Aufgabensammlung Mathematik für Wirtschaft und Technik

Dorothea Reimer
Wolfgang Gohout

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 54326

Dr. Dorothea Reimer
Akademische Oberrätin im Bereich Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler der Professur für Statistik und Ökonometrie an der Justus-Liebig-Universität Gießen

Professor Dr. rer. nat. Dr. rer. pol. Wolfgang Gohout
Professor (i.R.) für Quantitative Methoden an der Hochschule Pforzheim

4. Auflage 2023

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-8085-5966-6

Satz: Satzherstellung Dr. Naake, 09212 Limbach-Oberfrohna
Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald
Druck: Plump Druck & Medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

Vorwort zur 4. Auflage

Die ersten Auflagen der vorliegenden Aufgabensammlung haben bei unseren Studierenden am Fachbereich Wirtschaftswissenschaften der Justus-Liebig-Universität in Gießen und an der Fakultät für Technik der Hochschule Pforzheim großen Zuspruch gefunden. Da bekanntlich Übung den Meister macht, haben wir die Aufgabensammlung um weitere „Zusatzaufgaben“ erweitert, jedoch ohne Musterlösungen als weitere Herausforderung für aktive Leser.

Für Hinweise auf missverständliche Formulierungen oder Fehler sind wir unseren Lesern natürlich dankbar. Schließlich bedanken wir uns bei dem Verlag Europa-Lehrmittel, Edition Harri Deutsch, für die Unterstützung und wünschen den Leserinnen und Lesern wieder viele Erfolgserlebnisse und gute Fortschritte beim Erlernen der Mathematik.

Gießen, im Juli 2023 Pforzheim, im Juli 2023

Dorothea Reimer
Dorothea.Reimer@wirtschaft.uni-gießen.de

Wolfgang Gohout
Wolfgang.Gohout@hs-pforzheim.de

Inhaltsverzeichnis

A Mathematische Grundlagen

A1 Mathematische Logik

Aufgabe A1.1

Welche der folgenden Sätze sind Aussagen? Geben Sie bei den Aussagen den Wahrheitswert an!

a) Die Lahn ist länger als der Rhein.
b) Mein Bruder ist dein Onkel.
c) Mathe macht Spaß.
d) Haben die Beatles „Yesterday“ gesungen?
e) Ich weiß, was eine Aussage ist.
f) Herr Ober, ein Bier!
g) Auf anderen Planeten gibt es intelligente Lebewesen.
h) Hilfe, Überfall!
i) $1+1=2$
j) $\sqrt{x^y}$

Aufgabe A1.2

Wenn $A \Rightarrow B$ gilt, gilt dann auch

a) $B \Rightarrow A$,
b) $\neg A \Rightarrow \neg B$,
c) $\neg B \Rightarrow \neg A$?

Aufgabe A1.3

Ermitteln Sie den Wahrheitswert der zusammengesetzten Aussage

$$\big((\neg A \vee B) \wedge \neg(B \vee \neg C)\big) \;\Rightarrow\; (\neg A \Rightarrow \neg C),$$

wenn A eine wahre, B und C jedoch falsche Aussagen sind!

Aufgabe A1.4

Schreiben Sie folgende Aussagen in symbolischer Form!

a) Es gibt eine reelle Zahl x für die $x > 0$ und $x^2 - 25 = 0$ gilt.

b) Für alle natürlichen Zahlen n gilt, dass die Summe der ersten n natürlichen Zahlen gleich $n(n+1)/2$ ist.

Aufgabe A1.5

Beweisen Sie folgende Aussagen durch vollständige Induktion!

a) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + n(n+1) \;=\; \dfrac{n\,(n+1)\,(n+2)}{3} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

b) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} + \ldots + \dfrac{1}{2^n} \;=\; 1 - \dfrac{1}{2^n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Zusatzaufgabe A1.6

Welche der folgenden Sätze sind Aussagen? Geben Sie bei den Aussagen den Wahrheitswert an!

a) Ein Tag hat 25 Stunden.

b) Otto find’ ich gut.

c) Wenn Hubert kleiner ist als Georg und Georg kleiner ist als Otto, dann ist Otto größer als Hubert.

d) Muss ein Volkswirt rechnen können?

e) Es war einmal ein Schneider, der hatte eine Fliegenklatsche.

f) Jede rationale Zahl ist eine reelle Zahl.

g) Paris ist die Hauptstadt von Frankreich.

Zusatzaufgabe A1.7

Wenn $A \Rightarrow B \;\wedge\; B \Rightarrow C$ gilt, gilt dann auch

a) $C \Rightarrow A$,

b) $A \Rightarrow C$,

c) $B \Rightarrow \neg A$,

d) $\neg C \Rightarrow \neg B$,

e) $\neg A \Rightarrow \neg C$?

Zusatzaufgabe A1.8

Schreiben Sie folgende Aussagen in symbolischer Form!

a) Es gibt genau eine reelle Zahl, die mit Fünf multipliziert gleich Eins ergibt.
b) Für jede reelle Zahl ist das Produkt mit 1 gleich der Zahl selbst.

Zusatzaufgabe A1.9

„Übersetzen“ Sie folgende Ausdrücke in die deutsche Sprache!

a) $1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = n^2(n+1)^2/4 \;\; \forall n \in \mathbb{N}$
b) $\exists x \in \mathbb{R} : ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ für $a, b, c, d \in \mathbb{R},\; a \neq 0$

Lösungen zum Abschnitt A1

Lösung zu Aufgabe A1.1

	keine Aussage	Aussage	wahr	falsch	Wahrheitswert unbekannt
a)		×		×	
b)		×			×
c)	×				
d)	×				
e)		×			×
f)	×				
g)		×			×
h)	×				
i)		×	×		
j)	×				

Lösung zu Aufgabe A1.2

a) und b) gelten nicht, c) ist zutreffend.

Lösung zu Aufgabe A1.3

A wahr; B, C falsch $\Rightarrow D := \neg A \vee B$ ist falsch.
$\Rightarrow D \wedge$ beliebig ist falsch
$\Rightarrow$ Die Aussage, also die Implikation „$\Rightarrow$“, ist wahr.

Lösung zu Aufgabe A1.4

a) $\exists x \in \mathbb{R}: \ (x > 0 \wedge x^2 - 25 = 0)$

b) $\forall n \in \mathbb{N}: \ 1 + 2 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

Lösung zu Aufgabe A1.5

a) Induktionsanfang $n = 1$:

$$1\,(1+1) = 2 = \frac{1\,(1+1)\,(1+2)}{3} \quad \text{gilt für } n = 1$$

Induktionsvoraussetzung:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + n(n+1) = \frac{n\,(n+1)\,(n+2)}{3} \qquad (*)$$

gelte für ein $n \in \mathbb{N}$

Induktionsschluss $n \to n+1$:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + n(n+1) + (n+1)(n+2) \stackrel{!}{=} \frac{(n+1)\,(n+2)\,(n+3)}{3}$$

Beweis: $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + n(n+1) + (n+1)(n+2)$

$$\begin{aligned}
&\underset{(*)}{=} \frac{n\,(n+1)\,(n+2)}{3} + (n+1)(n+2) \\
&= \frac{n\,(n+1)\,(n+2)}{3} + \frac{3\,(n+1)(n+2)}{3} \\
&= \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3} \qquad \text{q.e.d.}
\end{aligned}$$

b) Induktionsanfang $n = 1$:

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} \quad \text{gilt für } n = 1$$

Induktionsvoraussetzung:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n} \quad \text{gelte für ein } n \in \mathbb{N}. \qquad (*)$$

Induktionsschluss $n \to n+1$:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}} \stackrel{!}{=} 1 - \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\text{Beweis:}\quad \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}} \underset{(*)}{=} 1-\frac{1}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}}$$
$$= 1-\frac{2}{2^n 2}+\frac{1}{2^{n+1}}$$
$$= 1-\frac{2}{2^{n+1}}+\frac{1}{2^{n+1}}$$
$$= 1-\frac{1}{2^{n+1}} \qquad \text{q.e.d.}$$

A2 Mengenlehre

Aufgabe A2.1

Man schreibe mit Hilfe der Symbolik der Mengenlehre

a) die Menge A der ersten fünf Buchstaben des griechischen Alphabets,

b) die Menge B aller reellen Zahlen zwischen $+2$ und -1, die Grenzen jeweils ausgeschlossen, ohne die Null,

c) die Menge C aller natürlichen Zahlen zwischen 5 und 15 einschließlich der Grenzen.

Aufgabe A2.2

Erläutern Sie die Unterschiede zwischen $\emptyset, \{0\}, \{\emptyset\}$ und 0!

Aufgabe A2.3

Gegeben sei die Menge $A = \{4, \{6,7\}, \emptyset\}$. Welche der folgenden Aussagen sind falsch?

a) $6 \in A$;	b) $\{6,7\} \subset A$;	c) $\{4\} \in A$;	d) $\{4\} \subset A$;
e) $4 \in A$;	f) $4 \subset A$;	g) $\emptyset \subset A$;	h) $\{\emptyset\} \subset A$;
i) $\emptyset \in A$;	j) $\{\emptyset\} \in A$;	k) $\{\{6,7\}\} \subset A$.	

Aufgabe A2.4

Geben Sie zu der Menge $A = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ die Potenzmenge an!

Aufgabe A2.5

Sei $\Omega = \{n \in \mathbb{N} : \ 1 \leq n \leq 10\}$ und $A = \{2,4,6,8,10\}$, $B = \{1,2,3,4\}$ sowie $C = \{1,2,3,5,7\}$.

a) Zeichnen Sie das Venn-Diagramm und tragen Sie die Elemente von Ω in die entsprechenden Teilflächen ein!

b) Geben Sie folgende Ereignisse an:
- A und B und C,
- A oder B,
- Entweder (A und B) oder (A und C), nicht beide,
- C und (A ohne B),
- A, aber weder B noch C.

Aufgabe A2.6

Wie lautet $(A \backslash B) \cup B$, wenn

a) $A \cap B = \emptyset$, b) $A \cap B \neq \emptyset$ und $A \neq A \cap B \neq B$,

c) $A \cap B = B$, d) $A \cap B = A$?

Man veranschauliche sich dies am Venn-Diagramm.

Lösungen zum Abschnitt A2

Lösung zu Aufgabe A2.1

a) $A = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon\}$

b) $B = \{x \in \mathbb{R} : \ -1 < x < 2, x \neq 0\}$

c) $C = \{5, 6, \ldots, 15\} = \{n \in \mathbb{N} : \ 5 \leq n \leq 15\}$

Lösung zu Aufgabe A2.2

$\emptyset$ ist die **leere Menge**, also die Menge, die kein Element enthält.

$\{0\}$ ist die **Menge** mit dem (einzigen) Element 0.

$\{\emptyset\}$ ist die **Menge** mit dem Element $\emptyset$, das selbst wieder eine Menge ist.

0 ist **keine Menge**, sondern eine Zahl.

Lösung zu Aufgabe A2.3

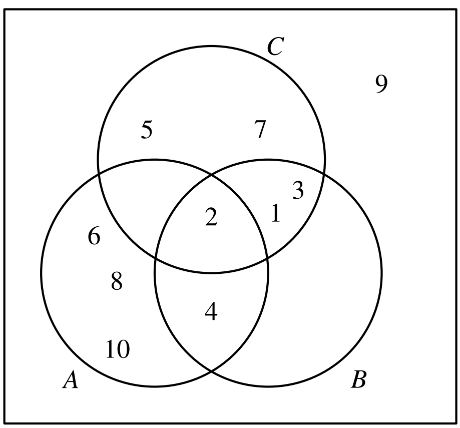
a) falsch	b) falsch	c) falsch	d) wahr
e) wahr	f) falsch	g) wahr	h) wahr
i) wahr	j) falsch	k) wahr	

Lösung zu Aufgabe A2.4

$\mathfrak{P}(A) = \{\emptyset, \{\alpha\}, \{\beta\}, \{\gamma\}, \{\alpha,\beta\}, \{\alpha,\gamma\}, \{\beta,\gamma\}, A\}$

Lösung zu Aufgabe A2.5

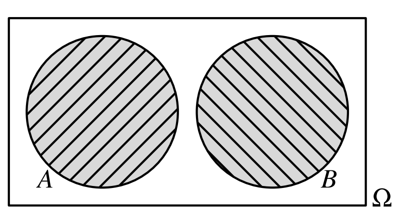
a)



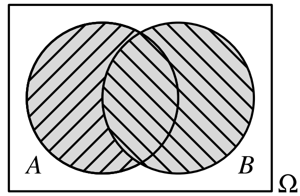
b)
- $A \cap B \cap C = \{2\}$
- $A \cup B = \{1,2,3,4,6,8,10\}$
- $(A \cap B) \triangle (A \cap C) = A \cap (B \triangle C) = \{4\}$
- $C \cap (A \backslash B) = \emptyset$
- $A \backslash (B \cup C) = \{6,8,10\}$

Lösung zu Aufgabe A2.6

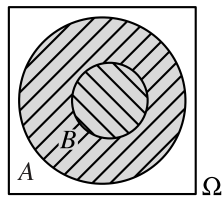
a) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \backslash B = A$
$\Rightarrow (A \backslash B) \cup B = A \cup B$



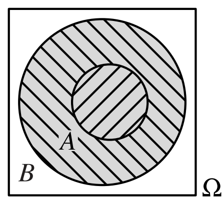
b) $(A \backslash B) \cup B = A \cup B$,
gilt übrigens **stets**!



c) $A \cap B = B$
$\Rightarrow (A \backslash B) \cup B = A$



d) $A \cap B = A$
$\Rightarrow (A \backslash B) \cup B = B$



A3 Grundlagen der Arithmetik und Algebra

Aufgabe A3.1

Transformieren Sie die folgenden Zahlen in die jeweils angegebenen Zahlensysteme:

a) $11,6875_{10}$ in das Dualsystem,
b) 3451_{10} in das Hexadezimalsystem,
c) 101011100010_2 in das Hexadezimalsystem,
d) $110110011,0101_2$ in das Dezimalsystem.

Aufgabe A3.2

Geben Sie zu den folgenden Zahlen an, zu welcher der Zahlenmengen $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ sie gehören: -2; 5; $2,7$; $3/8$; π; e; $7i$; $\sqrt{3}$; $5+i$.

Aufgabe A3.3

Berechnen Sie folgende Summen:

a) $\sum_{i=1}^{10} i$, b) $\sum_{i=1}^{n}(2i+10)$, c) $\sum_{j=1}^{5} \frac{3j(-1)^j-1}{3j}$,

d) $\sum_{i=4}^{8} \frac{2i+3(-1)^i}{i^2}$, e) $\sum_{i=-2}^{4} \frac{(-i)^3}{2^i}$, f) $\sum_{i=1}^{4} \frac{i^2}{i+1}+\sum_{i=1}^{2} \frac{i(i-1)}{i^2}$,

g) $\sum_{j=-2}^{3} (-3)^j \, 2^{10-j}$,

Aufgabe A3.4

Schreiben Sie die folgenden Summen unter Verwendung des Summenzeichens:
a) $7+12+17+22+27$, b) $-3+4/2-5/3+6/4-\ldots$.

Aufgabe A3.5

Für welchen Wert j ergibt nachfolgender Ausdruck stets null?

$$\sum_{i=1}^{n} 2ij-4\left(\left(\sum_{i=2}^{n+1} 4i\right)-4n\right)$$

Aufgabe A3.6

Gegeben sei die folgende Tabelle von n^2 Zahlen:

$$\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{array} .$$

Geben Sie unter Verwendung des Summenzeichens die Summe aller Elemente an, die

a) in der 2-ten bis $(n-k)$-ten Spalte stehen,
b) in der ℓ-ten bis n-ten Zeile stehen,
c) auf der Hauptdiagonalen stehen,
d) auf der Nebendiagonalen stehen,
e) im oberen Dreieck (einschließlich der Hauptdiagonalen) stehen,
f) außerhalb der Hauptdiagonalen stehen!

Aufgabe A3.7

Wie groß ist die Summe

a) der geraden b) der ungeraden

Zahlen $k \in \mathbb{N}$ mit $|101-k| < 26$?

Aufgabe A3.8

Berechnen Sie folgende Produkte:

a) $\prod_{i=1}^{5} 2$, b) $\prod_{i=0}^{3} 4$, c) $\prod_{i=2}^{5} 2i$, d) $\prod_{i=5}^{10} (2i-3)$,

e) $\prod_{i=-3}^{3} (15+3i)$, f) $\prod_{j=-2}^{3} \frac{2 \cdot 3^j}{3+j}$, g) $\prod_{i=1}^{n} \frac{2i+2}{6i}$, h) $\prod_{i=-2}^{0} \frac{i^2-1}{i+3}$.

Aufgabe A3.9

Berechnen Sie folgende Ausdrücke:

a) $\sum_{i=0}^{2} \sum_{j=1}^{3} i(j+2)$, b) $\sum_{i=3}^{5} \sum_{j=-1}^{1} i^{j+1}$, c) $\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{3} \frac{i+jn}{6}$, d) $\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \frac{i+j-1}{m \cdot n}$,

e) $\prod_{i=0}^{2} \prod_{j=1}^{3} j^i$, f) $\sum_{i=-1}^{1} \prod_{j=1}^{3} (i+2j)$, g) $\prod_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{i} i^{3-j}$.

Aufgabe A3.10

Geben Sie die Ergebnisse der folgenden Operationen an:

a) $1+2 \cdot 3^4$, b) $4^{(3^2)}$, c) $(4^3)^2$.

Aufgabe A3.11

Fassen Sie, sofern möglich, vereinfachend zusammen (Produkte statt Summen bzw. Ausklammern):

a) $10^2 + 4 \cdot 15^3$, b) $7^4 + 11^4 + 13^4$, c) $ax^2 + ay^2 + 2axy$,

d) $c^2 + c^x$, e) $a^x + 2a^{x+y} - na^{x-3}$.

Aufgabe A3.12

Berechnen Sie durch Umformen und ohne Taschenrechner:

a) $3^4 \cdot 27^2 \cdot 9^{-5}$, b) $\left(\dfrac{a^2b^4}{c}\right)^3 : \left(\dfrac{b^5c^{-2}}{a}\right)^2$, c) $\sqrt{a^4bc^{-2}} + \dfrac{3a^2\sqrt{b}}{c}$,

d) $\dfrac{10^2}{5^2 \cdot \sqrt{2^3}}$, e) $\operatorname{ld} 16 - \operatorname{ld} 64 + \operatorname{ld} 8$, f) $\dfrac{x^3+5x^2-11x+21}{x+7}$,

g) $125^{-1/2} \cdot \sqrt{5} \cdot 25^2$, h) $(16^3)^2 \cdot (18^4)^{-2} \cdot 12^{(-2^3)} \cdot 3^{(3^3)}$.

Aufgabe A3.13

Wie lautet die Lösung der folgenden Gleichung? $\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} = 2$

Aufgabe A3.14

Üben Sie das Arbeiten auf Ihrem Taschenrechner:

a) $\lg 123 =$ f) $\ln 123 =$

b) $\lg 1,23 =$ g) $\ln 1,23 =$

c) $\lg e =$ h) $\ln e =$

d) $\lg 1000 =$ i) $\ln 1000 =$

e) $\lg(3e) =$ j) $\ln(3e) =$

Aufgabe A3.15

a) Welche numerische Beziehung besteht zwischen $\lg x$ und $\ln x$?

b) Bestimmen Sie den Logarithmus der Zahl 46 zur Basis 5,3!

c) Ist $x = \log_{50} 100$ größer oder kleiner als 1?

Aufgabe A3.16

Bestimmen Sie die Logarithmen der folgenden Ausdrücke:

a) $x \cdot y$, b) $\dfrac{x}{y}$, c) $\dfrac{x^2}{y^3}$, d) $x^{(5^3)} \cdot y^6 \cdot z^3$, e) $x^2 \cdot y + x \cdot y^2$,

f) $x^2 \cdot \sqrt[5]{y^3}$, g) $\sqrt[3]{x} \cdot y^{-1/3}$, h) $a \cdot \sqrt[c]{x^{-6}}$, i) $a^{\log_a(b)}$.

Aufgabe A3.17

Wie lauten die dualen Logarithmen der folgenden Zahlen:
25; 10; 4; 2; 1; 0,125?

Aufgabe A3.18

Fassen Sie zu einem Logarithmus zusammen:

a) $\lg(a)+\lg(b)-\lg(c)$, b) $-\lg(x)-\lg(y)$, c) $\lg(2)+2\cdot\lg(x)-2\cdot\lg(a)$,

d) $3\cdot(\lg(3)-2\cdot\lg(x)-0,5\cdot\lg(y))$, e) $\frac{1}{2}\cdot\lg(a)-\frac{1}{2}\cdot\lg(a^2-x)$,

f) $\lg\sqrt{3}-3\cdot\lg 9-12\cdot\lg\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

Aufgabe A3.19

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf:

a) $\lg x=1,2345$; b) $\ln x-4=1$; c) $\ln x^2=20$;

d) $\lg(3x-5)=2$; e) $\lg\left(\sqrt{x+1}\right)=1$; f) $\lg(x)+\lg(x-3)=1$;

g) $\lg(\lg x)=0$; h) $\lg(\ln x)=1$; i) $\ln(\lg x)=1$;

j) $\mathrm{ld}\ x=4$; k) $x-2\ \mathrm{ld}\ 4=\mathrm{ld}\ 8$; l) $3^x-5=8$.

Aufgabe A3.20

Bestimmen Sie Lösungen folgender Gleichungen und die Definitionsbereiche der enthaltenen Ausdrücke:

a) $\frac{5}{x}+\frac{2}{2-x}=\frac{3}{x+2}$; b) $\frac{x^2-231}{x+9}-9x=4x$;

c) $7-x=\sqrt{x-1}$; d) $x^4+2x^2-15=0$.

Aufgabe A3.21

Bestimmen Sie alle Nullstellen des Polynoms $x^4-10x^3+35x^2-50x+24$ auf analytischem Wege!

Aufgabe A3.22

Bestimmen Sie die Nullstelle x_0 des Polynoms

$$f(x) = x^4 + 27x^3 + 221x^2 + 683x - 2646$$

im Intervall $[x_u, x_o] = [0, 4]$

a) mit der Methode der Intervallhalbierung,
b) mit der Regula-falsi-Iteration,

so dass $|f(x_0)| < 0,05$! (Rechnen Sie in den Zwischenschritten mit vier Nachkommastellen!)

Aufgabe A3.23

Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender Ungleichungen:

a) $|x| < 4,\ x \in \mathbb{Z}$;
b) $x < 4,\ x \in \mathbb{R}$;
c) $x + y \leq 3,\ x \in \mathbb{N},\ y \in \mathbb{N}$;
d) $x < 0,\ x \in \mathbb{N}$;
e) $\sqrt{4x} > -2,\ x \in \mathbb{R}_0^+$;
f) $3x - 5 < -4x + 9,\ x \in \mathbb{R}$;
g) $5 + \dfrac{3 - 2x}{2} < 3x - \dfrac{2x + 1}{4},\ x \in \mathbb{Q}$;
h) $\dfrac{8}{x} < \dfrac{2}{3},\ x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$;
i) $2x^2 - 14x + 20 < 0,\ x \in \mathbb{R}$;
j) $2x^2 - 14x + 20 > 0,\ x \in \mathbb{R}$;
k) $x^2 + 6x + 15 > 0,\ x \in \mathbb{R}$;
l) $x^2 \geq 16,\ x \in \mathbb{R}$;
m) $|2 - x| < 5,\ x \in \mathbb{Z}$;
n) $\dfrac{1}{|x - 2| - 3} > 0,\ x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 5\}$;
o) $|x - 2| \geq 5$;
p) $3 \cdot 0,1^{x-7} \leq 30$.

Aufgabe A3.24

Stellen Sie die Wertepaare (x, y) graphisch dar, die die folgenden vier Ungleichungen erfüllen: $y + x/2 \leq 4$; $y + 3x \leq 9$; $x \geq 0$; $y \geq 2$.

Aufgabe A3.25

In einer Möbelfabrik werden in einem gegebenen Zeitraum Tische und Stühle in den Mengen x_1 und x_2 hergestellt. Beide Produkte werden auf einer Sägemaschine, einer Hobelmaschine und in der Lackiererei bearbeitet. Die verfügbaren Kapazitäten sowie die Bearbeitungszeiten je Stuhl bzw. Tisch bei den drei Anlagen sind in der nachfolgenden Tabelle aufgeführt.

	Bearbeitungszeit für 1 Stuhl	Bearbeitungszeit für 1 Tisch	verfügbare Kapazität
Sägemaschine	2 $[h]$	5 $[h]$	1.000 $[h]$
Hobelmaschine	5 $[h]$	4 $[h]$	1.000 $[h]$
Lackiererei	2 $[h]$	1 $[h]$	320 $[h]$

a) Beschreiben Sie die Produktionsmöglichkeiten durch ein System von Ungleichungen, das Sie anschließend graphisch darstellen!
b) Gibt es Mengenkombinationen, bei denen alle Kapazitäten voll ausgelastet sind?
c) Wie kann man für den Fall, dass es nicht möglich ist, alle Kapazitäten voll auszulasten, eine Vollauslastung aller Kapazitäten herbeiführen?

Aufgabe A3.26

Es ist $i^2 := -1$. Wie lauten i^3, i^4, i^5 und i^6?

Aufgabe A3.27

Seien $a = 5 - 3i$ und $b = -2 + i$. Berechnen Sie $a+b$, $a \cdot b$, a/b, a^2 und $a \cdot \overline{a}$!

Aufgabe A3.28

Berechnen Sie jeweils den Betrag und das Argument (in Radiant) der folgenden komplexen Zahlen:

a) $z = 2 - i \cdot \sqrt{2}$
b) $z = -1 + i \cdot 3$
c) $z = -2 - i$

Aufgabe A3.29

Stellen Sie die komplexen Zahlen aus der vorigen Aufgabe in der GAUSSschen Zahlenebene dar!

Aufgabe A3.30

Stellen Sie folgende komplexe Zahlen in Polarkoordinaten dar!

$a = 3 + 4i, \qquad b = 6 - 6i, \qquad c = -5i, \qquad d = -1 + i$