



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für Bauberufe

Peschel · Jansen · Mentlein · Nennewitz · Rode · Steinle

# Tabellenbuch Zimmerer

**Tabellen – Formeln – Regeln – Bestimmungen**

Bearbeitet von Meistern, Ingenieuren und Lehrern  
an berufsbildenden Schulen

Lektorat: Peter Peschel

7. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsseldorf Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 43177**

MATHEMATIK  
BAUZEICHNUNGEN, PHYSIK, CHEMIE, STATIK  
UND LASTNÄHMEN  
BAUSTOFFE  
HOLZ UND  
VERBINDUNGSMITTEL  
HOLZBAU  
BAUKONSTRUKTIONEN  
UND BAUTENSCHUTZ  
BAUBETRIEB

## Autoren des Tabellenbuches Zimmerer

|                 |                          |               |
|-----------------|--------------------------|---------------|
| Peschel, Peter  | Oberstudiendirektor a.D. | Göttingen     |
| Jansen, Thomas  | Studienrat               | Aurich        |
| Mentlein, Horst | Dr.-Ing.                 | Lübeck        |
| Nennewitz, Ingo | Tischlermeister          | Wiesbaden     |
| Rode, Andreas   | Oberstudienrat           | Geilenkirchen |
| Steinle, Jürgen | Technischer Oberlehrer   | Ingerkingen   |

Lektorat  
Peter Peschel

Bildbearbeitung  
Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Das vorliegende Werk wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag für die Richtigkeit von Fakten, Hinweisen und Vorschlägen sowie für eventuelle Satz- und Druckfehler keine Haftung.

Die DIN-Angaben in diesem Tabellenbuch beziehen sich auf die neusten Ausgaben der Normblätter und sonstiger amtlicher Regelwerke (Redaktionsschluss 31.12.2024). Die dargestellten Angaben sind jedoch nur auf das Wesentliche beschränkte und didaktisch ausgewählte Teile der Originalquellen. Verbindlich sind jeweils nur die DIN-Blätter und jene Bestimmungen selbst. Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Der Bezug zu den DIN-Normen ist i. d. R. bei den jeweiligen Tabellen ausgewiesen. Quellenangaben zu Produktinformationen, Herstellerangaben, Richtlinien, Arbeits- und Merkblätter der bauspezifischen Verbände und Vereine sind an der jeweiligen Stelle vermerkt oder im Quellenverzeichnis aufgeführt.

7. Auflage 2025

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-4983-0

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2025 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
[www.europa-lehrmittel.de](http://www.europa-lehrmittel.de)

Satz: PER MEDIEN & MARKETING GmbH, 38102 Braunschweig

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagmotiv: © Autorenfoto

Druck: UAB BALTO print, Vilnius LT-08217, Litauen

## Vorwort

Das „**Zimmerer Tabellenbuch**“ erweitert die bewährte Europa-Fachbuchreihe für Bautechnik. Es eignet sich besonders für die Ausbildung der **Sägewerker** sowie der **Zimmerer und Dachdecker** bei lernfeldorientiertem Unterricht.

Es kann jedoch seines eigenständigen Charakters wegen sowohl allein als auch mit anderen Lehrbüchern aus der Aus- und Weiterbildung, sowie in der beruflichen Praxis verwendet werden.

Der Inhalt des Tabellenbuches umfasst Tabellen, Formeln, DIN-Normen, Regeln und Bestimmungen von Behörden und Institutionen als auch viele Stoffwerte und Konstruktionsgrößen sowie Faustformeln aus der Praxis. Die Nähe zum **Tabellenbuch Bautechnik** und zum **Tabellenbuch Holztechnik** ist gewollt, das **Zimmerer Tabellenbuch** geht aber speziell auf die Ausbildungsinhalte der Zimmerer, Dachdecker und Sägewerker ein.

Der Inhalt des Tabellenbuches gliedert sich in die nebenstehend aufgeführten Themenbereiche. Die Vielfalt der Informationen bedingt, dass einzelne Inhalte einer Kapitelüberschrift zugeordnet werden, die möglicherweise auch in einem anderen Themenbereich stehen könnten.

Ein schneller Zugriff wird durch das bewährte Daumenregister ermöglicht. Großer Wert wurde auf die Übersichtlichkeit der Darstellung gelegt. Tabellen und Formeln sind durch eine farbliche Rasterung hervorgehoben. Viele Beispiele unterstützen die Formeln und Tabellen. Querverweise auf ähnliche Inhalte, verwendete Tabellen oder an anderer Stelle aufgeführte Formeln sind durch ein Dreieck ► mit Seitenzahl gekennzeichnet.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Tabellenbuches ist besonders ausführlich gehalten und ermöglicht ein schnelles Finden einzelner Begriffe.

Allen, die durch ihre Anregungen zur Entwicklung des **Zimmerer Tabellenbuches** beigetragen haben, insbesondere den Autoren des Tabellenbuches Bautechnik, des Tabellenbuches Holztechnik und des Fachbuches Bautechnik nach Lernfeldern „Zimmerer“ und den im Quellen- und Literaturverzeichnis genannten Firmen, Institutionen und Verlagen sei an dieser Stelle herzlich gedankt.

Für Anregungen zur Weiterentwicklung sowie für Verbesserungsvorschläge und Fehlerhinweise sind wir dankbar. Sie können dafür unsere Adresse [lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de) nutzen.

### MATHEMATIK

7 ... 30

### PHYSIK, CHEMIE, STATIK UND LASTANNAHMEN

31 ... 54

### BAUZEICHNUNGEN UND SCHIFTEN

55 ... 94

### BAUSTOFFE

95 ... 128

### HOLZ UND VERBINDUNGSMITTEL

129 ... 184

### HOLZBAU

185 ... 240

### BAUKONSTRUKTIONEN UND BAUTENSCHUTZ

241 ... 280

### BAUBETRIEB

281 ... 322

## Inhaltsverzeichnis

|          |                                                   |           |            |                                               |           |
|----------|---------------------------------------------------|-----------|------------|-----------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>MATHEMATIK</b>                                 | <b>7</b>  | <b>3.3</b> | <b>Bemaßung</b>                               | <b>61</b> |
| 1.1      | Zeichen, Begriffe und Tafeln                      | 7         | 3.4        | Symbole in Bauzeichnungen                     | 63        |
|          | Umwandlungstabellen                               | 8         | 3.5        | Grundkonstruktionen                           | 68        |
| 1.2      | Rechenarten                                       | 9         | 3.6        | Darstellende Geometrie                        | 72        |
|          | Bruchrechnung                                     | 10        | 3.7        | Schiften                                      | 77        |
| 1.3      | Dreisatzrechnung                                  | 12        | 3.7.1      | Dachformen                                    | 77        |
| 1.4      | Prozentrechnung und Zinsrechnung                  | 13        | 3.7.2      | Dachausmittlungen                             | 78        |
| 1.5      | Längen und Winkel                                 | 14        | 3.7.3      | Schiftmethoden                                | 83        |
| 1.6      | Flächen                                           | 15        | 3.7.4      | Austragungen am gleichgeneigten Walmdach      | 85        |
| 1.7      | Körper                                            | 18        | 3.7.5      | Austragungen am ungleichgeneigten Walmdach    | 89        |
| 1.8      | Geometrie                                         | 21        | 3.7.6      | Computer-Abbund                               | 93        |
| 1.8.1    | Rechtwinklige Dreiecke                            | 21        | 3.7.7      | Rechnerischer Abbund                          | 94        |
| 1.8.2    | Winkelfunktionen                                  | 22        |            |                                               |           |
| 1.8.3    | Schiefwinklige Dreiecke                           | 24        |            |                                               |           |
| 1.8.4    | Neigung, Steigung, Gefälle                        | 25        |            |                                               |           |
| 1.8.5    | Strahlensätze                                     | 26        |            |                                               |           |
| 1.9      | Flächenschwerpunkte                               | 26        | <b>4</b>   | <b>BAUSTOFFE</b>                              | <b>95</b> |
| 1.10     | Gleichungen und Ungleichungen                     | 27        | 4.1        | Natürliche Gesteine                           | 95        |
|          | Umwandlung von einfachen Gleichungen              | 28        | 4.2        | Ziegel und Klinker                            | 96        |
| 1.11     | Funktionen                                        | 29        | 4.3        | Kalksandsteine                                | 98        |
|          | Taschenrechner                                    | 30        | 4.4        | Mauersteine aus Beton / Betonsteine           | 100       |
| <b>2</b> | <b>PHYSIK, CHEMIE, STATIK UND LASTANNAHMEN</b>    | <b>31</b> | 4.5        | Porenbetonsteine                              | 101       |
| 2.1      | Physikalische Größen, Einheiten und Formelzeichen | 31        | 4.6        | Sondersteine/Sonderziegel                     | 102       |
| 2.2      | Physikalische Grundlagen                          | 32        | 4.7        | Gipsplatten, Wandbauplatten                   | 103       |
| 2.3      | Arbeit, Energie, Leistung und Wirkungsgrad        | 37        | 4.8        | Gips, Gips-Trockenmörtel, Calciumsulfatmörtel | 104       |
| 2.4      | Wärmelehre                                        | 38        | 4.9        | Baukalk                                       | 105       |
| 2.5      | Chemie                                            | 39        | 4.10       | Zement                                        | 106       |
| 2.6      | Statik                                            | 43        | 4.11       | Gesteinskörnungen (alt: Zuschlag)             | 108       |
| 2.7      | Spannungen und Formänderungen                     | 47        | 4.12       | Mauermörtel                                   | 110       |
| 2.8      | Lastannahmen                                      | 49        | 4.13       | Putzmörtel                                    | 112       |
| 2.9      | Sicherheitskonzept                                | 54        | 4.14       | Beton                                         | 114       |
|          |                                                   |           | 4.15       | Stahl                                         | 118       |
|          |                                                   |           | 4.16       | Betonstahl                                    | 119       |
|          |                                                   |           | 4.17       | Plattenwerkstoffe                             | 123       |
|          |                                                   |           | 4.18       | Kunststoffe                                   | 125       |
|          |                                                   |           | 4.19       | Klebstoffe                                    | 126       |
|          |                                                   |           | 4.20       | Dämmstoffe, Dichtungsstoffe und Sperrstoffe   | 127       |
| <b>3</b> | <b>BAUZEICHNUNGEN</b>                             | <b>55</b> |            |                                               |           |
| 3.1      | Zeichengeräte und Materialien                     | 55        |            |                                               |           |
| 3.2      | Darstellungsgrundlagen                            | 56        |            |                                               |           |

# Inhaltsverzeichnis

|            |                                                          |            |             |                                                       |            |
|------------|----------------------------------------------------------|------------|-------------|-------------------------------------------------------|------------|
| <b>5</b>   | <b>HOLZ UND VERBINDUNGSMITTEL</b>                        | <b>129</b> | <b>5.7</b>  | <b>Ingenieurmäßige Verbindungen</b>                   | <b>179</b> |
| <b>5.1</b> | <b>Aufbau des Holzes und Holzarten</b>                   | <b>129</b> | 5.7.1       | Verbinder                                             | 179        |
| 5.1.1      | Nadelholz (Auswahl)                                      | 130        | 5.7.2       | Dübel besonderer Bauart                               | 182        |
| 5.1.2      | Laubholz (Auswahl)                                       | 130        | <b>6</b>    | <b>HOLZBAU</b>                                        | <b>185</b> |
| 5.1.3      | Terrassenholz – Gartenholz                               | 132        | <b>6.1</b>  | <b>Normative Grundlagen im Holzbau</b>                | <b>185</b> |
| 5.1.4      | Thermoholz                                               | 132        | <b>6.2</b>  | <b>Zimmermannsmäßige Holzverbindungen</b>             | <b>190</b> |
| 5.1.5      | Kennwerte für Holzarten                                  | 133        | <b>6.3</b>  | <b>Dächer</b>                                         | <b>192</b> |
| 5.1.6      | Charakteristische Werte von Brett-schichtholz BSH        | 134        | 6.3.1       | Dachteile – geometrische und funktionelle Bedeutungen | 192        |
| 5.1.7      | Statische Werte von Rundhölzern                          | 134        | 6.3.2       | Dachkonstruktionen                                    | 193        |
| 5.1.8      | Statische Werte von Kanthölzern und Balken               | 135        | <b>6.4</b>  | <b>Dachflächenfenster</b>                             | <b>195</b> |
| 5.1.9      | Charakteristische Rechenwerte für Vollholz               | 136        | <b>6.5</b>  | <b>Dachdeckungen</b>                                  | <b>197</b> |
| 5.1.10     | Kennwerte für Bauholz                                    | 137        | 6.5.1       | Baustoffe für Deckung und Abdichtung                  | 199        |
| <b>5.2</b> | <b>Holzschädlinge und Holzfehler</b>                     | <b>138</b> | 6.5.2       | Deckung mit Dachziegeln/Dachsteinen/Dachpfannen       | 203        |
| <b>5.3</b> | <b>Holzfeuchte</b>                                       | <b>139</b> | 6.5.3       | Unterspannbahn (USB) / Unterdeckbahn (UDB)            | 205        |
| <b>5.4</b> | <b>Holz als Handelsware</b>                              | <b>142</b> | <b>6.6</b>  | <b>Flachdächer</b>                                    | <b>207</b> |
| 5.4.1      | Rahmenvereinbarung für den Rohholzhandel (RVR) (Auswahl) | 142        | <b>6.7</b>  | <b>Dachrinnen und Regenfallrohre</b>                  | <b>212</b> |
| 5.4.2      | Abgrenzung der Güteklassen für Stammholz                 | 147        | <b>6.8</b>  | <b>Fachwerkwände und Holzwände</b>                    | <b>214</b> |
| 5.4.3      | Schnittholz Einteilung                                   | 148        | <b>6.9</b>  | <b>Holzbalkendecken und Fußböden</b>                  | <b>217</b> |
| 5.4.4      | Sortierung nach Tegernseer Gebräuchen                    | 149        | 6.9.1       | Decken                                                | 217        |
| 5.4.5      | Sortierklassen                                           | 150        | 6.9.2       | Holzbalkendecken                                      | 218        |
| 5.4.6      | Holz für tragende Bauteile                               | 153        | 6.9.3       | Holzfußböden                                          | 220        |
| 5.4.7      | Handelsgrößen und Handelsformen                          | 156        | <b>6.10</b> | <b>Hallenkonstruktionen</b>                           | <b>221</b> |
| <b>5.5</b> | <b>Holzwerkstoffe</b>                                    | <b>159</b> | <b>6.11</b> | <b>Instandsetzung von Holzkonstruktionen</b>          | <b>223</b> |
| 5.5.1      | Übersicht der Holzwerkstoffe                             | 159        | <b>6.12</b> | <b>Treppen</b>                                        | <b>224</b> |
| 5.5.2      | Massivholzplatte                                         | 160        | 6.12.1      | Maßbegriffe und Bezeichnungen                         | 224        |
| 5.5.3      | Furnierschichtholz                                       | 161        | 6.12.2      | Steigungsverhältnisse                                 | 227        |
| 5.5.4      | Sperrholz                                                | 161        | 6.12.3      | Treppenwangen und Tragholme                           | 228        |
| 5.5.5      | OSB-Platten                                              | 162        | 6.12.4      | Verziehen von Treppen                                 | 229        |
| 5.5.6      | Spanplatten, Flachpressplatten                           | 162        | <b>6.13</b> | <b>Türen und Fenster</b>                              | <b>231</b> |
| 5.5.7      | Holzfaserplatten                                         | 164        | 6.13.1      | Türen                                                 | 231        |
| 5.5.7      | Formaldehyd-Klassen bei Holzwerkstoffen                  | 165        | 6.13.2      | Fenster                                               | 233        |
| <b>5.6</b> | <b>Verbindungsmittel</b>                                 | <b>166</b> | 6.13.3      | Ausbildung Fenster – Baukörper                        | 235        |
| 5.6.1      | Nägels und Klammern (Auswahl)                            | 166        | <b>6.14</b> | <b>Innenausbau</b>                                    | <b>236</b> |
| 5.6.2      | Holzschrauben                                            | 172        | 6.14.1      | Nichttragende Trennwände (leichte Trennwände)         | 236        |
| 5.6.3      | Befestigungsmittel für Gipsplatten                       | 175        | 6.14.2      | Wandverkleidungen                                     | 239        |
| 5.6.4      | Maschinenschrauben, Gewin-schrauben                      | 176        | 6.14.3      | Deckenverkleidungen                                   | 240        |
| 5.6.5      | Muttern und Unterlegscheiben                             | 177        |             |                                                       |            |
| 5.6.6      | Blehschrauben (Auswahl)                                  | 178        |             |                                                       |            |

## Inhaltsverzeichnis

|             |                                              |            |            |                                                            |            |
|-------------|----------------------------------------------|------------|------------|------------------------------------------------------------|------------|
| <b>7</b>    | <b>BAUKONSTRUKTIONEN UND BAUTENSCHUTZ</b>    | <b>241</b> | 8.2.1      | Bauplanung                                                 | 284        |
| 7.1         | Mauerwerksbau                                | 241        | 8.2.2      | Bauablaufsplanung                                          | 285        |
| 7.1.1       | Maßordnung im Hochbau                        | 241        | 8.2.3      | Baustelleneinrichtungen                                    | 286        |
| 7.1.2       | Gemauerte Wände                              | 241        | 8.2.4      | Fördergeräte und Hebewerkzeug                              | 287        |
| 7.1.3       | Konstruktionsregeln für Mauerwerk            | 243        | <b>8.3</b> | <b>Messen im Zimmererhandwerk</b>                          | <b>289</b> |
| 7.1.4       | Charakteristische Druckfestigkeiten          | 244        | 8.3.1      | Messinstrumente                                            | 289        |
| 7.1.5       | Nichttragende innere Trennwände              | 245        | 8.3.2      | Grundlagen                                                 | 292        |
| 7.1.6       | Mauerwerksverbände                           | 246        | 8.3.3      | Höhenmessungen                                             | 293        |
| <b>7.2</b>  | <b>Beton- und Stahlbetonbau</b>              | <b>248</b> | <b>8.4</b> | <b>Handwerkzeug und Maschinen</b>                          | <b>294</b> |
| 7.2.1       | Betondruck- und Betonzugfestigkeiten         | 248        | 8.4.1      | Handwerkzeuge                                              | 294        |
| 7.2.2       | Deckensysteme (Auswahl)                      | 249        | 8.4.2      | Maschinenwerkzeuge (Kreissäge)                             | 296        |
| 7.2.3       | Allgemeine Bewehrungsregeln                  | 250        | 8.4.3      | Handmaschinen                                              | 300        |
| 7.2.4       | Konstruktionshinweise für Stahlbetonbauteile | 252        | 8.4.4      | Verschnittberechnung                                       | 301        |
| <b>7.3</b>  | <b>Schalungsbau</b>                          | <b>254</b> | <b>8.5</b> | <b>Kalkulation und Lohnkosten</b>                          | <b>302</b> |
| <b>7.4</b>  | <b>Wärmeschutz</b>                           | <b>258</b> |            | Arbeitszeitbedarf                                          | 303        |
| <b>7.5</b>  | <b>Feuchteschutz</b>                         | <b>265</b> |            | Holzliste                                                  | 307        |
| <b>7.6</b>  | <b>Schallschutz</b>                          | <b>267</b> | <b>8.6</b> | <b>Bauvertragsrecht und Abrechnung</b>                     | <b>308</b> |
| <b>7.7</b>  | <b>Brandschutz</b>                           | <b>270</b> | 8.6.1      | Allgemeine Technische Vertragsbedingungen (ATV), VOB/C     | 309        |
| <b>7.8</b>  | <b>Oberflächenschutz</b>                     | <b>275</b> | 8.6.2      | Elemente des Baurechts                                     | 312        |
| <b>7.9</b>  | <b>Holzschutz</b>                            | <b>276</b> | 8.6.3      | Baugesetze und Verordnungen                                | 313        |
| <b>7.10</b> | <b>Befestigungssysteme</b>                   | <b>278</b> | <b>8.7</b> | <b>Gerüstbau</b>                                           | <b>315</b> |
|             |                                              |            | <b>8.8</b> | <b>Umwelt- und Arbeitsschutz</b>                           | <b>318</b> |
|             |                                              |            | 8.8.1      | Vorschriften und Begriffe                                  | 318        |
|             |                                              |            | 8.8.2      | Gefahrstoffe im Bauwesen                                   | 319        |
|             |                                              |            | 8.8.3      | Lösemittel und Verdünnungsmittel                           | 322        |
|             |                                              |            |            | <b>Bild- und Quellenverzeichnis</b>                        | <b>323</b> |
| <b>8</b>    | <b>BAUBETRIEB</b>                            | <b>281</b> |            | <b>Sachwortverzeichnis</b>                                 | <b>327</b> |
| 8.1         | Betrieb als Dienstleister                    | 281        |            | <b>In den Umschlagseiten</b>                               |            |
| 8.2         | Arbeitsplanung und Arbeitsvorbereitung       | 284        |            | Sicherheitskennzeichnung                                   |            |
|             |                                              |            |            | Verbots-, Gebots-, Warn-, Rettungs- und Brandschutzzeichen |            |

| 1 Mathematik                             |                     |                       |                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
|------------------------------------------|---------------------|-----------------------|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------|------|---------|-------|
| 1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln         |                     |                       |                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| Mathematische Zeichen                    |                     |                       |                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| Mathem. Zeichen                          | Sprechweise         | Mathem. Zeichen       | Sprechweise       | Mathem. Zeichen                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Sprechweise    |         |      |         |       |
| =                                        | gleich              | ⊥                     | senkrecht auf     | $\overline{AB}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Strecke        |         |      |         |       |
| ≠                                        | ungleich            | ∥                     | parallel zu       | $\widehat{AB}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Bogen          |         |      |         |       |
| :=                                       | definitionsgemäß    | +                     | plus              | $g$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Gerade         |         |      |         |       |
|                                          | gleich              | −                     | minus             | ∠                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Winkel         |         |      |         |       |
| ≈                                        | ungefähr gleich     | ×, ·                  | mal               | ⊥, ⊥                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | rechter Winkel |         |      |         |       |
| ...                                      | usw., bis           | ÷, /                  | durch, geteilt    | $m$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Steigung       |         |      |         |       |
| △                                        | entspricht          |                       | durch             | P, Q                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Punkte         |         |      |         |       |
| <                                        | kleiner als         | ∑                     | Summe von,        | x, y, z                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Koordinaten    |         |      |         |       |
| ≤                                        | kleiner oder gleich |                       | Summe aller       | ∞                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | unendlich      |         |      |         |       |
| >                                        | größer als          | ∏                     | Produkt von,      | ⇒                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | daraus folgt   |         |      |         |       |
| ≥                                        | größer oder gleich  | √                     | Quadratwurzel aus | Technische Zusammenhänge werden meist in ihrer kürzesten Form durch Formeln beschrieben. Allgemeine Formelzeichen werden <i>kursiv</i> geschrieben.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                |         |      |         |       |
| ≫                                        | sehr groß gegen     | √ <sup>n</sup>        | n-te Wurzel aus   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| ≪                                        | sehr klein gegen    | Δx                    | Delta-x           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| ∝                                        | proportional        | %                     | Prozent           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| ≡                                        | kongruent zu        | ‰                     | Promille          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| Römische Zahlen                          |                     | Konstanten (gerundet) |                   | Auf- und Abrunden                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                |         |      |         |       |
| I = 1                                    | XL = 40             | Größe                 | Zahlenwert        | <b>Aufrunden:</b> Die letzte Ziffer einer gerundeten Zahl ist um 1 zu erhöhen, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl 5 oder größer ist.<br><br><b>Abrunden:</b> Die letzte Ziffer einer gerundeten Zahl bleibt unverändert, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl kleiner als 5 ist.<br><br><b>Beispiele</b><br>π = 3,14159265... wird durch<br>3,1416 aufgerundet (Zehntausendstel)<br>3,142 aufgerundet (Tausendstel)<br>3,14 abgerundet (Hundertstel)<br>3,1 abgerundet (Zehntel) |                |         |      |         |       |
| II = 2                                   | L = 50              | π                     | 3,141593          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| III = 3                                  | LX = 60             | π : 4                 | 0,785398          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| IV = 4                                   | LXX = 70            | π : 180               | 0,017453          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| V = 5                                    | LXXX = 80           | π²                    | 9,869604          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| VI = 6                                   | XC = 90             | 1 : π                 | 0,318310          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| VII = 7                                  | C = 100             | 180 : π               | 57,295780         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| VIII = 8                                 | CCC = 300           | √1/π                  | 0,564190          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| IX = 9                                   | CD = 400            | √2                    | 1,414214          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| X = 10                                   | D = 500             | √3                    | 1,732051          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| XI = 11                                  | DCCC = 800          | e                     | 2,718282          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| XIV = 14                                 | CM = 900            |                       |                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| XIX = 19                                 | XM = 990            |                       |                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| XX = 20                                  | IM = 999            |                       |                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| XXI = 21                                 | MMXXIII = 2023      |                       |                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
|                                          | MMXXIV = 2024       |                       |                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
|                                          | MMXXV = 2025        |                       |                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| Große Zahlen                             |                     | Griechisches Alphabet |                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| 10 <sup>6</sup> = 1000000 = Million      |                     | A α                   | B β               | Γ γ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Δ δ            | E ε     | Z ζ  | H η     | Θ θ   |
| 10 <sup>9</sup> = 1000000000 = Milliarde |                     | Alpha                 | Beta              | Gamma                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Delta          | Epsilon | Zeta | Eta     | Theta |
| 10 <sup>12</sup> = Billion               |                     | I ι                   | K κ               | Λ λ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | M μ            | N ν     | Ξ ξ  | O ο     | Π π   |
| 10 <sup>18</sup> = Trillion              |                     | Jota                  | Kappa             | Lambda                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | My             | Ny      | Xi   | Omikron | Pi    |
| 10 <sup>24</sup> = Quadrillion           |                     |                       |                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |         |      |         |       |
| 10 <sup>30</sup> = Quintillion           |                     | P ϱ                   | Σ σ               | T τ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Υ υ            | Φ φ     | X χ  | Ψ ψ     | Ω ω   |
| 10 <sup>36</sup> = Sextillion            |                     | Rho                   | Sigma             | Tau                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Ypsilon        | Phi     | Chi  | Psi     | Omega |

## Umwandlungstabellen

## Längeneinheiten 1 km = 1000 m

| ⇒       | × 10    | × 10   | × 10    |   |
|---------|---------|--------|---------|---|
| 1 m     | 10 dm   | 100 cm | 1000 mm |   |
| 0,1 m   | 1 dm    | 10 cm  | 100 mm  |   |
| 0,01 m  | 0,1 dm  | 1 cm   | 10 mm   |   |
| 0,001 m | 0,01 dm | 0,1 cm | 1 mm    |   |
|         | : 10    | : 10   | : 10    | ← |

## Flächeneinheiten 1 km² = 1000000 m²

| ⇒           | × 100      | × 100     | × 100       |   |
|-------------|------------|-----------|-------------|---|
| 1 m²        | 100 dm²    | 10000 cm² | 1000000 mm² |   |
| 0,01 m²     | 1 dm²      | 100 cm²   | 100000 mm²  |   |
| 0,0001 m²   | 0,01 dm²   | 1 cm²     | 100 mm²     |   |
| 0,000001 m² | 0,0001 dm² | 0,01 cm²  | 1 mm²       |   |
|             | : 100      | : 100     | : 100       | ← |

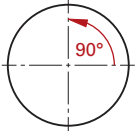
## Volumeneinheiten 1 km³ = 1000000000 m³

| ⇒              | × 1000       | × 1000      | × 1000         |   |
|----------------|--------------|-------------|----------------|---|
| 1 m³           | 1000 dm³     | 1000000 cm³ | 1000000000 mm³ |   |
| 0,001 m³       | 1 dm³        | 1000 cm³    | 1000000 mm³    |   |
| 0,000001 m³    | 0,001 dm³    | 1 cm³       | 1000 mm³       |   |
| 0,000000001 m³ | 0,000001 dm³ | 0,001 cm³   | 1 mm³          |   |
|                | : 1000       | : 1000      | : 1000         | ← |

## Zeiteinheiten

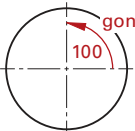
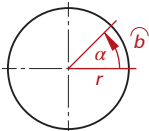
|                        |                    |                        |  |
|------------------------|--------------------|------------------------|--|
| (Jahr) 1 a = 365 d     | (Tag) 1 d = 24 h   | (Minute) 1' = 60"      |  |
| (Monat) 1 m = (1/12) a | (Stunde) 1 h = 60' | (Sekunde) 1" = (1/60)' |  |

## Umrechnung Winkeleinheiten

180° ≙ 200<sup>gon</sup>**Grad** (°; auch Altgrad, Taschenrechneranzeige: DEG von englisch Degree)Vollkreis =  $4 \times 90^\circ = 360^\circ$ 

Unterteilungen: 1° = 60' (Minuten, Winkel-Minuten)

1' = 60" (Sekunden, Winkel-Sekunden)

Umrechnungen:  $1,4^\circ = 1^\circ + 0,4^\circ \cdot \frac{60'}{1^\circ} = 1^\circ + 24' = 1^\circ 24'$  $1^\circ 24' = 1^\circ + 24' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 1^\circ + 0,4^\circ = 1,4^\circ$ **Gon** (<sup>gon</sup>; auch Neugrad, Taschenrechneranzeige: GRAD)Vollkreis =  $4 \times 100^{\text{gon}} = 400^{\text{gon}}$ Umrechnungen:  $1^{\text{gon}} = \frac{360^\circ}{400^{\text{gon}}} \cdot 1^{\text{gon}} = 0,9^\circ$  $1,4^{\text{gon}} = 1,4^{\text{gon}} \cdot 9^\circ/10^{\text{gon}} = 1,26^\circ$  $1,26^\circ = 1,26^\circ \cdot 10^{\text{gon}}/9^\circ = 1,4^{\text{gon}}$  $1,4^{\text{gon}} = 1,26^\circ$  $1,26^\circ = 1,4^{\text{gon}}$ **Radiant** oder Bogenmaß (rad, Taschenrechneranzeige: RAD)Definition  $\alpha = \frac{b}{r}$ Vollkreis  $\alpha = 2 \cdot \pi = 6,28 \dots$ Umrechnungen: 1 rad =  $180^\circ/\pi = 57,296^\circ$ 1° =  $\pi/180^\circ = 0,0175$  rad1<sup>gon</sup> =  $\pi/200^{\text{gon}} = 0,0157$  rad

## Besondere Längeneinheiten

1 Zoll (") = 2,54 cm  
 1 inch = 1 Zoll  
 1 mile = 1609 m  
 1 Seemeile = 1852 m

## Besondere Flächeneinheiten

1 km² = 100 ha  
 1 ha = 100 a  
 1 a = 100 m²  
 1 Morgen = 25 a

## Besondere Volumeneinheiten

1 hl = 100 l  
 1 barrel = 1,59 hl  
 1 gallone = 4,546 l  
 1 l = 1 dm³



## 1.2 Rechenarten

| Grundrechenarten                                                                                                                                                                                                                              |                          |                                                                                        |                | Sonstige Rechenarten                                                                                                                                                                                                                                |                            |                 |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-----------------|------------|
| Rechenart                                                                                                                                                                                                                                     | a                        | b                                                                                      | c              | Rechenart                                                                                                                                                                                                                                           | a                          | b               | c          |
| Addition                                                                                                                                                                                                                                      | Summand                  | Summand                                                                                | Summenwert     | Potenzierung                                                                                                                                                                                                                                        | Basis                      | Exponent        | Potenzwert |
|                                                                                                                                                                                                                                               | Beispiel $a + b = c$     |                                                                                        |                |                                                                                                                                                                                                                                                     | Beispiel $a^b = c$         |                 |            |
| Subtraktion                                                                                                                                                                                                                                   | Minuend                  | Subtrahend                                                                             | Differenzwert  | Radizierung                                                                                                                                                                                                                                         | Radikant                   | Wurzel-exponent | Wurzelwert |
|                                                                                                                                                                                                                                               | Beispiel $a - b = c$     |                                                                                        |                |                                                                                                                                                                                                                                                     | Beispiel $\sqrt[b]{a} = c$ |                 |            |
| Multiplikation                                                                                                                                                                                                                                | Faktor                   | Faktor                                                                                 | Produktwert    | Rechenregeln ohne Klammern                                                                                                                                                                                                                          |                            |                 |            |
|                                                                                                                                                                                                                                               | Beispiel $a \cdot b = c$ |                                                                                        |                | Gleichstufige Rechenarten werden von links nach rechts ausgeführt.                                                                                                                                                                                  |                            |                 |            |
| Division                                                                                                                                                                                                                                      | Dividend                 | Divisor                                                                                | Quotientenwert | Beispiel $8 - 2 + 3 = 6 + 3 = 9$                                                                                                                                                                                                                    |                            |                 |            |
|                                                                                                                                                                                                                                               | Beispiel $a : b = c$     |                                                                                        |                | Bei ungleichstufigen Rechenarten wird die Rechenart höherer Stufe zuerst ausgeführt. Es gilt Punktrechnung vor Strichrechnung sowie Potenzieren und Radizieren vor Punktrechnung und Strichrechnung.                                                |                            |                 |            |
| Addition und Multiplikation                                                                                                                                                                                                                   |                          |                                                                                        |                | Beispiel $8 - 2 \cdot 3 = 8 - 6 = 2$<br>$20 : 5 + 3 \cdot 7 = 4 + 21 = 25$<br>$14 + 3 \cdot 2^3 = 14 + 3 \cdot 8 = 38$                                                                                                                              |                            |                 |            |
| Kommutativität                                                                                                                                                                                                                                |                          | $a + b = b + a$<br>$a \cdot b = b \cdot a$                                             |                | Klammerregeln                                                                                                                                                                                                                                       |                            |                 |            |
| Assoziativität                                                                                                                                                                                                                                |                          | $(a + b) + c = a + (b + c)$<br>$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$             |                | Die Rechnung innerhalb einer Klammer wird stets vor der Rechnung außerhalb der Klammer ausgeführt.                                                                                                                                                  |                            |                 |            |
| Distributivität                                                                                                                                                                                                                               |                          | $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$<br>$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ |                | Beispiel $(2 + 9) \cdot 6 = 11 \cdot 6 = 66$                                                                                                                                                                                                        |                            |                 |            |
| Stufen der Rechenarten                                                                                                                                                                                                                        |                          |                                                                                        |                | Bei mehrfacher Klammerung werden von innen nach außen runde, eckige und geschweifte Klammern benutzt. Die Klammern werden von innen nach außen aufgelöst.                                                                                           |                            |                 |            |
| Stufe 1                                                                                                                                                                                                                                       |                          | Addition, Subtraktion                                                                  |                | Beispiel $2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot (3 + 4)] : 3\} =$<br>$2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot 7] : 3\} =$<br>$2 \cdot \{3 + 4 \cdot 12 : 3\} =$<br>$2 \cdot 19 = 38$                                                                      |                            |                 |            |
| Stufe 2                                                                                                                                                                                                                                       |                          | Multiplikation, Division                                                               |                | Auflösen der Klammer mit <b>PLUS (+)</b> vor der Klammer $\Rightarrow$ Klammer kann entfallen.                                                                                                                                                      |                            |                 |            |
| Stufe 3                                                                                                                                                                                                                                       |                          | Potenzierung, Radizierung                                                              |                | Auflösen der Klammer mit <b>MINUS (-)</b> vor der Klammer $\Rightarrow$ Klammer kann entfallen, wenn alle Vorzeichen in der Klammer umgekehrt werden.                                                                                               |                            |                 |            |
| Beispiele Addition, Subtraktion                                                                                                                                                                                                               |                          |                                                                                        |                | Faktor vor der Klammer mit Summanden $\Rightarrow$ Jeder Wert in der Klammer wird mit dem Faktor multipliziert.                                                                                                                                     |                            |                 |            |
| $a + 0 = 0 + a = a$<br>$a + (b - c) = a + b - c$<br>$a - (b + c) = a - b - c$<br>$a - (b - c) = a - b + c$<br>$a - 0 = a$ aber $0 - a = -a$<br>$a + (-b) = a - b$<br>$a - (-b) = a + b$<br>$-(a + b) = -a - b$<br>$-(a - b) = -a + b = b - a$ |                          |                                                                                        |                | Beispiele $(a - b) \cdot c = c \cdot (a - b) = ac - bc$<br>$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$<br>$(a - b) \cdot (c + d) = ac + ad - bc - bd$<br>$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$<br>$(a - b) \cdot (c - d) = ac - ad - bc + bd$ |                            |                 |            |
| Beispiele Multiplikation                                                                                                                                                                                                                      |                          |                                                                                        |                |                                                                                                                                                                                                                                                     |                            |                 |            |
| ■ Schreibweise: $a \cdot b = ab$ , $2 \cdot a = 2a$<br>$(a) \cdot (b) = (b) \cdot (a)$ , $ab = ba$<br>$abc = acb = bac = bca = cab = cba$                                                                                                     |                          |                                                                                        |                |                                                                                                                                                                                                                                                     |                            |                 |            |
| ■ Der Multiplikationspunkt kann laut Definition in der Mathematik entfallen.<br>$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$<br>$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$                                                                                                    |                          |                                                                                        |                |                                                                                                                                                                                                                                                     |                            |                 |            |
| ■ Gleiche Vorzeichen ergeben plus, ungleiche Vorzeichen ergeben minus:<br>$(+a)(+b) = (+a)(-b) = +ab = ab$<br>$(+a)(-b) = (-a)(+b) = -ab$                                                                                                     |                          |                                                                                        |                |                                                                                                                                                                                                                                                     |                            |                 |            |

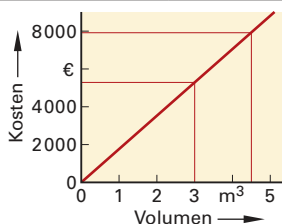
| Bruchrechnung                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Rechenoperation                                                                                                | Formeln und Rechenregeln                                                                                                                                                                                                                                                | Beispiele                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Erweitern</b>                                                                                               | Multiplikation von Zähler und Nenner mit gleicher Zahl.<br>$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a : n}{b : n}$                                                                                                                                            | $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21}$<br>Der Wert bleibt gleich.                                                                                                                                           |
| <b>Kürzen</b>                                                                                                  | Division von Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl.<br>$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n} = \frac{a : n}{b : n}$                                                                                                                                                     | $\frac{14}{21} = \frac{14 : 7}{21 : 7} = \frac{14 : 7}{21 : 7} = \frac{2}{3}$<br>Der Wert bleibt gleich.                                                                                                                                                       |
| <b>Hauptnenner (HN) bestimmen</b>                                                                              | Der Hauptnenner (HN) ist das kleinste gemeinsame Vielfache (KgV) der Nenner. Berechnung durch Zerlegung der Nenner in Primfaktoren.                                                                                                                                     | HN von $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{30}$<br>$4 = 2 \cdot 2$ $6 = 2 \cdot 3$<br>$5 = 5$ $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$<br>HN = $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = 60$                                                                                   |
| <b>Addition</b><br>gleichnamige Brüche<br><br>ungleichnamige Brüche                                            | $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$<br>$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{(a \cdot d) + (c \cdot b)}{b \cdot d}$                                                                                    | $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5+3}{8} = \frac{8}{8} = 1$<br>$\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$                                                        |
| <b>Subtraktion</b><br>gleichnamige Brüche<br><br>ungleichnamige Brüche                                         | $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$<br>$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} - \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{(a \cdot d) - (c \cdot b)}{b \cdot d}$                                                                                    | $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$<br>$\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}$                                                               |
| <b>Multiplikation</b><br>Bruch mit Zahl<br><br>Bruch mit Bruch                                                 | $\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}$<br>$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$                                                                                                                                                            | $\frac{3}{8} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$<br>$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 5} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$                                                                                       |
| <b>Division</b><br>Bruch durch Zahl<br><br>Bruch durch Bruch                                                   | $\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b \cdot n}$<br>$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$                                                                                                                                    | $\frac{3}{8} : 5 = \frac{3}{8 \cdot 5} = \frac{3}{40}$<br>$\frac{3}{8} : \frac{2}{5} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{16}$                                                                                                                          |
| <b>Umwandeln</b><br>gemeiner Bruch in Dezimalzahl                                                              | übliches Teilen des Zählers durch den Nenner                                                                                                                                                                                                                            | $\frac{8}{3} = 8 : 3 = 2,66... \quad 8 : 3 = 2,66... \text{ periodische Wiederholung}$<br>$\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$                                                                                                                                        |
| <b>Umwandeln</b><br>endliche Dezimalbrüche<br>reinperiodische Dezimalbrüche<br>unreinperiodische Dezimalbrüche | Erweitern mit 10, 100, 1000 usw., ggf. anschließend kürzen<br><br><div style="display: flex; align-items: center;"> <span style="font-size: 3em; margin-right: 10px;">}</span>             Rechnung gemäß Beispiel für unreinperiodische Dezimalbrüche           </div> | $0,375 = \frac{0,375 \cdot 1000}{1000} = \frac{3}{8}$<br>$0,\overline{42} = \frac{42}{99}$<br>$x = 2,3\overline{42} \quad 1000 \cdot x = 2342,\overline{42}$<br>$x = \frac{2319}{990} \quad -10 \cdot x = -23,\overline{42}$<br>$\hline 990 \cdot x = 2319,00$ |
| <b>Vorzeichenregeln beim Dividieren</b>                                                                        | $(+a) : (+b) = +a : b = +\frac{a}{b} \quad b \neq 0$<br>$(+a) : (-b) = -a : b = -\frac{a}{b} \quad b \neq 0$<br>$(-a) : (-b) = +a : b = +\frac{a}{b} \quad b \neq 0$                                                                                                    | $(+3) : (+8) = +3 : 8 = +\frac{3}{8}$<br>$(+3) : (-8) = -3 : 8 = -\frac{3}{8}$<br>$(-3) : (-8) = +3 : 8 = +\frac{3}{8}$                                                                                                                                        |
| <b>Division durch 0</b>                                                                                        | Eine Division durch 0 ist unzulässig.<br>+ ∞ bzw. − ∞ sind keine reellen Zahlen.                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                |

| Potenzen                                                            |                                                                                                                |                                                  | Wurzeln                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                  |
|---------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Definition</b><br>(Sprechweise:<br>a hoch n)                     | $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$<br>n Anzahl der Faktoren                                         |                                                  | <b>Definition</b><br>(für $a \geq 0$ und<br>$n \in \mathbb{N}$ )                                                                                                                                                                                                                                            | $(\sqrt[n]{a})^n = a$<br>$\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$                                                                |
| <b>Spezialfälle</b><br>(für $a \neq 0$ und<br>$n \in \mathbb{N}$ )  | $a^1 = a$ ; $a^0 = 1$<br>$1^n = 1$ ; $0^n = 0$                                                                 |                                                  | <b>Darstellung mit<br/>Bruchpotenzen</b><br>(für $a \geq 0$ )                                                                                                                                                                                                                                               | $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$<br>$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n} = (\sqrt[n]{a})^m$                                   |
| <b>Potenzen mit<br/>negativen<br/>Exponenten</b>                    | $a^{-1} = \frac{1}{a}$ ; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$                                                              |                                                  | <b>Produkte von Wur-<br/>zeln</b><br>(für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ )                                                                                                                                                                                                                                       | $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$<br>$\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^q} = a^{\frac{m+q}{n}}$ |
| <b>Vorzeichen beim<br/>Potenzieren</b><br>(für $n \in \mathbb{N}$ ) | $(+a)^n = +a^n$ für alle n<br>$(-a)^n = +a^n$ für gerade n<br>$(-a)^n = -a^n$ für<br>ungerades n               |                                                  | <b>Eindeutigkeit<br/>von Wurzeln</b><br>(für $a \geq 0$ )                                                                                                                                                                                                                                                   | $\sqrt[n]{a^n} = a$<br>$\sqrt[2]{4} = +2$<br>$\sqrt[3]{27} = +3$                                                 |
| <b>Beispiele</b>                                                    | $2a^3 + 3a^3 - a^3 = 4a^3$<br>$3a^4 + 4a^2 - 2a^2 = 3a^4 + 2a^2$                                               |                                                  | <ul style="list-style-type: none"><li>■ Wurzeln positiver Radikanten sind positiv.</li><li>■ Wurzeln negativer Radikanden sind für den reellen Zahlenbereich nicht definiert.<br/><math>\sqrt{-5}</math> nicht definiert</li><li>■ Wurzel aus null ist gleich null:<br/><math>\sqrt{0} = 0</math></li></ul> |                                                                                                                  |
| <b>Produkt von<br/>Potenzen</b>                                     | $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$<br>$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$<br>$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$                      |                                                  | <b>Beispiel</b> (Hinweis auf $\pm$ Zeichen)<br>Sei $x^2 = 3$<br>$x = \pm \sqrt{3} = \pm 1,7321\dots$<br>(nicht $x = \sqrt{3} = \pm 1,7321\dots$ )                                                                                                                                                           |                                                                                                                  |
| <b>Quotient von<br/>Potenzen</b>                                    | $a^m : a^n = a^{m-n}$<br>$a^m : b^m = (a : b)^m$                                                               |                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                  |
| Zehnerpotenzen                                                      |                                                                                                                |                                                  | Binomische Formeln                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                  |
| $0,001 = 10^{-3}$                                                   | $1000 = 10^3$                                                                                                  |                                                  | <b>1. binomische Formel</b> $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                  |
| $0,01 = 10^{-2}$                                                    | $100 = 10^2$                                                                                                   |                                                  | <b>2. binomische Formel</b> $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                  |
| $0,1 = 10^{-1}$                                                     | $10 = 10^1$                                                                                                    |                                                  | <b>3. binomische Formel</b> $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                  |
| $1 = 10^0$                                                          | $1 = 10^0$                                                                                                     |                                                  | <b>Höhere Potenzen</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                  |
| $1000000 = 10^6 = 1 \text{ Million}$                                |                                                                                                                |                                                  | $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                  |
| $10000000 = 10^7 = 10 \text{ Millionen}$                            |                                                                                                                |                                                  | $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                  |
| $100000000 = 10^8 = 100 \text{ Millionen}$                          |                                                                                                                |                                                  | $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                  |
| $1000000000 = 10^9 = 1 \text{ Milliarde}$                           |                                                                                                                |                                                  | <b>Spezialfälle</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                  |
| <b>Beispiele</b>                                                    | $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$<br>$10^{-4} = 0,0001$<br>1 ist die vierte Stelle nach dem Komma |                                                  | $a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$<br>$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$<br>$a^4 - b^4 = (a^2 + b^2) \cdot (a^2 - b^2)$<br>$a^n - b^n = (a - b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + \dots + b^{n-1})$                                                           |                                                                                                                  |
| Zahlenmengen                                                        |                                                                                                                |                                                  | Logarithmen                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                  |
| Symbol                                                              | Zahlenmenge                                                                                                    | Menge aller ...                                  | Definition                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | $\log_b a = c$ , wenn $b^c = a$<br>für $b > 0$ und $a > 0$                                                       |
| $\mathbb{N}$                                                        | Natürliche<br>Zahlen                                                                                           | positiven ganzen<br>Zahlen                       | <b>Brigg'scher<br/>(dekadischer)<br/>Logarithmus</b>                                                                                                                                                                                                                                                        | $\lg a = \log_{10} a$                                                                                            |
| $\mathbb{Z}$                                                        | Ganze<br>Zahlen                                                                                                | positiven und<br>negativen ganzen<br>Zahlen      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                  |
| $\mathbb{Q}$                                                        | Rationale<br>Zahlen                                                                                            | endlichen und<br>periodischen Dezi-<br>malzahlen |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                  |
| $\mathbb{R}$                                                        | Reelle<br>Zahlen                                                                                               | endlichen und<br>unendlichen Dezi-<br>malzahlen  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                  |
| $\mathbb{C}$                                                        | Komplexe<br>Zahlen                                                                                             | imaginäre Einheit<br>$i^2 = -1$                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                  |

## 1.3 Dreisatzrechnung

| Dreisatzarten   | direkter Dreisatz                       |                             | indirekter Dreisatz                     |                          |
|-----------------|-----------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------------|--------------------------|
| 1. Aussagesatz  | $x \Rightarrow y$                       | je mehr<br>desto mehr       | $x \Rightarrow y$                       | je mehr<br>desto weniger |
| 2. Einheitssatz | $1 \Rightarrow \frac{y}{x}$             | oder                        | $1 \Rightarrow y \cdot x$               | oder                     |
| 3. Schlussatz   | $x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x_1}{x}$ | je weniger<br>desto weniger | $x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x}{x_1}$ | je weniger<br>desto mehr |

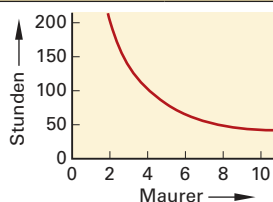
## Dreisatz mit geradem Verhältnis (direkt oder proportional)



**Beispiel** 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €. Wieviel kosten 3,00 m³ Eichenholz?

- 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €
- 1,00 m³ Eichenholz kostet  $\frac{7875,00 \text{ €}}{4,50 \text{ m}^3}$
- 3,00 m³ Eichenholz kosten  $\frac{7875,00 \text{ €} \cdot 3,00 \text{ m}^3}{4,50 \text{ m}^3} = 5250,00 \text{ €}$

## Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis (indirekt oder antiproportional)



**Beispiel** 5 Zimmerer benötigen für eine Montagearbeit 80 Stunden. Wie lange dauert die Montage, wenn 8 Zimmerer zur Verfügung stehen?

- 5 Zimmerer benötigen 80 h
- 1 Zimmerer benötigt  $5 \cdot 80 \text{ h}$
- 8 Zimmerer benötigen  $\frac{5 \cdot 80 \text{ h}}{8} = 50 \text{ h}$

## Zusammengesetzter Dreisatz (doppelter Dreisatz)

Es werden 3 Größen gegenübergestellt. Die gesuchte Größe wird stufenweise errechnet. In jeder Stufe wird nur eine Größe verändert.

**Beispiel** 6 Zimmerer verlegen bei 8-stündiger Arbeitszeit pro Tag 240 m² Parkett. Wieviel m² Parkett verlegen 5 Zimmerer bei einer Arbeitszeit von 9 h/Tag?

- Dreisatz:** 6 Zimmerer verlegen in 8 h 240 m²  
1 Zimmerer verlegt in 8 h  $\frac{240 \text{ m}^2}{6}$   
5 Zimmerer verlegen in 8 h  $\frac{240 \text{ m}^2 \cdot 5}{6}$
- Dreisatz:** 5 Zimmerer verlegen in 1 h  $\frac{240 \text{ m}^2 \cdot 5}{6 \cdot 8}$   
5 Zimmerer verlegen in 9 h  $\frac{240 \text{ m}^2 \cdot 5 \cdot 9}{6 \cdot 8} = 225 \text{ m}^2$

## Verhältnissgleichung, Proportionen

Zwei Verhältnisse mit gleichen Werten können gleichgesetzt und als Gleichung geschrieben werden. Das Verhältnis (eine Proportion) kann auch als Bruchgleichung geschrieben werden.

Außenglieder

Eine Verhältnissgleichung kann als Produktengleichung geschrieben werden.

$$\boxed{a : b = 3 : 4} \quad \text{oder} \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

$$a : b = 3 : 4 \quad \text{oder} \quad 3 \cdot b = 4 \cdot a$$

Innenglieder Bruchgleichung

$$\text{Innenglied} \times \text{Innenglied} = \text{Außenglied} \times \text{Außenglied}$$

## 1.4 Prozentrechnung und Zinsrechnung

### Prozentrechnung

#### Rechnen mit reinem Grundwert

■ Prozent %  $\triangleq 1/100$

■ Grundwert  $G$

■ Prozentwert  $PW$

■ Prozentsatz  $p$  [%]

$$G = \frac{PW \cdot 100 \%}{p \%}$$

$$PW = \frac{G \cdot p \%}{100 \%}$$

$$p = \frac{PW \cdot 100 \%}{G}$$

#### Beispiel

Eichenholz hat einen tangentialen Schwindverlust von 8,9 %. Um wie viel mm schwindet ein Seitenbrett mit einer Breite  $b = 320$  mm?

#### Lösung

$$PW = \frac{320 \text{ mm} \cdot 8,9 \%}{100 \%} = 28,5 \text{ mm}$$

#### Rechnen mit vermindertem Grundwert

■ Verminderter Grundwert  $G_{\min}$

| Verminderter Grundwert          | Prozentwert (PW) |
|---------------------------------|------------------|
| $100 \% - p \%$                 | $p \%$           |
| $100 \% = \text{Grundwert (G)}$ |                  |

$$G_{\min} = G - PW$$

$$G = \frac{G_{\min} \cdot 100 \%}{100 \% - p \%}$$

#### Beispiel

Ein Kunde bezahlt wegen mangelhafter Arbeit 10 % des Bruttopreises weniger und überweist 16500,00 €. Wie hoch war der Bruttopreis?

#### Lösung

$$G = \frac{16500,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% - 10 \%} = 18333,33 \text{ €}$$

#### Rechnen mit vermehrtem Grundwert

■ Vermehrter Grundwert  $G_{\text{mehr}}$

| Grundwert (G)                                 | Prozentwert (PW) |
|-----------------------------------------------|------------------|
| $100 \%$                                      | $p \%$           |
| $100 \% + p \% = \text{vermehrter Grundwert}$ |                  |

$$G_{\text{mehr}} = G + PW$$

$$G = \frac{G_{\text{mehr}} \cdot 100 \%}{100 \% + p \%}$$

#### Beispiel

Ein Arbeiter erhält nach der Lohn-erhöhung von 3,5 % einen Stundenlohn von 15,40 €. Errechnen Sie den vorherigen Lohn.

#### Lösung

$$G = \frac{15,40 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% + 3,5 \%} = 14,88 \text{ €}$$

### Zinsrechnung

- Kapital  $K$  [€]
- Zinsen  $Z$  [€]
- Zinssatz  $p$  [%/Jahr]
- Laufzeit  $t$  [Jahre]
- 1 Zinsjahr 360 Tage
- 1 Zinsmonat 30 Tage

| Kapital | Z |
|---------|---|
|---------|---|

Mit dem Zinssatz werden die Zinsen für ein Jahr berechnet.

$$K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \% \cdot t}$$

$$Z = \frac{K \cdot p \% \cdot t}{100 \%}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$$

$$t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p \%}$$

#### Beispiel

Ein Betrieb erhält einen Kredit über 40000,00 € mit Zinssatz von 8,5 %.

a) Berechnen Sie die Zinsen.  
b) Wie hoch wäre der Zinssatz, wenn 3700,00 € Zinsen bei gleicher Laufzeit anfallen würden?

#### Lösung (Berechnung für ein Jahr)

$$Z = \frac{40000,00 \text{ €} \cdot 8,5 \%}{100 \%} = 3400,00 \text{ €}$$

$$p = \frac{3700,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{40000,00 \text{ €}} = 9,25 \%$$

#### Zinseszinsrechnung

Die Zinsen werden dem Kapital am Jahresende zugerechnet und mitverzinst.

■ Anzahl der Jahre  $n$

Kapital nach  $n$  Jahren:

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p \%}{100 \%}\right)^n$$

#### Beispiel

Ein Auszubildender legt 5000,00 € festverzinslich mit  $p = 4,5 \%$  an. Wie hoch ist sein Kapital nach 10 Jahren?

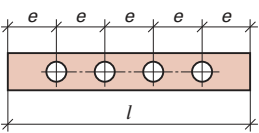
#### Lösung

$$K_{10} = 5000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{4,5 \%}{100 \%}\right)^{10} =$$

$$K_{10} = 7764,85 \text{ €}$$

# 1.5 Längen und Winkel

## Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände

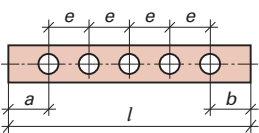


$$e = \frac{l}{n + 1}$$

$$z = n + 1$$

|     |                              |
|-----|------------------------------|
| $l$ | Gesamtlänge, Teilungsstrecke |
| $e$ | Länge der Abstände           |
| $n$ | Anzahl der Teilungselemente  |
| $z$ | Anzahl der Abstände          |

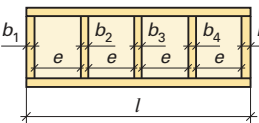
## Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Randabstand



$$e = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

|        |                              |
|--------|------------------------------|
| $a, b$ | Randabstände                 |
| $l$    | Gesamtlänge, Teilungsstrecke |
| $e$    | Länge der Abstände           |
| $n$    | Anzahl der Teilungselemente  |

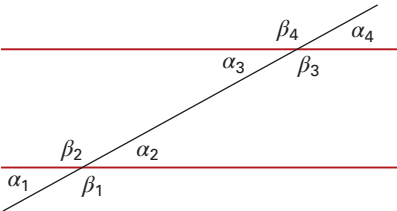
## Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Unterbrechungen



$$e = \frac{l - (b_1 + \dots + b_n)}{n - 1}$$

|                   |                              |
|-------------------|------------------------------|
| $b_1, \dots, b_n$ | Unterbrechungen              |
| $l$               | Gesamtlänge, Teilungsstrecke |
| $e$               | Länge der Abstände           |
| $n$               | Anzahl der Teilungselemente  |

## Winkelarten



**Scheitelwinkel** sind gleich groß.  
Scheitelwinkel liegen am Winkelscheitel ein-  
ander gegenüber.

$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad \text{und} \quad \alpha_3 = \alpha_4$$

**Wechselwinkel** sind gleich groß.  
Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen  
liegen dem Winkel auf der anderen Seite  
gegenüber.

$$\alpha_1 = \alpha_3 \quad \text{und} \quad \beta_1 = \beta_4$$

**Stufenwinkel** sind gleich groß.  
Stufenwinkel liegen auf der anderen Stufe der  
gleichen Seite der Geraden.

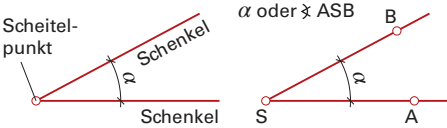
$$\alpha_1 = \alpha_3 \quad \text{und} \quad \beta_1 = \beta_3$$

**Nebenwinkel** ergänzen sich zu  $180^\circ$ .  
Nebenwinkel sind Nachbarwinkel auf dersel-  
ben Seite der Parallelen.

$$\alpha_1 + \beta_1 = 180^\circ \quad \text{und} \quad \alpha_4 + \beta_4 = 180^\circ$$

## Winkeleinheiten

Zwei von einem Punkt ausgehende Halbgera-  
den bilden einen Winkel. Die Benennung  
erfolgt mit griechischen Buchstaben  $\alpha, \beta, \gamma$ .



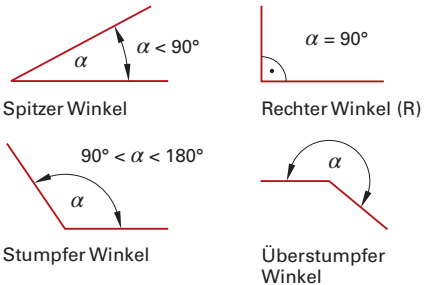
Die Einheiten der Winkel sind Grad ( $^\circ$ ), Minu-  
ten ( $'$ ) und Sekunden ( $''$ ). Es gelten dieselben  
Umrechnungsregeln wie bei den Zeiteinhei-  
ten.

$$\text{Umrechnung} \quad 1^\circ = 60' \quad 1' = 60''$$

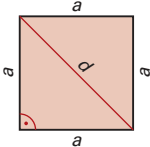
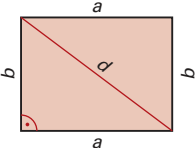
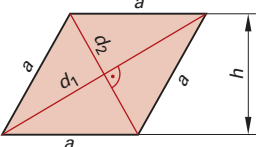
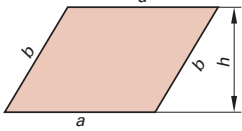
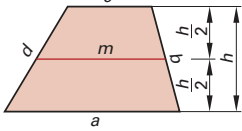
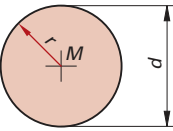
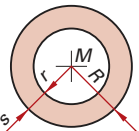
$$0,56666^\circ = 0,56666^\circ \cdot 60'/\text{je } 1^\circ \Rightarrow 34'$$

$$21' = 21' : 60''/\text{je } 1' \Rightarrow 0,35^\circ$$

## Winkelbenennungen

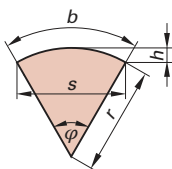


## 1.6 Flächen

|                                                                                                           |                                                                                                                                       |                                                                                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Quadrat</b><br>       | $A$<br>$a$<br>$d$<br>$U$<br>Fläche<br>Seitenlänge<br>Diagonalenlänge<br>Umfang                                                        | $A = a \cdot a = a^2$<br>$U = 4 \cdot a$<br>$d = \sqrt{2} \cdot a \approx 1,414 \cdot a$                                                                   |
| <b>Rechteck</b><br>      | $A$<br>$a$<br>$b$<br>$d$<br>$U$<br>Fläche<br>Länge (Grundlinie)<br>Breite (Höhe)<br>Diagonalenlänge<br>Umfang                         | $A = a \cdot b$<br>(Fläche = Grundlinie mal Höhe)<br>$U = 2 \cdot (a + b)$<br>$d = \sqrt{a^2 + b^2}$                                                       |
| <b>Rhombus, Raute</b><br> | $A$<br>$a$<br>$h$<br>$d_1, d_2$<br>$U$<br>$d_1 \perp d_2$<br>Fläche<br>Seitenlänge (Grundlinie)<br>Höhe<br>Diagonalenlängen<br>Umfang | $A = a \cdot h$<br>$A = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$<br>$a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$<br>$U = 4 \cdot a = 2 \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$ |
| <b>Parallelogramm</b><br> | $A$<br>$a, b$<br>$a$<br>$h$<br>$U$<br>Fläche<br>Seitenlängen<br>Grundlinie<br>Höhe<br>Umfang                                          | $A = a \cdot h$<br>(Fläche = Grundlinie mal Höhe)<br>$U = 2 \cdot (a + b)$                                                                                 |
| <b>Trapez</b><br>       | $A$<br>$a, b, c, d$<br>$m$<br>$h$<br>$U$<br>Fläche<br>Seitenlängen<br>mittlere Länge<br>Höhe<br>Umfang                                | $A = m \cdot h = \frac{a+c}{2} \cdot h$<br>$m = \frac{a+c}{2}$<br>$U = a + b + c + d$                                                                      |
| <b>Kreis</b><br>       | $A$<br>$r$<br>$d$<br>$U$<br>$M$<br>Fläche<br>Radius (Halbmesser)<br>Durchmesser<br>Umfang<br>Kreismittelpunkt                         | $A = \pi \cdot r^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot d^2$<br>$d = 2 \cdot r$<br>$U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$                                              |
| <b>Kreisring</b><br>   | $R$<br>$r$<br>$s$<br>Außenradius<br>Innenradius<br>Kreisringdicke                                                                     | $A = A_{\text{Außenkreis}} - A_{\text{Innenkreis}}$<br>$A = (R^2 - r^2) \cdot \pi$<br>$s = R - r$                                                          |

# Flächen

## Kreisausschnitt



**A** Fläche (Kreisausschnitt)  
**r** Radius  
**s** Sehnenlänge  
**b** Bogenlänge  
 $\varphi^\circ$  Zentriwinkel im Altgradmaß

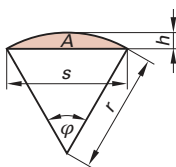
$$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \varphi^\circ}{4 \cdot 360^\circ}$$

$$b = \frac{d \cdot \pi \cdot \varphi^\circ}{360^\circ}$$

$$s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi^\circ}{2}\right)$$

$$s = 2 \cdot \sqrt{h \cdot (2 \cdot r - h)}$$

## Kreisabschnitt



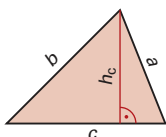
**r** Halbmesser  
**b** Bogenlänge  
**h** Bogenhöhe  
**s** Sehnenlänge  
**A** Fläche des Kreisabschnitts  
 $\varphi^\circ$  Zentriwinkel im Altgradmaß

$$A \approx \frac{2}{3} \cdot s \cdot h$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \varphi^\circ}{4 \cdot 360^\circ} - \frac{s \cdot (r - h)}{2}$$

$$s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi^\circ}{2}\right)$$

## Dreieck



► Kapitel 1.8

**A** Fläche  
**a, b, c** Seitenlängen  
**c** Grundlinie  
**hc** Höhe  
**U** Umfang  
**s** halber Umfang

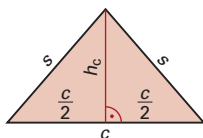
$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

(Fläche =  $\frac{1}{2}$  mal Grundlinie mal Höhe)

$$s = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$$

$$U = a + b + c = 2 \cdot s$$

## Gleichschenkliges Dreieck



**A** Fläche  
**s** Schenkellänge  
**c** Grundlinie  
**hc** Höhe  
**U** Umfang

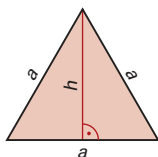
$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

$$A = \frac{1}{4} \cdot c \cdot \sqrt{4 \cdot s^2 - c^2}$$

$$h_c = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4 \cdot s^2 - c^2}$$

$$U = 2 \cdot s + c$$

## Gleichseitiges Dreieck



**A** Fläche  
**a** Seitenlänge  
**h** Höhe  
**U** Umfang

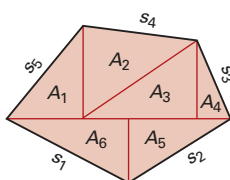
$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \approx 0,433 \cdot a^2$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \approx 0,866 \cdot a$$

$$U = 3 \cdot a$$

## Unregelmäßiges Vieleck



**A** Fläche  
**A<sub>i</sub>** Teilflächen ( $i = 1, 2, \dots, m$ )  
**s<sub>i</sub>** Seitenlängen ( $i = 1, 2, \dots, n$ )  
**n** Anzahl der Ecken  
**m** Anzahl der Teilflächen  
**U** Umfang

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_m$$

$$U = s_1 + s_2 + \dots + s_n$$



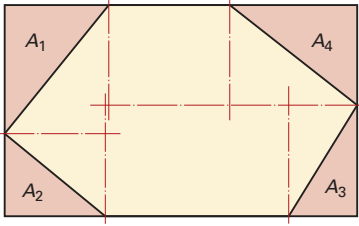
## Flächen am Dach

Die Flächen am Dach können i.d.R. in folgende Flächen eingeteilt werden: Dreieck, Rechteck, Trapez. Dazu werden Längen (wahre Längen) und Flächen (wahre Flächen) berechnet.

### Zusammengesetzte Flächen

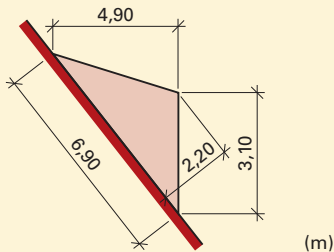
Zur Berechnung des Flächeninhalts zusammengesetzter Flächen wird die Fläche so mit einem Rechteck umschrieben, dass alle Ecken eingefasst werden. Die überzähligen Flächeninhalte  $A_i = A_1$  bis  $A_n$  werden abgezogen.

$$A = A_R - A_1 - A_2 - A_3 - A_4 \dots A_n$$



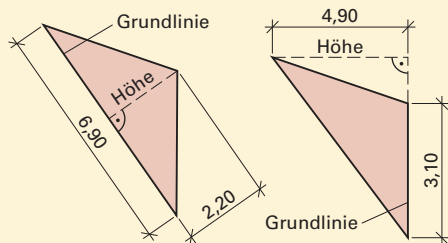
### Beispiel

Die Wange einer Dachgaube soll verschiefert werden. Der Flächeninhalt ist zu ermitteln.



### Lösung

Für die Berechnung sind folgende Maße notwendig: Grundlinie  $g$  und Höhe  $h$ . Grundsätzlich kann jede Dreiecksseite als Grundlinie gewählt werden.



$$A = \frac{6,90 \text{ m} \cdot 2,20 \text{ m}}{2}$$

$$A = 7,59 \text{ m}^2$$

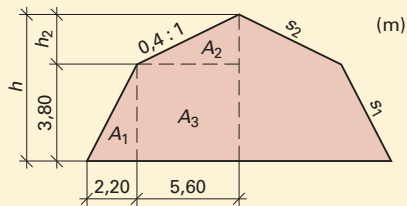
$$A = \frac{3,10 \text{ m} \cdot 4,90 \text{ m}}{2}$$

$$A = 7,59 \text{ m}^2$$

### Beispiel

Der Giebel eines symmetrischen Mansardendaches hat das skizzierte Aussehen. Typische und notwendige Berechnungen:

- Dachhöhe  $h$
- Länge der Sparren  $s_1$  und  $s_2$  (zum Beispiel notwendig für die Berechnung der Dachfläche)
- Flächeninhalt  $A$  des Giebels (zum Beispiel notwendig für die Berechnung des Dachraumes)



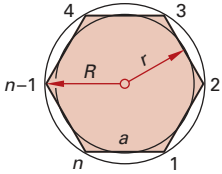
### Lösung

- Berechnung von  $h$   
Verhältnisgleichung anwenden  
 $0,4 : 1 = h_2 : 5,60 \text{ m}$   
 $h_2 = 0,4 \cdot 5,60 \text{ m} \rightarrow h_2 = 2,24 \text{ m}$   
 $h = 3,80 \text{ m} + 2,24 \text{ m}$   
 **$h = 6,04 \text{ m}$**
- Berechnung der Sparrenlängen  
Pythagoras anwenden  
 $s_1 = \sqrt{(3,80 \text{ m})^2 + (2,20 \text{ m})^2}$   
 **$s_1 = 4,39 \text{ m}$  (gerundet)**  
 $s_2 = \sqrt{(2,24 \text{ m})^2 + (5,60 \text{ m})^2}$   
 **$s_2 = 6,03 \text{ m}$  (gerundet)**
- Flächeninhalt  $A_L$   
Fläche einteilen in Dreieck  $A_1$ , Dreieck  $A_2$  und Viereck  $A_3$   
 $A_1 = 0,5 \cdot 2,20 \text{ m} \cdot 3,80 \text{ m}$   
 $A_1 = 4,180 \text{ m}^2$   
 $A_2 = 0,5 \cdot 5,60 \text{ m} \cdot 2,24 \text{ m}$   
 $A_2 = 6,272 \text{ m}^2$   
 $A_3 = 5,60 \text{ m} \cdot 3,80 \text{ m}$   
 $A_3 = 21,28 \text{ m}^2$   
 $A_L = 4,180 \text{ m}^2 + 6,272 \text{ m}^2 + 21,28 \text{ m}^2$   
 **$A_L = 31,732 \text{ m}^2$**   
Gesamtfläche:  $A = A_L + A_R$   
 **$A = 63,464 \text{ m}^2$**

**Hinweis:** Bei Materialbedarfsberechnungen darf nicht abgerundet werden.

## Flächen

### Regelmäßiges Vieleck



$A$  Fläche  
 $a$  Seitenlänge  
 $R$  Umkreisradius  
 $r$  Inkreisradius  
 $n$  Anzahl der Ecken  
 $U$  Umfang  
 $\varphi^\circ$  Mittelpunktswinkel

$$A = \frac{1}{2} \cdot n \cdot a \cdot r$$

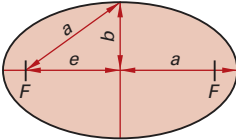
$$R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 + 4 \cdot r^2}$$

$$r = \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$r = R \cdot \cos(\varphi^\circ/2)$$

$$U = n \cdot a$$

### Ellipse



$A$  Fläche  
 $a$  großer Halbmesser  
 $b$  kleiner Halbmesser  
 $e$  Brennpunktabstand  
 $U$  Umfang  
 $F$  Brennpunkte

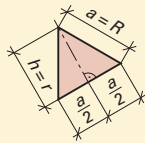
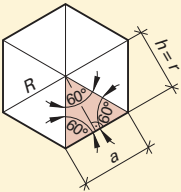
$$A = \pi \cdot a \cdot b \quad e = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$U \approx \pi \cdot (a + b)$$

$$U = \pi \cdot (a + b) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\lambda^2 + \frac{1}{64}\lambda^4 + \dots\right)$$

mit  $\lambda = \frac{a-b}{a+b}$

### Beispiel Sechseck



### Sechseck

$$A = 6 \cdot a \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$A = 3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$$

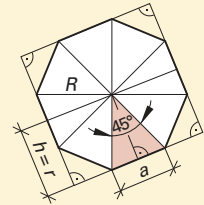
$$A \approx 2,598 \cdot R^2$$

### Achteck

$$A = 8 \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot r$$

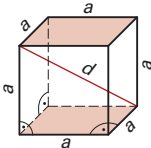
$$A \approx 2,828 \cdot R^2$$

### Beispiel Achteck



## 1.7 Körper

### Würfel



$A$  Grundfläche  
 $V$  Volumen  
 $O$  Oberfläche  
 $a$  Seitenlänge  
 $d$  Raumdiagonale

$$A = a^2$$

$$V = A \cdot a$$

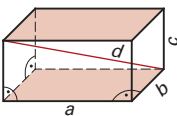
$$V = a^3$$

$$O = 6 \cdot a^2$$

$$d = \sqrt{3} \cdot a$$

$$d \approx 1,732 \cdot a$$

### Quader, Rechtekt



$A$  Grundfläche  
 $V$  Volumen  
 $O$  Oberfläche  
 $a, b, c$  Seitenlängen  
 $d$  Raumdiagonale

$$A = a \cdot b$$

$$V = A \cdot c$$

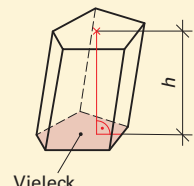
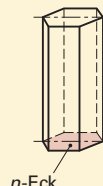
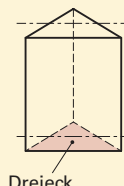
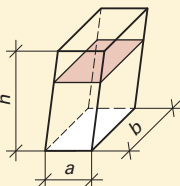
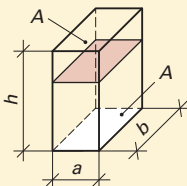
$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a)$$

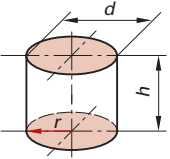
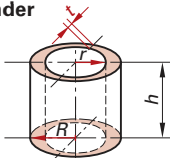
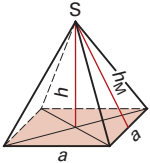
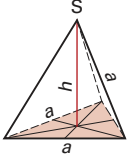
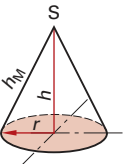
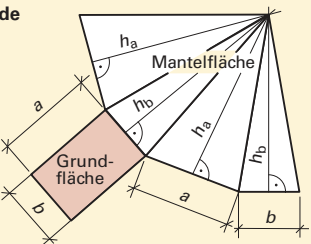
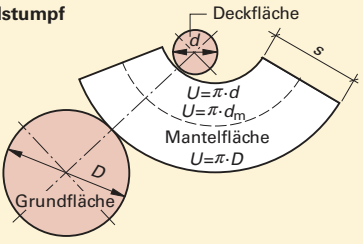
$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

**$V = \text{Grundfläche} \times \text{Höhe}$**

### Prismen, gerade und schief



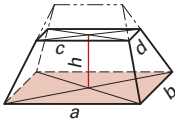
$$V = A \cdot h \quad O = 2 \cdot A + M$$

| Körper                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Zylinder</b><br>gerade<br>und<br>schief<br>                             | <b>A</b> Grundfläche<br><b>V</b> Volumen<br><b>O</b> Oberfläche<br><b>R</b> Außenradius<br><b>r</b> Innenradius<br><b>t</b> Wanddicke<br><b>h</b> Höhe                                       | $V = \text{Grundfläche} \times \text{Höhe}$                                                                                                            | $A = \pi \cdot r^2$<br>$V = A \cdot h$<br>$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$<br>$M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$<br>$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$<br>$d = 2 \cdot r$                                                       |
|                                                                                                                                                             | <b>Hohlzylinder</b><br>gerade<br>und<br>schief<br>                                                          | <b>A</b> Grundfläche<br><b>V</b> Volumen<br><b>O</b> Oberfläche<br><b>R</b> Außenradius<br><b>r</b> Innenradius<br><b>t</b> Wanddicke<br><b>h</b> Höhe | $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$<br>$V = A \cdot h$<br>$V = \pi \cdot h \cdot (R^2 - r^2)$<br>$V = \pi \cdot h \cdot t \cdot (R + r)$<br>$t = R - r$<br>$O = 2 \cdot \pi \cdot (R + r) \cdot (h + t)$                               |
| <b>Pyramide</b><br>gerade<br>und<br>schief<br><br>quadratische Grundfläche | <b>V</b> Volumen<br><b>A</b> Grundfläche<br><b>U</b> Grundumfang<br><b>h<sub>M</sub></b> Mantelhöhe<br><b>O</b> Oberfläche<br><b>M</b> Mantelfläche<br><b>h</b> Höhe<br><b>a</b> Seitenlänge | $V_{\text{Spitzer Körper}} = \frac{1}{3} \text{ Grundfläche} \times \text{Höhe}$                                                                       | $V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$<br>$M = \frac{1}{2} \cdot U \cdot h_M$<br>$A = a^2$<br>$O = M + A$<br>$U = 4 \cdot a$                                                                                                        |
|                                                                                                                                                             | <b>Tetraeder</b><br>                                                                                        | <b>V</b> Volumen<br><b>A</b> Grundfläche<br><b>a</b> Seitenlänge<br><b>h</b> Höhe<br><b>O</b> Oberfläche (vier gleiche Dreiecke)                       | $V = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot a^3 \approx 0,118 \cdot a^3$<br>$O = \sqrt{3} \cdot a^2 \approx 1,732 \cdot a^2$<br>$A = \frac{1}{4} \cdot O \approx 0,433 \cdot a^2$<br>$h = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot a \approx 0,816 \cdot a$ |
| <b>Kegel</b><br>gerade<br>und<br>schief<br>                               | <b>V</b> Volumen<br><b>A</b> Grundfläche<br><b>r</b> Radius<br><b>h</b> Höhe<br><b>h<sub>M</sub></b> Mantelhöhe<br><b>M</b> Mantelfläche<br><b>O</b> Oberfläche                              |                                                                                                                                                        | $A = \pi \cdot r^2$<br>$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h$<br>$M = \pi \cdot r \cdot h_M$<br>$O = \pi \cdot r \cdot (h_M + r)$<br>$h_M = \sqrt{r^2 + h^2}$<br>$h = \sqrt{h_M^2 - r^2}$         |
| <b>Abwicklung einer Pyramide und eines Kegelstumpfes</b>                                                                                                    |                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Pyramide</b><br>                                                      |                                                                                                                                                                                              | <b>Kegelstumpf</b><br>                                              |                                                                                                                                                                                                                                |
| $O = M + A$ $M = a \cdot h_a + b \cdot h_b$                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                              | $O = M + A_o + A_u$ $M = \pi \cdot d_m \cdot s$                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                |

# Körper

## Obelisk (Ponton)

Keil ( $d=0$ )  
(Baugrube)



Die Seitenflächen sind Trapeze

$V$  Volumen  
 $a, b$  Seitenlängen der Grundfläche  
 $c, d$  Seitenlängen der Deckfläche  
 $h$  Höhe  
 $A_0$  Grundfläche  
 $A_1$  Deckfläche

$$V = \frac{h}{6} \cdot [a \cdot b + c \cdot d + (a+c) \cdot (b+d)]$$

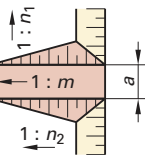
$$A_0 = a \cdot b \quad A_1 = c \cdot d$$

$$V \approx \frac{1}{2} \cdot (A_0 + A_1) \cdot h$$

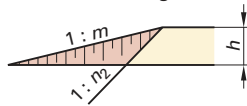
**Sonderfall Keil/Walmdach:**  $d=0$

$$V = \frac{1}{6} \cdot h \cdot b \cdot (2 \cdot a + c)$$

## Rampe



$1:m$  Steigung der Rampe  
 $1:n_1$  Steigung der Böschung



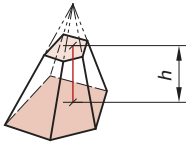
$$V = \frac{h^2}{6} \cdot \left( 3 \cdot a + 2 \cdot n_1 \cdot h \cdot \frac{m-n_2}{m} \right) \cdot (m-n_2)$$

für  $n_2 = 0$  (z.B. lotrechte Wand)

$$V = \frac{h^2}{6} \cdot (3 \cdot a + 2 \cdot n_1 \cdot h) \cdot m$$

## Pyramidenstumpf

gerade und schief



$V$  Volumen  
 $A_0$  Grundfläche  
 $A_1$  Deckfläche  
 $h$  Höhe

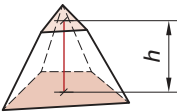
Simpsonsche Regel

$$V = \frac{h}{3} \cdot (A_0 + A_1 + \sqrt{A_0 \cdot A_1})$$

Näherungsformel

$$V \approx \frac{h}{2} \cdot (A_0 + A_1)$$

## Prismatoid



Bei rechtwinkliger Deck- und Grundfläche gilt

$A_m = a_m \cdot b_m$  mit

$$a_m = \frac{a_0 + a_1}{2} \text{ und}$$

$$b_m = \frac{b_0 + b_1}{2}$$

$A_0, A_1$  Deck- und Grundfläche sind parallel, können aber unterschiedliche Formen haben  
 $h$  Höhe (Abstand von Grund- und Deckfläche)

$$V = \frac{h}{6} \cdot (A_0 + A_1 + 4 \cdot A_m)$$

$A_m$  ist der zur Grundfläche parallele Querschnitt in halber Höhe

$$A_m = \frac{1}{4} \cdot (A_0 + A_1 + 2 \cdot \sqrt{A_0 \cdot A_1})$$

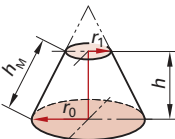
Näherungsformel

$$V \approx \frac{1}{2} \cdot (A_0 + A_1) \cdot h$$

Übliche Formel zur Berechnung der Volumina von Baugruben.

## Kegelstumpf

gerade und schief



$r_0$  Radius der Grundfläche  
 $r_1$  Radius der Deckfläche  
 $h$  Höhe  
 $h_M$  Mantelhöhe  
 $M$  Mantelfläche  
 $O$  Oberfläche

$$V = \frac{h}{3} \cdot \pi \cdot (r_0^2 + r_0 \cdot r_1 + r_1^2)$$

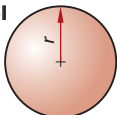
$$h_M = \sqrt{(r_0 - r_1)^2 + h^2}$$

$$M = \pi \cdot h_M \cdot (r_0 + r_1)$$

$$O = \pi \cdot (r_0^2 + r_1^2 + h_M \cdot r_0 + h_M \cdot r_1)$$

Mantelfläche =  
Oberfläche – Deckfläche – Grundfläche

## Kugel



$V$  Volumen  
 $O$  Oberfläche  
 $r$  Radius  
 $d$  Durchmesser

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad V \approx 4,189 \cdot r^3$$

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$d = 2 \cdot r$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}}$$