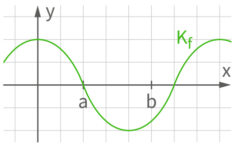
Selbsteinschätzung

Sich selbst einzuschätzen ist sehr schwer. Teste auf den folgenden Seiten dein Wissen. Bei der Auswertung erfährst du dann, welcher Weg durch den Band für dich sinnvoll ist. In Teil 1 auf dieser Doppelseite wird das elementare Grundwissen getestet. Du solltest dabei fast ohne Hilfsmittel auskommen, darfst aber alles, was die Prüfung zulässt, benutzen. Die Aufgaben aus Teil 2 gehen teilweise etwas mehr in die Tiefe, sollten aber trotzdem größtenteils ohne Hilfsmittel lösbar sein.

Teil 1

Bitte die wahren Aussagen mit „w“, die falschen Aussagen mit „f“ kennzeichnen. Keine oder eine oder mehrere vorgegebene Antworten können richtig sein. Bearbeite die Aufgaben zügig.

1. Rechts ist das Schaubild der Funktion f abgebildet.



a) ☐ Die erste Ableitung hat mindestens drei Nullstellen.
b) ☐ $f''(b) > 0$
c) ☐ $f'(b) > 0$
d) ☐ Die Stammfunktion $F(x)$ von $f(x)$ hat bei a einen Hochpunkt.
e) ☐ Im Intervall $[a; b]$ ist $f(x)$ monoton.
f) ☐ Im Intervall $[a; b]$ ist $f'(x)$ monoton steigend.

2. $f(x) = 2e^{-0,5x} \cdot (3x - 4)$

a) ☐ $f'(x) = -e^{-0,5x} \cdot (3x - 4)$
b) ☐ $f'(x) = e^{-0,5x} \cdot (-3x + 10)$
c) ☐ $f'(x) = -e^{-0,5x} \cdot (3x - 4) + 6e^{-0,5x}$
d) ☐ $f'(x) = -4e^{-0,5x} \cdot (3x - 4) \cdot 3$
e) ☐ $f'(x) = -e^{-0,5x} \cdot (3x - 10)$
f) ☐ $f'(x) = 6e^{-0,5x} \cdot (3x - 4)$

3. Das Integral $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (4\cos(3x))\,dx$ hat den Wert:

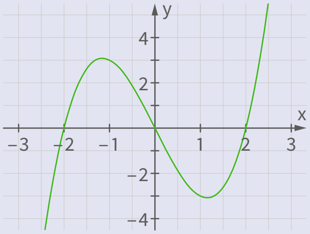
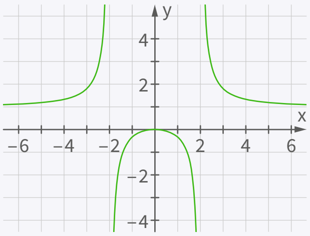
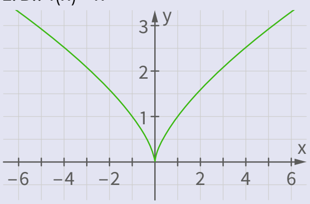
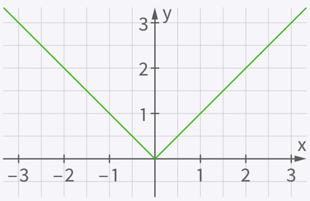
a) ☐ 3
b) ☐ $\frac{4}{3}$
c) ☐ -4
d) ☐ 0
e) ☐ $\frac{4}{3}\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin(0)\right)$
f) ☐ $1\frac{2}{6}$

Aufgaben 1 bis 3
Analysis
Gesamtpunktzahl:
_____ von 6

4. Die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

a) ☐ sind parallel.
b) ☐ sind gleich lang.
c) ☐ sind linear abhängig.
d) ☐ liegen in einer Ebene.
e) ☐ sind orthogonal.
f) ☐ haben entgegengesetzte Richtungen.

ÜBERBLICK

Funktion	Allgemeine Form	Bemerkungen und Besonderheiten
ganzrationale Funktion z. B.: $f(x) = x^3 - 4x$ 	$f(x) = a_n x^n + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$	➲ Die reellen Zahlen a_i vor den Variablen heißen **Koeffizienten**. ➲ Die Exponenten sind natürliche Zahlen (größter Exponent ist Grad der Funktion). ➲ Eine ganzrationale Funktion vom Grad n hat höchstens n Nullstellen, n – 1 Extremwerte und n – 2 Wendestellen.
gebrochenrationale Funktion z. B.: $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ 	$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ g (x) und h (x) ganzrationale Funktionen	➲ Eine gebrochenrationale Funktion ist ein Bruch zweier ganzrationaler Funktionen g (x) und h (x). ➲ Dabei heißt g(x) Zählerfunktion mit dem Zählergrad ZG und h (x) Nennerfunktion mit dem Grad NG.
Potenzfunktionen z. B.: $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ 	Wie ganzrationale Funktionen, nur sind bei Potenzfunktionen als Hochzahlen alle rationale Zahlen zugelassen.	➲ Wichtig: Hochzahl $\frac{1}{2}$ führt zu den **Wurzelfunktionen**. ➲ Vorsicht bei der Bestimmung des Definitions-Bereichs. Potenzgesetze beachten (Formelsammlung)!
Betragsfunktion z. B.: $f(x) = \lvert x \rvert$ 	$f(x) = \lvert u(x) \rvert$ $\Rightarrow\ f(x) = u(x)$ für $u(x) \geq 0$ $f(x) = -u(x)$ für $u(x) < 0$ Natürlich muss nicht der gesamte Funktionsterm innerhalb des Betragszeichens stehen!	➲ Ein Teil der (oder die ganze) Funktionsvorschrift steht zwischen den Betragsstrichen. ➲ Eine Betragsfunktion wird zu zwei verschiedenen Abschnittsfunktionen mittels der geschweiften Klammer. ➲ Der Term T innerhalb der Betragsstriche wird einmal positiv ($T \geq 0$) und einmal negativ ($T < 0$).
natürliche Exponentialfunktion **natürliche Logarithmusfunktion**	allgemeine Form und weitere Informationen in der Tabelle auf der nächsten Seite	Natürliche Exponential- und natürliche Logarithmusfunktion sind Umkehrfunktionen voneinander.
trigonometrische Funktionen	allgemeine Form und weitere Informationen auf der Seite 73	Den Taschenrechner auf RAD einstellen. Er gibt nur Werte zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $\frac{\pi}{2}$ aus.

Tab. 1.4: Übersicht über die Funktionsarten

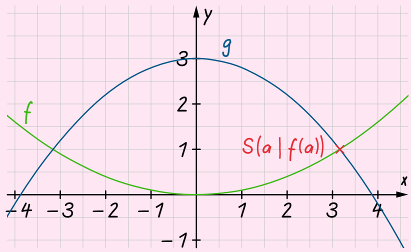
Weitere Elemente der Funktionsuntersuchung

1.4

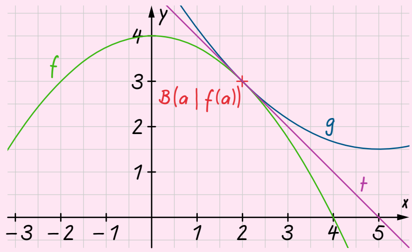
SCHNITTPUNKT UND BERÜHRPUNKT

gegeben: $f(x)$; $g(x)$

→ aus $f(a) = g(a)$ folgt: f und g schneiden sich bei $x = a$



→ falls zusätzlich $f'(a) = g'(a)$ gilt, berühren sich f und g bei $x = a$



WINKEL

→ Steigungswinkel einer Geraden:
$\alpha = \tan^{-1}(m)$

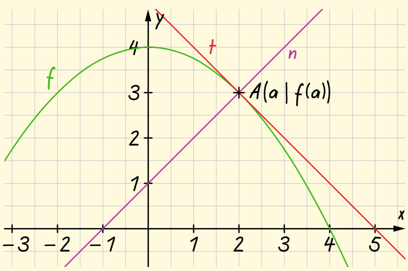
→ Steigungswinkel einer Tangente an eine Funktion für $x = a$: $\tan^{-1}\left(f'(a)\right)$

→ zwei Geraden sind senkrecht falls
$m_1 \cdot m_2 = -1$

TANGENTE UND NORMALE

→ Tangente t bei A: „Berührgerade"
$t(x) = m_t \cdot x + b$ $\qquad m_t = f'(a)$
$b = f(a) - f'(a) \cdot a$

→ Normale n bei A, senkrecht zur Tangente
$n(x) = m_n \cdot x + b;\quad m_n = -\frac{1}{m_t}$
$b = f(a) - m_n \cdot a$



UMKEHRFUNKTION

→ Funktion oder Intervall ist nur bei strenger Monotonie umkehrbar

→ Term der Umkehrfunktion durch Umformen nach x und dann Variablen ($x \leftrightarrow y$) tauschen

→ Umkehrfunktion entsteht geometrisch durch Spiegelung an der Geraden $w(x) = x$

→ Die Steigung $m_{P^{-1}}$ des Bildpunktes entspricht dem Kehrwert der Steigung des Punktes m_P