterentwicklung, Verbesserungsvorschläge, Fehlerhinweisen und Meinungsäußerungen sind wir stets dankbar. Sie können dafür unsere Adresse lektorat@europa-lehrmittel.de nutzen.

Göttingen, im Winter 2023/24

Autoren und Verlag

Mathematik

1

1

Physik, Chemie, Statik

2

2

Bauzeichnungen

3

3

Baustoffe

4

4

Mauerwerksbau

5

5

**Beton- und
Stahlbetonbau**

6

6

**Baukonstruktionen
und Bautenschutz**

7

7

Baubetrieb

8

8

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	3	4.20 Spezialmörtel und Kleber.....	87
Inhalt	4	4.21 Beton.....	88
1 Mathematik	5	4.22 Stahl.....	101
1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln.....	5	4.23 Betonstähle.....	102
1.2 Rechenarten.....	7	4.24 Kunststoffe.....	105
1.3 Dreisatzrechnung.....	10	4.25 Dämmstoffe, Dichtungsstoffe und Sperrstoffe.....	106
1.4 Prozentrechnung und Zinsrechnung.....	11	4.26 Holz.....	108
1.5 Längen und Winkel.....	12	5 Mauerwerksbau	111
1.6 Flächen.....	13	5.1 Maßordnung im Hochbau.....	111
1.7 Körper.....	15	5.2 Gemauerte Wände.....	111
1.8 Geometrie.....	18	5.3 Statische und konstruktive Maßnahmen.....	113
1.9 Flächen und Flächenschwerpunkte.....	21	5.4 Vereinfachte Mauerwerksbemessung.....	114
1.10 Gleichungen und Ungleichungen.....	22	5.5 Charakteristische Druckfestigkeiten.....	115
2 Physik, Chemie, Statik	23	5.6 Nichttragende innere Trennwände.....	116
2.1 Physikalische Größen, Einheiten und Formelzeichen.....	23	5.7 Kelleraußenwände.....	117
2.2 Physikalische Grundlagen.....	24	5.8 Mauerwerksarten.....	118
2.3 Arbeit, Energie, Leistung und Wirkungsgrad.....	26	5.9 Bauteile und Konstruktionsdetails.....	121
2.4 Wärmelehre.....	27	5.10 Mauerwerk aus Naturstein.....	123
2.5 Chemie.....	28	5.11 Umweltbedingungen des Mauerwerks.....	124
2.6 Statik.....	32	5.12 Mauerwerksverbände.....	125
2.7 Spannungen.....	38	5.13 Hausschornsteine.....	127
2.8 Lastannahmen.....	39	6 Beton- und Stahlbetonbau	129
2.9 Sicherheitskonzept.....	40	6.1 Betondruck- und Betonzugfestigkeiten.....	129
3 Bauzeichnungen	41	6.2 Deckensysteme.....	130
3.1 Zeichengeräte und Materialien.....	41	6.3 Fundamente aus unbewehrtem Beton.....	131
3.2 Ausführungshinweise.....	42	6.4 Allgemeine Bewehrungsregeln.....	132
3.3 Bemaßung.....	45	6.5 Konstruktionshinweise für Stahlbetonbauteile.....	137
3.4 Symbole in verschiedenen Bauzeichnungen.....	46	6.6 Querschnittstafeln für Balken- und Plattenbewehrung.....	140
3.5 Treppen (DIN 18065).....	50	6.7 Schalungsbau.....	141
3.6 Darstellende Geometrie.....	53	7 Baukonstruktionen und Bautenschutz	145
4 Baustoffe	55	7.1 Gerüstbau.....	145
4.1 Natürliche Gesteine.....	55	7.2 Baugruben.....	148
4.2 Ziegel und Klinker.....	58	7.3 Bauvermessung.....	150
4.3 Kalksandsteine.....	62	7.4 Befestigungssysteme.....	153
4.4 Mauersteine aus Beton/Betonsteine.....	64	7.5 Wärmeschutz.....	155
4.5 Porenbetonsteine.....	65	7.6 Feuchteschutz.....	160
4.6 Fliesen und Platten.....	66	7.7 Schallschutz.....	162
4.7 Gipsplatten, Wandbauplatten.....	68	7.7 Brandschutz.....	165
4.8 Pflastersteine.....	69	8 Baubetrieb	166
4.9 Rohre für Abwasserleitungen.....	70	8.1 Kalkulation und Lohnkosten.....	166
4.10 Baukalk.....	71	8.2 Bauvertragsrecht und Abrechnung.....	167
4.11 Zement.....	72	8.3 Baustoffbedarf und Arbeitszeitbedarf.....	173
4.12 Gips, Gips-Trockenmörtel, Calciumsulfatmörtel.....	75	8.4 Gefahrstoffe im Bauwesen.....	175
4.13 Gesteinskörnungen.....	76	Bild- und Quellenverzeichnis	176
4.14 Gesteinskörnung für Beton.....	77	Sachwortverzeichnis	179
4.15 Estrichmörtel.....	81		
4.16 Mauermörtel.....	82		
4.17 Putzmörtel.....	84		
4.18 Dünnbettmörtel.....	86		
4.19 Mörtel und Kleber für Fliesen und Platten.....	86		

1 Mathematik

1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln

Mathematische Zeichen

Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise
=	gleich	$\perp$	senkrecht auf	$\overline{AB}$	Strecke
$\neq$	ungleich	$\parallel$	parallel zu	$\widehat{AB}$	Bogen
$:=$	definitionsgemäß	+	plus	g	Gerade
$\approx$	ungefähr gleich	-	minus	$\sphericalangle$	Winkel
$\dots$	usw., bis	$\times, \cdot$	mal	$\perp$	rechter Winkel
$\triangleq$	entspricht	$;$	durch, geteilt	m	Steigung
$<$	kleiner als	$/$	durch	P, Q	Punkte
$\leq$	kleiner oder gleich	Σ	Summe von, Summe aller	x, y, z	Koordinaten
$>$	größer als	Π	Produkt von, Produkt aller	∞	unendlich
$\geq$	größer oder gleich	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	$\Rightarrow$	daraus folgt
$\gg$	sehr groß gegen	$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	Technische Zusammenhänge werden meist in ihrer kürzesten Form durch Formeln beschrieben. Allgemeine Formelzeichen werden <i>kursiv</i> geschrieben.	
$\ll$	sehr klein gegen	Δx	Delta-x		
$\sim$	proportional	%	Prozent		
$\cong$	kongruent zu	‰	Promille		

Römische Zahlen

I = 1	XL = 40
II = 2	L = 50
III = 3	LX = 60
IV = 4	LXX = 70
V = 5	LXXX = 80
VI = 6	XC = 90
VII = 7	C = 100
VIII = 8	CCC = 300
IX = 9	CD = 400
X = 10	D = 500
XI = 11	DCCC = 800
XIV = 14	CM = 900
XIX = 19	XM = 990
XX = 20	IM = 999
XXI = 21	MMXXIII = 2023

Konstanten

Größe	Zahlenwert
π	3,141 593
$\pi : 4$	0,785 398
$\pi : 180$	0,017 453
π^2	9,869 604
$1 : \pi$	0,318 310
$180 : \pi$	57,295 780
$\sqrt{1/\pi}$	0,564 190
$\sqrt{2}$	1,414 214
$\sqrt{3}$	1,732 051
e	2,718 282

Auf- und Abrunden

Aufrunden: Die letzte Ziffer einer gerundeten Zahl ist um 1 zu erhöhen, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl kleiner als 5 ist.

Abrunden: Die letzte Ziffer einer gerundeten Zahl bleibt unverändert, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl kleiner als 5 ist

Beispiele
 $\pi = 3,14159265\dots$ wird durch
 3,1416 aufgerundet (Zehntausendstel)
 3,142 aufgerundet (Tausendstel)
 3,14 abgerundet (Hundertstel)
 3,1 abgerundet (Zehntel)

Große Zahlen

$10^6 = 1\,000\,000 =$ Million
$10^9 = 1\,000\,000\,000 =$ Milliarde
$10^{12} =$ Billion
$10^{18} =$ Trillion
$10^{24} =$ Quadrillion
$10^{30} =$ Quintillion
$10^{36} =$ Sextillion

Griechisches Alphabet

$A \alpha$ Alpha	$B \beta$ Beta	$\Gamma \gamma$ Gamma	$\Delta \delta$ Delta	$E \epsilon$ Epsilon	$Z \zeta$ Zeta	$H \eta$ Eta	$\Theta \theta$ Theta
$I \iota$ Iota	$K \kappa$ Kappa	$\Lambda \lambda$ Lambda	$M \mu$ My	$N \nu$ Ny	$\Xi \xi$ Xi	$O \omicron$ Omikron	$\Pi \pi$ Pi
$P \rho$ Rho	$\Sigma \sigma$ Sigma	$T \tau$ Tau	$Y \upsilon$ Ypsilon	$\Phi \phi$ Phi	$X \chi$ Chi	$\Psi \psi$ Psi	$\Omega \omega$ Omega

Umwandlungstabellen

Längeneinheiten $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$

$\Rightarrow$	$\times 10$	$\times 10$	$\times 10$
1 m	10 dm	100 cm	1000 mm
0,1 m	1 dm	10 cm	100 mm
0,01 m	0,1 dm	1 cm	10 mm
0,001 m	0,01 dm	0,1 cm	1 mm
	$: 10$	$: 10$	$: 10$

Flächeneinheiten $1 \text{ km}^2 = 1000000 \text{ m}^2$

$\Rightarrow$	$\times 100$	$\times 100$	$\times 100$
1 m ²	100 dm ²	10000 cm ²	1000000 mm ²
0,01 m ²	1 dm ²	100 cm ²	10000 mm ²
0,0001 m ²	0,01 dm ²	1 cm ²	100 mm ²
0,000001 m ²	0,0001 dm ²	0,01 cm ²	1 mm ²
	$: 100$	$: 100$	$: 100$

Volumeneinheiten $1 \text{ km}^3 = 1000000000 \text{ m}^3$

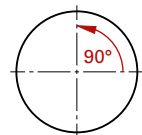
$\Rightarrow$	$\times 1000$	$\times 1000$	$\times 1000$
1 m ³	1000 dm ³	1000000 cm ³	1000000000 mm ³
0,001 m ³	1 dm ³	1000 cm ³	1000000 mm ³
0,000001 m ³	0,001 dm ³	1 cm ³	1000 mm ³
0,000000001 m ³	0,000001 dm ³	0,001 cm ³	1 mm ³
	$: 1000$	$: 1000$	$: 1000$

Zeiteinheiten

(Jahr) 1 a = 365 d	(Tag) 1 d = 24 h	(Minute) 1' = 60"	
(Monat) 1 m = (1/12) a	(Stunde) 1 h = 60'	(Sekunde) 1" = (1/60)'	

Umrechnung Winkleinheiten

$180^\circ \triangleq 200^{\text{gon}}$



Grad (°; auch Altgrad, Taschenrechneranzeige: DEG von englisch Degree)

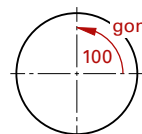
Vollkreis = $4 \times 90^\circ = 360^\circ$

Unterteilungen: $1^\circ = 60'$ (Minuten, Winkel-Minuten)

$1' = 60''$ (Sekunden, Winkel-Sekunden)

Umrechnungen: $1,4^\circ = 1^\circ + 0,4^\circ \cdot \frac{60'}{1^\circ} = 1^\circ + 24' = 1^\circ 24'$

$1^\circ 24' = 1^\circ + 24' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 1^\circ + 0,4^\circ = 1,4^\circ$



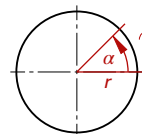
Gon (gon; auch Neugrad, Taschenrechneranzeige: GRAD)

Vollkreis = $4 \times 100^{\text{gon}} = 400^{\text{gon}}$

Umrechnungen: $1^{\text{gon}} = \frac{360^\circ}{400^{\text{gon}}} \cdot 1^{\text{gon}} = 0,9^\circ$

$1,4^{\text{gon}} = 1,4^{\text{gon}} \cdot 9^\circ/10^{\text{gon}} = 1,26^\circ = 1,26^\circ \cdot 10^{\text{gon}}/9^\circ$

$1,26^\circ = 1,4^{\text{gon}}$



Radian oder Bogenmaß (rad, Taschenrechneranzeige: RAD)

Definition $\alpha = \frac{b}{r}$

Vollkreis $\alpha = 2\pi = 6,28 \dots$

Umrechnungen: $1 \text{ rad} = 180^\circ/\pi = 57,296^\circ$

$1^\circ = \pi/180^\circ = 0,0175 \text{ rad}$

$1^{\text{gon}} = \pi/200^{\text{gon}} = 0,0157 \text{ rad}$

Besondere Längeneinheiten

1 Zoll (")	= 2,54 cm
1 inch	= 1 Zoll
1 mile	= 1609 m
1 mil	= 0,0245 mm

Besondere Flächeneinheiten

1 km ²	= 100 ha
1 ha	= 100 a
1 a	= 100 m ²
1 Morgen	= 25 a

Besondere Volumeneinheiten

1 hl	= 100 l
1 barrel	= 1,59 hl
1 gallone	= 4,546 l
1 l	= 1 dm ³

1.2 Rechenarten

Grundrechenarten				Sonstige Rechenarten			
Rechenart	a	b	c	Rechenart	a	b	c
Addition	Summand	Summand	Summenwert	Potenzierung	Basis	Exponent	Potenzwert
	Beispiel $a + b = c$				Beispiel $a^b = c$		
Subtraktion	Minuend	Subtrahend	Differenzwert	Radizierung	Radikant	Wurzel-exponent	Wurzelwert
	Beispiel $a - b = c$				Beispiel $\sqrt[b]{a} = c$		
Multiplikation	Faktor	Faktor	Produktwert	Rechenregeln ohne Klammern			
	Beispiel $a \cdot b = c$			Gleichstufige Rechenarten werden von links nach rechts ausgeführt.			
Division	Dividend	Divisor	Quotientenwert	Beispiel $8 - 2 + 3 = 6 + 3 = 9$			
	Beispiel $a : b = c$			Bei ungleichstufigen Rechenarten wird die Rechenart höherer Stufe zuerst ausgeführt. Es gilt Punktrechnung vor Strichrechnung sowie Potenzieren und Radizieren vor Punktrechnung und Strichrechnung.			
Addition und Multiplikation				Beispiel $8 - 2 \cdot 3 = 8 - 6 = 2$ $20 : 5 + 3 \cdot 7 = 4 + 21 = 25$ $14 + 3 \cdot 2^3 = 14 + 3 \cdot 8 = 38$			
Kommutativität		$a + b = b + a$ $a \cdot b = b \cdot a$		Klammerregeln			
Assoziativität		$(a + b) + c = a + (b + c)$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$		Die Rechnung innerhalb einer Klammer wird stets vor der Rechnung außerhalb der Klammer ausgeführt.			
Distributivität		$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$		Beispiel $(2 + 9) \cdot 6 = 11 \cdot 6 = 66$			
Stufen der Rechenarten				Bei mehrfacher Klammerung werden von innen nach außen runde, eckige und geschweifte Klammern benutzt. Die Klammern werden von innen nach außen aufgelöst.			
Stufe 1		Addition, Subtraktion		Beispiel $2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot (3 + 4)] : 3\} =$ $2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot 7] : 3\} =$ $2 \cdot \{3 + 4 \cdot 12 : 3\} =$ $2 \cdot 19 = 38$			
Stufe 2		Multiplikation, Division		Auflösen der Klammer mit PLUS (+) vor der Klammer $\Rightarrow$ Klammer kann entfallen.			
Stufe 3		Potenzierung, Radizierung		Auflösen der Klammer mit MINUS (-) vor der Klammer $\Rightarrow$ Klammer kann entfallen, wenn alle Vorzeichen in der Klammer umgekehrt werden.			
Beispiele Addition, Subtraktion				Faktor vor der Klammer mit Summanden $\Rightarrow$ Jeder Wert in der Klammer wird mit dem Faktor multipliziert.			
$a + 0 = 0 + a = a$ $a + (b - c) = a + b - c$ $a - (b + c) = a - b - c$ $a - (b - c) = a - b + c$ $a - 0 = a$ aber $0 - a = -a$ $a + (-b) = a - b$ $a - (-b) = a + b$ $-(a + b) = -a - b$ $- (a - b) = -a + b = b - a$				Beispiele $(a - b) \cdot c = c \cdot (a - b) = ac - bc$ $(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$ $(a - b) \cdot (c + d) = ac + ad - bc - bd$ $(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$ $(a - b) \cdot (c - d) = ac - ad - bc + bd$			
Beispiele Multiplikation							
- Schreibweise: $a \cdot b = ab$, $2 \cdot a = 2a$ $(a) \cdot (b) = (b) \cdot (a)$, $ab = ba$ $abc = acb = bac = bca = cab = cba$ - Der Multiplikationspunkt kann laut Definition in der Mathematik entfallen. $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ - Gleiche Vorzeichen ergeben plus, ungleiche Vorzeichen ergeben minus: $(+ a) (+ b) = (+ a) (- b) = + ab = ab$ $(+ a) (- b) = (- a) (+ b) = - ab$							

Bruchrechnung

Rechenoperation	Formeln und Rechenregeln	Beispiele
Erweitern	Multiplikation von Zähler und Nenner mit gleicher Zahl. $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a : n}{b : n}$	$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21}$ Der Wert bleibt gleich.
Kürzen	Division von Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl. $\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n} = \frac{a : n}{b : n}$	$\frac{14}{21} = \frac{14 : 7}{21 : 7} = \frac{14 : 7}{21 : 7} = \frac{2}{3}$ Der Wert bleibt gleich.
Hauptnenner (HN) bestimmen	Der Hauptnenner (HN) ist das kleinste gemeinsame Vielfache (KgV) der Nenner. Berechnung durch Zerlegung der Nenner in Primfaktoren.	HN von $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{30}$ $4 = 2 \cdot 2$ $5 = 5$ $6 = 2 \cdot 3$ $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ $HN = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = 60$
Addition gleichnamige Brüche ungleichnamige Brüche	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{(a \cdot d) + (c \cdot b)}{b \cdot d}$	$\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5+3}{8} = \frac{8}{8} = 1$ $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$
Subtraktion gleichnamige Brüche ungleichnamige Brüche	$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$ $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} - \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{(a \cdot d) - (c \cdot b)}{b \cdot d}$	$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}$
Multiplikation Bruch mit Zahl Bruch mit Bruch	$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}$ $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{3}{8} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{8} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8}$ $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 5} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$
Division Bruch durch Zahl Bruch durch Bruch	$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b \cdot n}$ $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	$\frac{3}{8} : 5 = \frac{3}{8 \cdot 5} = \frac{3}{40}$ $\frac{3}{8} : \frac{2}{5} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{16}$
Umwandeln gemeiner Bruch in Dezimalzahl	übliches Teilen des Zählers durch den Nenner	$\frac{8}{3} = 8 : 3 = 2,66\ldots$ $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$ $8 : 3 = 2,66\ldots$ periodische Wiederholung
Umwandeln endliche Dezimalbrüche reinperiodische Dezimalbrüche unreinperiodische Dezimalbrüche	Erweitern mit 10, 100, 1000 usw., ggf. anschließend kürzen $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{Rechnung gemäß Beispiel für unreinperiodische Dezimalbrüche}$	$0,375 = \frac{0,375 \cdot 1000}{1000} = \frac{3}{8}$ $0,4\overline{2} = \frac{42}{99}$ $x = 2,3\overline{42}$ $x = \frac{2319}{990}$ $1000 \cdot x = 2342,4\overline{2}$ $- 10 \cdot x = -23,4\overline{2}$ $990 \cdot x = 2319,00$
Vorzeichenregeln beim Dividieren	$(+ a) : (+ b) = + a : b = + \frac{a}{b} \quad b \neq 0$ $(+ a) : (- b) = - a : b = - \frac{a}{b} \quad b \neq 0$ $(- a) : (- b) = + a : b = + \frac{a}{b} \quad b \neq 0$	$(+ 3) : (+ 8) = + 3 : 8 = + \frac{3}{8}$ $(+ 3) : (- 8) = - 3 : 8 = - \frac{3}{8}$ $(- 3) : (- 8) = + 3 : 8 = + \frac{3}{8}$
Division durch 0	Eine Division durch 0 ist unzulässig. $+\infty$ bzw. $-\infty$ sind keine reellen Zahlen.	

Potenzen			Wurzeln	
Definition (Sprechweise: a hoch n)	$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ n Anzahl der Faktoren		Definition (für $a \geq 0$ und $n \in \mathbb{N}^*$)	$(\sqrt[n]{a})^n = a$ $\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$
Spezialfälle (für $a \neq 0$ und $n \in \mathbb{N}^*$)	$a^1 = a$; $a^0 = 1$ $1^n = 1$; $0^n = 0$		Darstellung mit Bruchpotenzen (für $a \geq 0$)	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n} = (\sqrt[n]{a})^m$
Potenzen mit negativen Exponenten	$a^{-1} = \frac{1}{a}$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$		Produkte von Wur- zeln (für $a \geq 0$ und $b \geq 0$)	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^q} = a^{\frac{m+q}{n}}$
Vorzeichen beim Potenzieren (für $n \in \mathbb{N}^*$)	$(+a)^n = +a^n$ für alle n $(-a)^n = +a^n$ für gerade n $(-a)^n = -a^n$ für ungerades n		Eindeutigkeit von Wurzeln (für $a \geq 0$)	$\sqrt[n]{a^n} = a$ $\sqrt[2]{4} = +2$ $\sqrt[3]{27} = +3$
Beispiele	$2a^3 + 3a^3 - a^3 = 4a^3$ $3a^4 + 4a^4 - 2a^4 = 3a^4 + 2a^4$		■ Wurzeln positiver Radikanten sind positiv. ■ Wurzeln negativer Radikanden sind für den reellen Zahlenbereich nicht definiert. $\sqrt{-5}$ nicht definiert ■ Wurzel aus null ist gleich null: $\sqrt{0} = 0$	
Produkt von Potenzen	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$			
Quotient von Potenzen	$a^m : a^n = a^{m-n}$ $a^m : b^m = (a : b)^m$			
Zehnerpotenzen			Beispiel (Hinweis auf $\pm$ Zeichen) Sei $x^2 = 3$ $x = \pm \sqrt{3} = \pm 1,7321\dots$ (nicht $x = \sqrt{3} = \pm 1,7321\dots$)	
$0,001 = 10^{-3}$ $1000 = 10^3$ $0,01 = 10^{-2}$ $100 = 10^2$ $0,1 = 10^{-1}$ $10 = 10^1$ $1 = 10^0$ $1 = 10^0$ $1\,000\,000 = 10^6 = 1 \text{ Million}$ $10\,000\,000 = 10^7 = 10 \text{ Millionen}$ $100\,000\,000 = 10^8 = 100 \text{ Millionen}$ $1\,000\,000\,000 = 10^9 = 1 \text{ Milliarde}$			Binomische Formeln 1. binomische Formel $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 2. binomische Formel $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 3. binomische Formel $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	
Beispiele $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$ $10^{-4} = 0,0001$ 1 ist die vierte Stelle nach dem Komma			Höhere Potenzen $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $(a \pm b)^n = a^n \pm \binom{n}{1} a^{n-1}b + \binom{n}{2} a^{n-2}b^2 \pm \binom{n}{3} a^{n-3}b^3 + \dots \pm \dots$	
Zahlenmengen			Spezialfälle $a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2) \cdot (a^2 - b^2)$ $a^n - b^n = (a - b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + \dots + b^{n-1})$	
Symbol	Zahlenmenge	Menge aller ...	Logarithmen	
$\mathbb{N}$	Natürliche Zahlen	positiven ganzen Zahlen	Definition	$\log_b a = c$, wenn $b^c = a$ für $b > 0$ und $a > 0$
$\mathbb{Z}$	Ganze Zahlen	positiven und negativen ganzen Zahlen	Brigg'scher (deka- discher) Logarith- mus	$\lg a = \log_{10} a$
$\mathbb{Q}$	Rationale Zahlen	endlichen und periodischen Dezimalzahlen		
$\mathbb{R}$	Reelle Zahlen	endlichen und unendlichen Dezimalzahlen		
$\mathbb{C}$	Komplexe Zahlen	imaginäre Einheit $i^2 = -1$		

1.3 Dreisatzrechnung

Dreisatzarten	direkter Dreisatz		indirekter Dreisatz	
1. Aussagesatz	$x \Rightarrow y$	je mehr desto mehr	$x \Rightarrow y$	je mehr desto weniger
2. Einheitssatz	$1 \Rightarrow \frac{y}{x}$	oder	$1 \Rightarrow y \cdot x$	oder
3. Schlussatz	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x_1}{x}$	je weniger desto weniger	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x}{x_1}$	je weniger desto mehr

Dreisatz mit geradem Verhältnis (direkt oder proportional)

Beispiel 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €. Wieviel kosten 3,00 m³ Eichenholz?

- 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €
- 1,00 m³ Eichenholz kostet $\frac{7875,00 \text{ €}}{4,50 \text{ m}^3}$
- 3,00 m³ Eichenholz kosten $\frac{7875,00 \text{ €} \cdot 3,00 \text{ m}^3}{4,50 \text{ m}^3} = 5250,00 \text{ €}$

Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis (indirekt oder antiproportional)

Beispiel 5 Maurer benötigen für eine Montagearbeit 80 Stunden. Wie lange dauert die Montage, wenn 8 Maurer zur Verfügung stehen?

- 5 Maurer benötigen 80 h
- 1 Maurer benötigt $5 \cdot 80 \text{ h}$
- 8 Maurer benötigen $\frac{5 \cdot 80 \text{ h}}{8} = 50 \text{ h}$

Zusammengesetzter Dreisatz (doppelter Dreisatz)

Es werden 3 Größen gegenübergestellt. Die gesuchte Größe wird stufenweise errechnet. In jeder Stufe wird nur eine Größe verändert.

Beispiel 6 Fliesenleger verlegen bei 8-stündiger Arbeitszeit pro Tag 58 m² Mosaik. Wie viel m² Mosaik verlegen 5 Fliesenleger bei einer Arbeitszeit von 9 h/Tag?

1. Dreisatz: 6 Fliesenleger verlegen in 8 h 58 m²

1 Fliesenleger verlegt in 8 h $\frac{58 \text{ m}^2}{6}$

5 Fliesenleger verlegen in 8 h $\frac{58 \text{ m}^2 \cdot 5}{6}$

2. Dreisatz: 5 Fliesenleger verlegen in 1 h $\frac{58 \text{ m}^2 \cdot 5}{6 \cdot 8}$

5 Fliesenleger verlegen in 9 h $\frac{58 \text{ m}^2 \cdot 5 \cdot 9}{6 \cdot 8} = 54,375 \text{ m}^2 \approx 54 \text{ m}^2$

Verhältnisleichung, Proportionen

Zwei Verhältnisse mit gleichen Werten können gleichgesetzt und als Gleichung geschrieben werden. Das Verhältnis (eine Proportion) kann auch als Bruchgleichung geschrieben werden.

Außenglieder

Eine Verhältnisleichung kann als Produktgleichung geschrieben werden.

$$\boxed{a : b = 3 : 4} \quad \text{oder} \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

$$a : b = 3 : 4 \quad \text{oder} \quad 3 \cdot b = 4 \cdot a$$

Innenglieder Bruchgleichung

$$\text{Innenglied} \times \text{Innenglied} = \text{Außenglied 1} \times \text{Außenglied 2}$$

1.4 Prozentrechnung und Zinsrechnung

Prozentrechnung

Rechnen mit reinem Grundwert

- Prozent % $\triangleq 1/100$
- Grundwert G
- Prozentwert PW
- Prozentsatz p (%)

$$G = \frac{PW \cdot 100 \%}{p}$$

$$PW = \frac{G \cdot p}{100 \%}$$

$$p = \frac{PW \cdot 100 \%}{G}$$

Beispiel

Eichenholz hat einen tangentialen Schwindverlust von 8,9 %. Um wie viel mm schwindet ein Seitenbrett mit einer Breite $b = 320$ mm?

Lösung

$$PW = \frac{320 \text{ mm} \cdot 8,9 \%}{100 \%} = 28,5 \text{ mm}$$

Rechnen mit vermindertem Grundwert

- Verminderter Grundwert $G_{\min}$

Verminderter Grundwert	Prozentwert (PW)
$100 \% - p \%$	$p \%$
$100 \% = \text{Grundwert (G)}$	

$$G_{\min} = G - PW$$

$$G = \frac{G_{\min} \cdot 100 \%}{100 \% - p}$$

Beispiel

Ein Kunde bezahlt wegen mangelhafter Arbeit 10 % des Bruttopreises weniger und überweist 16500,00 €. Wie hoch war der Bruttopreis?

Lösung

$$G = \frac{16500,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% - 10 \%} = 18333,33 \text{ €}$$

Rechnen mit vermehrtem Grundwert

- Vermehrter Grundwert G_{mehr}

Grundwert (G)	Prozentwert (PW)
100%	$p \%$
$100 \% + p \% = \text{vermehrter Grundwert}$	

$$G_{\text{mehr}} = G + PW$$

$$G = \frac{G_{\text{mehr}} \cdot 100 \%}{100 \% + p}$$

Beispiel

Ein Arbeiter erhält nach der Lohn-erhöhung von 3,5 % einen Stundenlohn von 13,40 €. Errechnen Sie den vorherigen Lohn.

Lösung

$$G = \frac{13,40 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% + 3,5 \%} = 12,95 \text{ €}$$

Zinsrechnung

- Kapital K (€)
- Zinsen Z (€)
- Zinssatz p (%/Jahr)
- Laufzeit t (Jahre)
- 1 Zinsjahr 360 Tage
- 1 Zinsmonat 30 Tage

Kapital	Z
---------	---

Mit dem Zinssatz werden die Zinsen für ein Jahr berechnet.

$$K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \cdot t}$$

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \%}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$$

$$t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p}$$

Beispiel

Ein Betrieb erhält einen Kredit über 40000,00 € mit Zinssatz von 8,5 %.

a) Berechnen Sie die Zinsen.

b) Wie hoch wäre der Zinssatz, wenn 3700,00 € Zinsen bei gleicher Laufzeit anfallen würden?

Lösung (Berechnung für ein Jahr)

$$Z = \frac{40000,00 \text{ €} \cdot 8,5 \%}{100 \%} = 3400,00 \text{ €}$$

$$p = \frac{3700,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{40000,00 \text{ €}} = 9,25 \%$$

Zinseszinsrechnung

Die Zinsen werden dem Kapital am Jahresende zugerechnet und mitverzinst.

- Anzahl der Jahre n

Kapital nach n Jahren:

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Beispiel

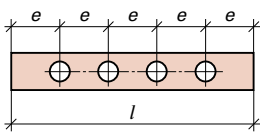
Ein Maurer legt 5000,00 € festverzinslich mit $p = 4,5 \%$ an. Wie hoch ist sein Kapital nach 10 Jahren?

Lösung

$$K_{10} = 5000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{4,5 \%}{100}\right)^{10} = 7764,85 \text{ €}$$

1.5 Längen und Winkel

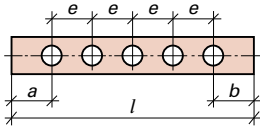
Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände



$$e = \frac{l}{n+1}$$
$$z = n+1$$

- l Gesamtlänge, Teilungsstrecke
- e Länge der Abstände
- n Anzahl der Teilungselemente
- z Anzahl der Abstände

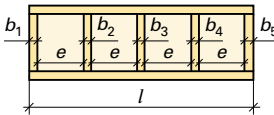
Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Randabstand



$$e = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

- a, b Randabstände
- l Gesamtlänge, Teilungsstrecke
- e Länge der Abstände
- n Anzahl der Teilungselemente

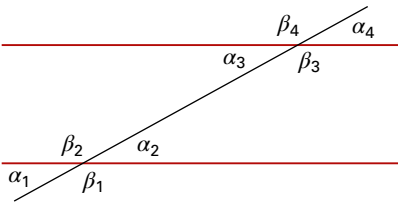
Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Unterbrechungen



$$e = \frac{l - (b_1 + \dots + b_n)}{n - 1}$$

- $b_1, \dots, b_n$ Unterbrechungen
- l Gesamtlänge, Teilungsstrecke
- e Länge der Abstände
- n Anzahl der Teilungselemente

Winkelarten



Scheitelwinkel sind gleich groß.
Scheitelwinkel liegen am Winkelscheitel ein-ander gegenüber.

$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad \text{und} \quad \alpha_3 = \alpha_4$$

Wechselwinkel sind gleich groß.
Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen liegen dem Winkel auf der anderen Seite gegenüber.

$$\alpha_1 = \alpha_3 \quad \text{und} \quad \beta_1 = \beta_4$$

Stufenwinkel sind gleich groß.
Stufenwinkel liegen auf der anderen Stufe der gleichen Seite der Geraden.

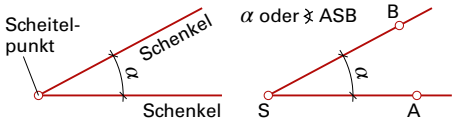
$$\alpha_1 = \alpha_3 \quad \text{und} \quad \beta_1 = \beta_3$$

Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°.
Nebenwinkel sind Nachbarwinkel auf derselben Seite der Parallelen.

$$\alpha_1 + \beta_1 = 180^\circ \quad \text{und} \quad \alpha_4 + \beta_4 = 180^\circ$$

Winkleinheiten

Zwei von einem Punkt ausgehende Halbgeraden bilden einen Winkel. Die Benennung erfolgt mit griechischen Buchstaben α, β, γ .

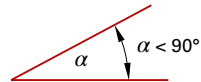


Die Einheiten der Winkel sind Grad (°), Minuten (') und Sekunden ("). Es gelten dieselben Umrechnungsregeln wie bei den Zeiteinheiten.

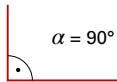
$$\text{Umrechnung} \quad 1^\circ = 60' \quad 1' = 60''$$

$$0,56666^\circ = 0,56666^\circ \cdot 60' / \text{je } 1^\circ \rightarrow 34'$$
$$21' = 21' : 60' / \text{je } 1^\circ \rightarrow 0,35^\circ$$

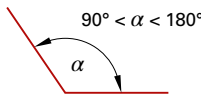
Winkelbenennungen



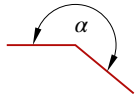
Spitzer Winkel



Rechter Winkel (R)

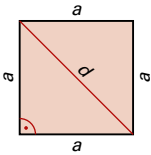
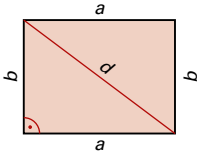
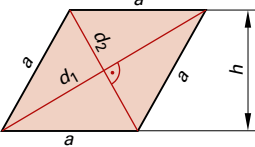
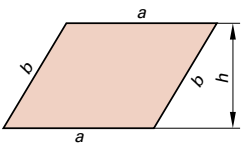
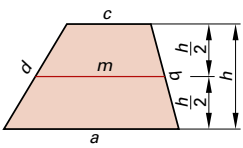
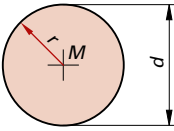
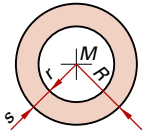


Stumpfer Winkel

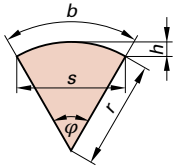
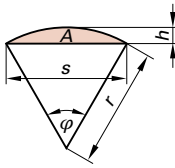
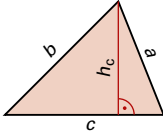
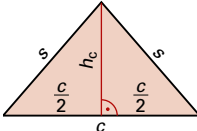
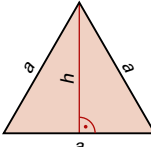
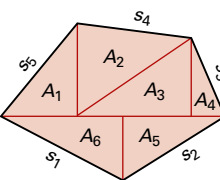


Überstumpfer Winkel

1.6 Flächen

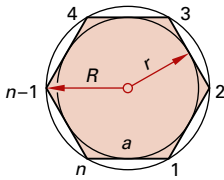
Quadrat 	A Fläche a Seitenlänge d Diagonalenlänge U Umfang	$A = a \cdot a = a^2$ $U = 4 \cdot a$ $d = \sqrt{2} \cdot a \approx 1,414 \cdot a$
Rechteck 	A Fläche a Länge (Grundlinie) b Breite (Höhe) d Diagonalenlänge U Umfang	$A = a \cdot b$ (Fläche = Grundlinie mal Höhe) $U = 2 \cdot (a + b)$ $d = \sqrt{a^2 + b^2}$
Rhombus, Raute 	A Fläche a Seitenlänge (Grundlinie) h Höhe d_1, d_2 Diagonalenlängen U Umfang $d_1 \perp d_2$	$A = a \cdot h$ $A = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$ $a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$ $U = 4 \cdot a = 2 \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$
Parallelogramm 	A Fläche a, b Seitenlängen a Grundlinie h Höhe U Umfang	$A = a \cdot h$ (Fläche = Grundlinie mal Höhe) $U = 2 \cdot (a + b)$
Trapez 	A Fläche a, b, c, d Seitenlängen m mittlere Länge h Höhe U Umfang	$A = m \cdot h = \frac{a+c}{2} \cdot h$ $m = \frac{a+c}{2}$ $U = a + b + c + d$
Kreis 	A Fläche r Radius (Halbmesser) d Durchmesser U Umfang M Kreismittelpunkt	$A = \pi \cdot r^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot d^2$ $d = 2 \cdot r$ $U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$
Kreisring 	R Außenradius r Innenradius s Kreisringdicke	$A = A_{\text{Außenkreis}} - A_{\text{Innenkreis}}$ $A = (R^2 - r^2) \cdot \pi$ $s = R - r$

1.6 Flächen

Kreisausschnitt 	A Fläche (Kreisausschnitt) r Radius s Sehnenlänge b Bogenlänge φ° Zentriwinkel im Altgradmaß	$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \varphi^\circ}{4 \cdot 360^\circ}$ $b = \frac{d \cdot \pi \cdot \varphi^\circ}{360^\circ}$ $s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi^\circ}{2}\right)$ $s = 2 \cdot \sqrt{h \cdot (2 \cdot r - h)}$
Kreisabschnitt 	r Halbmesser b Bogenlänge h Bogenhöhe s Sehnenlänge A Fläche des Kreisabschnitts φ° Zentriwinkel im Altgradmaß	$A \approx \frac{2}{3} \cdot s \cdot h$ $A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \varphi^\circ}{4 \cdot 360^\circ} - \frac{s \cdot (r - h)}{2}$ $s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi^\circ}{2}\right)$
Dreieck  ► S. 19, 21	A Fläche a, b, c Seitenlängen c Grundlinie h_c Höhe U Umfang s halber Umfang	$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$ (Fläche = $\frac{1}{2}$ mal Grundlinie mal Höhe) $s = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$ $U = a + b + c = 2 \cdot s$
Gleichschenkliges Dreieck 	A Fläche s Schenkellänge c Grundlinie h_c Höhe U Umfang	$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$ $A = \frac{1}{4} \cdot c \cdot \sqrt{4 \cdot s^2 - c^2}$ $h_c = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4 \cdot s^2 - c^2}$ $U = 2 \cdot s + c$
Gleichseitiges Dreieck 	A Fläche a Seitenlänge h Höhe U Umfang	$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$ $A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \approx 0,433 \cdot a^2$ $h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \approx 0,866 \cdot a$ $U = 3 \cdot a$
Unregelmäßiges Vieleck 	A Fläche A_i Teilflächen ($i = 1, 2, \dots, m$) s_i Seitenlängen ($i = 1, 2, \dots, n$) n Anzahl der Ecken m Anzahl der Teilflächen U Umfang	$A = A_1 + A_2 + \dots + A_m$ $U = s_1 + s_2 + \dots + s_n$

1.6 Flächen

Regelmäßiges Vieleck



A	Fläche
a	Seitenlänge
R	Umkreisradius
r	Inkreisradius
n	Anzahl der Ecken
U	Umfang
φ°	Mittelpunktswinkel

$$A = \frac{1}{2} \cdot n \cdot a \cdot r$$

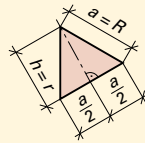
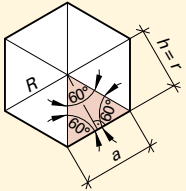
$$R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 + 4 \cdot r^2}$$

$$r = \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$r = R \cdot \cos(\varphi^\circ/2)$$

$$U = n \cdot a$$

Beispiel Sechseck



Sechseck

$$A = 6 \cdot a \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$A = 3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$$

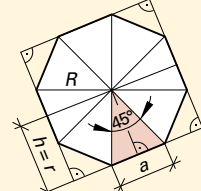
$$A \approx 2,598 \cdot R^2$$

Achteck

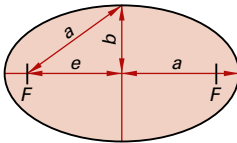
$$A = 8 \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot r$$

$$A \approx 2,828 \cdot R^2$$

Beispiel Achteck



Ellipse



A	Fläche
a	großer Halbmesser
b	kleiner Halbmesser
e	Brennpunktabstand
U	Umfang
F	Brennpunkte

$$A = \pi \cdot a \cdot b \quad e = \sqrt{a^2 - b^2}$$

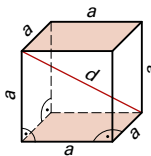
$$U \approx \pi \cdot (a + b)$$

$$U = \pi \cdot (a + b) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\lambda^2 + \frac{1}{64}\lambda^4 + \dots\right)$$

mit $\lambda = \frac{a-b}{a+b}$

1.7 Körper

Würfel



A	Grundfläche
V	Volumen
O	Oberfläche
a	Seitenlänge
d	Raumdiagonale

$$A = a^2$$

$$V = A \cdot a$$

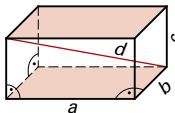
$$V = a^3$$

$$O = 6 \cdot a^2$$

$$d = \sqrt{3} \cdot a$$

$$d \approx 1,732 \cdot a$$

Quader, Rechtekt



A	Grundfläche
V	Volumen
O	Oberfläche
a, b, c	Seitenlängen
d	Raumdiagonale

$$A = a \cdot b$$

$$V = A \cdot c$$

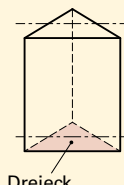
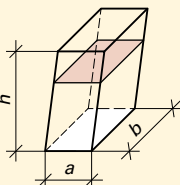
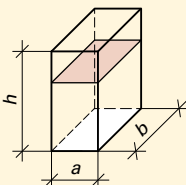
$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a)$$

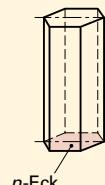
$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$V = \text{Grundfläche} \times \text{Höhe}$

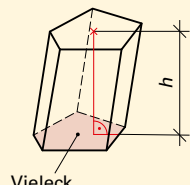
Prismen, gerade und schief



Dreieck



n-Eck

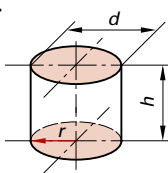


Vieleck

$$V = A \cdot h \quad O = A_u + A_o + M$$

1.7 Körper

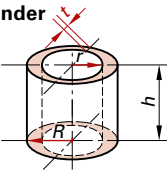
Zylinder
gerade
und
schief



A Grundfläche
 V Volumen
 O Oberfläche
 R Außenradius
 r Innenradius
 t Wanddicke
 h Höhe

$A = \pi \cdot r^2$
 $V = A \cdot h$
 $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$
 $M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$
 $O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$
 $d = 2 \cdot r$

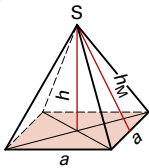
Hohlzylinder
gerade
und
schief



A Grundfläche
 V Volumen
 O Oberfläche
 R Außenradius
 r Innenradius
 t Wanddicke
 h Höhe

$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$
 $V = A \cdot h$
 $V = \pi \cdot h \cdot (R^2 - r^2)$
 $V = \pi \cdot h \cdot t \cdot (R + r)$
 $t = R - r$
 $O = 2 \cdot \pi \cdot (R + r) \cdot (h + t)$

Pyramide
gerade
und
schief

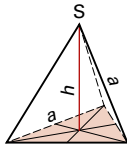


quadratische Grundfläche

V Volumen
 A Grundfläche
 U Grundumfang
 h_M Mantelhöhe
 O Oberfläche
 M Mantelfläche
 h Höhe
 a Seitenlänge

$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$
 $M = \frac{1}{2} \cdot U \cdot h_M$
 $A = a^2$
 $O = M + A$
 $U = 4 \cdot a$

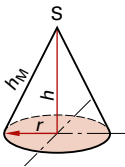
Tetraeder



V Volumen
 A Grundfläche
 a Seitenlänge
 h Höhe
 O Oberfläche
(vier gleichgroße Flächen)

$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot a^3 \approx 0,118 \cdot a^3$
 $O = \sqrt{3} \cdot a^2 \approx 1,732 \cdot a^2$
 $A = \frac{1}{4} \cdot O \approx 0,433 \cdot a^2$
 $h = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot a \approx 0,816 \cdot a$

Kegel
gerade
und
schief



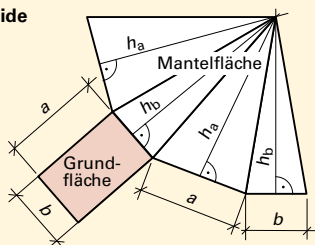
V Volumen
 A Grundfläche
 r Radius
 h Höhe
 h_M Mantelhöhe
 M Mantelfläche
 O Oberfläche

$A = \pi \cdot r^2$
 $V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h$
 $M = \pi \cdot r \cdot h_M$
 $O = \pi \cdot r \cdot (h_M + r)$
 $h_M = \sqrt{r^2 + h^2}$
 $h = \sqrt{h_M^2 - r^2}$

$V = \text{Grundfläche} \times \text{Höhe}$
 $V_{\text{Spitzer Körper}} = \frac{1}{3} \text{Grundfläche} \times \text{Höhe}$

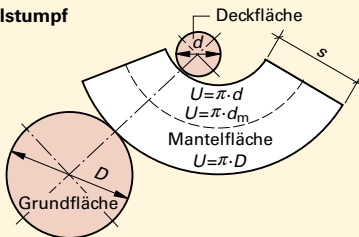
Abwicklung einer Pyramide und eines Kegelstumpfes

Pyramide

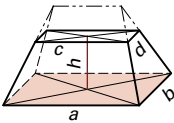
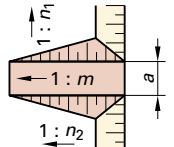
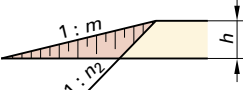
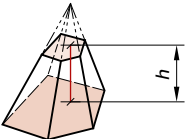
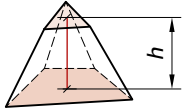
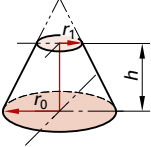
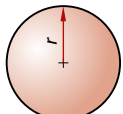
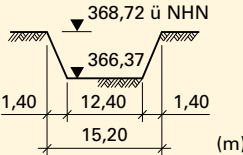


$O = M + A$ $M = a \cdot h_a + b \cdot h_b$

Kegelstumpf



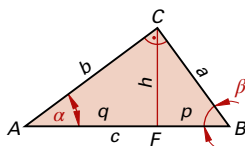
$O = M + A_o + A_u$ $M = \pi \cdot d_m \cdot s$

Obelisk (Ponton) Keil ($d = 0$) (Baugrube) 	V Volumen a, b Seitenlängen der Grundfläche c, d Seitenlängen der Deckfläche h Höhe A_0 Grundfläche A_1 Deckfläche	$V = \frac{h}{6} \cdot [a \cdot b + c \cdot d + (a + c) \cdot (b + d)]$ $A_0 = a \cdot b \quad A_1 = c \cdot d$ $V \approx \frac{1}{2} \cdot (A_0 + A_1) \cdot h$ Sonderfall Keil/Walmdach: $d = 0$ $V = \frac{1}{6} \cdot h \cdot b \cdot (2 \cdot a + c)$
Rampe 	$1 : m$ Steigung der Rampe $1 : n_1$ Steigung der Böschung 	$V = \frac{h^2}{6} \cdot \left(3 \cdot a + 2 \cdot n_1 \cdot h \cdot \frac{m - n_2}{m} \right) \cdot (m - n_2)$ für $n_2 = 0$ (z.B. lotrechte Wand) $V = \frac{h^2}{6} \cdot (3 \cdot a + 2 \cdot n_1 \cdot h) \cdot m$
Pyramidenstumpf gerade und schief 	V Volumen A_0 Grundfläche A_1 Deckfläche h Höhe	Simpsonsche Regel $V = \frac{h}{3} \cdot (A_0 + A_1 + \sqrt{A_0 \cdot A_1})$ Näherungsformel $V \approx \frac{h}{2} \cdot (A_0 + A_1)$
Prismatoid 	A_0, A_1 Deck- und Grundfläche sind parallel, können aber unterschiedliche Formen haben	$A_m = \frac{1}{4} \cdot (A_0 + A_1 + 2 \cdot \sqrt{A_0 \cdot A_1})$ $V = \frac{h}{6} \cdot (A_0 + A_1 + 4 \cdot A_m)$ A_m ist der zur Grundfläche parallele Querschnitt in halber Höhe
Kegelstumpf gerade und schief 	r_0 Radius der Grundfläche r_1 Radius der Deckfläche h Höhe h_M Mantelhöhe M Mantelfläche O Oberfläche	$V = \frac{h}{3} \cdot \pi \cdot (r_0^2 + r_0 \cdot r_1 + r_1^2)$ $h_M = \sqrt{(r_0 - r_1)^2 + h^2}$ $M = \pi \cdot h_M \cdot (r_0 + r_1)$ $O = \pi \cdot (r_0^2 + r_1^2 + h_M \cdot r_0 + h_M \cdot r_1)$ Mantelfläche = Oberfläche – Deckfläche – Grundfläche
Kugel 	V Volumen O Oberfläche r Radius d Durchmesser	$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad V \approx 4,189 \cdot r^3$ $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ $d = 2 \cdot r \quad d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}}$
Beispiel 	Rechteckige Baugrube mit den Abmessungen $A_u = 12,40 \text{ m} \times 8,65 \text{ m}$ und $A_o = 15,20 \text{ m} \times 11,45 \text{ m}$. Der Aushub in m^3 ist zu berechnen. $h = 368,72 - 366,37 = 2,35 \text{ m}$ Näherungsformel (in der Baupraxis bevorzugt) $V \approx (1/2) \cdot (12,40 \cdot 8,65 + 15,20 \cdot 11,45) \cdot (368,72 - 366,37)$ $V \approx (1/2) \cdot (107,26 + 174,04) \cdot 2,35 \approx 330,5 \text{ m}^3$ Genaue Formel $V = (2,35/6) \cdot [15,20 \cdot 11,45 + 12,40 \cdot 8,25 + (12,40 + 15,20) \cdot (11,45 + 8,65)]$ $V = (2,35/6) \cdot [174,04 + 107,26 + 554,76] = 327,5 \text{ m}^3$	

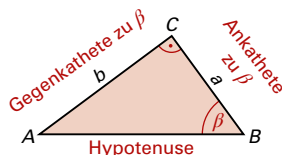
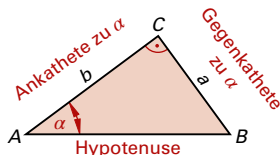
1.8 Geometrie

1.8.1 Rechtwinklige Dreiecke

Bezeichnungen

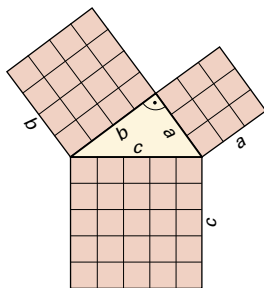


A, B, C Eckpunkte
 h Höhe
 p, q Hypotenusenabschnitte



Die dem rechten Winkel (1 R = 90°) gegenüberliegende Seite heißt Hypotenuse (c). Die beiden anderen Seiten heißen Katheten (a und b). Bezogen auf die an der Hypotenuse liegenden Winkel heißt die gegenüberliegende Kathete Gegenkathete und die anliegende Kathete Ankathete.

Satz des Pythagoras



Im rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Flächeninhalte der Quadrate über den Katheten gleich dem Flächeninhalt des Quadrats über der Hypotenuse:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ a &= \sqrt{c^2 - b^2} \\ b &= \sqrt{c^2 - a^2} \\ c &= \sqrt{a^2 + b^2} \end{aligned}$$

Trigonometrische Funktionen

$$\text{Sinus} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{Kosinus} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{Tangens} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\text{Kotangens} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \sin \beta = \frac{b}{c}$$

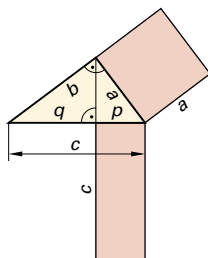
$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \cos \beta = \frac{a}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} \quad \tan \beta = \frac{b}{a}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} \quad \cot \beta = \frac{a}{b}$$

Im rechtwinkligen Dreieck besteht ein Zusammenhang zwischen den Winkeln und den Seiten.

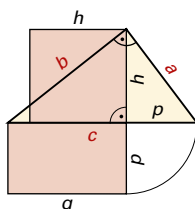
Kathetensatz (Euklid)



Im rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Quadrats über einer Kathete gleich dem Flächeninhalt des Rechtecks aus der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusenabschnitt:

$$\begin{aligned} a^2 &= c \cdot p \\ b^2 &= c \cdot q \\ a^2 + b^2 &= c \cdot (p + q) = c^2 \end{aligned}$$

Höhensatz (Euklid)

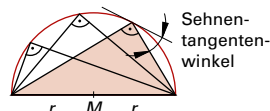


Im rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Quadrats über der Höhe gleich dem Flächeninhalt des Rechtecks aus den Hypotenusenabschnitten:

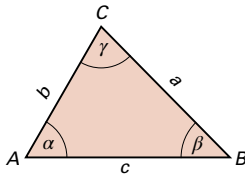
$$\begin{aligned} h^2 &= p \cdot q \\ p &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot c} \\ q &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot c} \end{aligned}$$

Satz des Thales

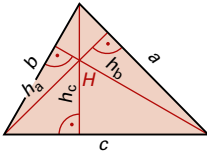
Über dem Durchmesser eines Kreises als Grundlinie ist jedes Dreieck, dessen Spitze auf dem Kreisbogen liegt, ein rechtwinkliges Dreieck. Der Sehnentangentenwinkel ist halb so groß wie der Mittelpunktswinkel über demselben Bogen.



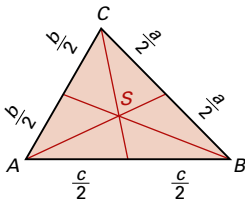
1.8.2 Schiefwinklige Dreiecke



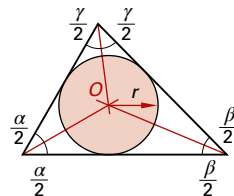
Winkelsumme
 $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$



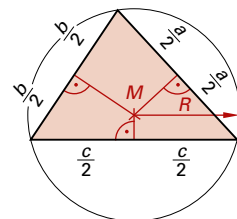
Höhen
 $h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$



Inkreis
 $r = \frac{2 \cdot A}{a + b + c}$
 $r = \frac{a \cdot b \cdot c}{2 \cdot R \cdot (a + b + c)}$



Umkreis
 $R = \frac{a}{2 \cdot \sin \alpha} = \frac{b}{2 \cdot \sin \beta}$
 $R = \frac{c}{2 \cdot \sin \gamma}$



a, b, c Seiten des Dreiecks
 α, β, γ Winkel im Dreieck (den Seiten a, b, c gegenüber)
 A Flächeninhalt
 h_a, h_b, h_c den Seiten des Dreiecks zugeordnete Höhen
 R Radius des umbeschriebenen Kreises (Umkreis)
 r Radius des eingeschriebenen Kreises (Inkreis)

Die **Höhen** eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt (Höhenschnittpunkt H).

Die **Seitenhalbierenden** eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt. Es ist der Flächenschwerpunkt S der Dreiecksfläche.

Der **Schwerpunkt** ist von den Seitenmitten halb so weit entfernt wie von den gegenüberliegenden Ecken. Der Schwerpunkt teilt die Seitenhalbierenden im Verhältnis 2:1.

Schwerpunktkoordinaten

Mit $A(x_A/y_A)$, $B(x_B/y_B)$ und $C(x_C/y_C)$ folgt für $S(x_S/y_S) \Rightarrow$

$$x_S = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}$$

$$y_S = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

Die **Winkelhalbierenden** eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt. Es ist der Mittelpunkt O des Inkreises.

Die **Mittelsenkrechten** eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt. Es ist der Mittelpunkt M des Umkreises.

Euler-Gerade

In jedem Dreieck liegen der Höhenschnittpunkt H , der Schwerpunkt S und der Schnittpunkt M der Mittelsenkrechten auf einer Geraden, der sogenannten Euler-Geraden.

Flächenformeln

$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c \quad \text{mit } h_c \perp c$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{\sin \gamma \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

Heron'sche Formel

$$A = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$

$$\text{mit } s = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$$

Seitensätze

$$a + b > c$$

$$b + c > a$$

$$a + c > b$$

Sinussatz

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2 \cdot c \cdot a \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

Bestimmung fehlender Stücke

■ Drei Seiten sind gegeben:

a, b, c

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c} \Rightarrow \alpha$$

$$\cos \beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2 \cdot c \cdot a} \Rightarrow \beta$$

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot a} \Rightarrow \gamma$$

■ Zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel sind gegeben: a, b, γ

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \cdot \sin \gamma$$

$$\sin \beta = \frac{b}{c} \cdot \sin \gamma$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

■ Zwei Seiten und ein gegenüberliegender Winkel sind gegeben: a, b, α mit $a > b$

$$\sin \beta = \frac{b}{a} \cdot \sin \alpha$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma}$$

Für den Fall $a < b$ können zwei Lösungen existieren: eine (Doppel-)Lösung oder keine Lösung.