

„Sie müssen das Buch so schreiben, dass alles drin ist, aber man es trotzdem versteht!“
(Aufforderung einer Schülerin)

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

dieses Buch und die Videos sollen Sie dabei unterstützen,

- sich in den letzten beiden Schuljahren optimal auf Klausuren und auf das Abitur in Mathematik vorzubereiten.
- sich alle Lehrplaninhalte anhand verständlicher und übersichtlicher Stoffzusammenfassungen anzueignen.
- Ihr gewonnenes Wissen anhand von Basisübungen mit ausführlichen Lösungen schnell und prüfungsbezogen zu vertiefen.
- durch Erfolge neue Motivation für das Fach Mathematik zu bekommen.
- eine gute Note in der Abiturprüfung zu erreichen.

Liebe Fachkolleginnen und Fachkollegen,

dieses Buch und die Videos sollen Sie dabei unterstützen,

- die zeitintensive Stoffwiederholung, Klausur- und Abiturvorbereitung teilweise aus dem Unterricht auslagern zu können.
- auf diese Weise mehr Zeit für verständnisorientierten Unterricht zu gewinnen.
- sicherzustellen, dass Ihre Schülerinnen und Schüler über ausreichendes Basiswissen verfügen.
- den Notendurchschnitt Ihrer Klasse in der Abiturprüfung zu optimieren.

Konzept

Der Kern des Buches besteht aus eingängigen **Stoffzusammenfassungen zu allen Lehrplanthemen** des **erhöhten Anforderungsniveaus** am beruflichen Gymnasium in Baden-Württemberg.

Die Zusammenfassungen sind so konzipiert, dass alle mathematischen Inhalte direkt aufgenommen und kognitiv verarbeitet werden können.

Die über **100 Videos** im Buch bieten einen weiteren Lernzugang, welcher in Kombination mit dem Buch bei vielen Schülerinnen und Schülern nachweisbar zu besseren Lernergebnissen führt.

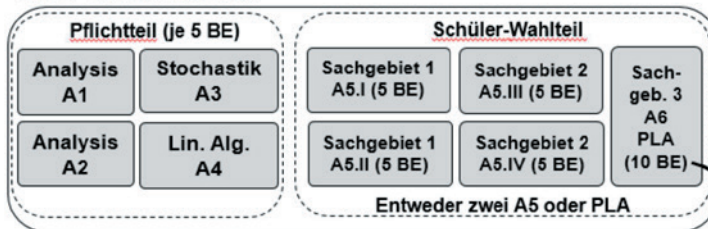
Das Ende des Buches besteht aus kurzen, elementaren **Basisübungen** zu allen Themen. Diese werden **ausführlich gelöst**.

Ablauf der Abiturprüfung

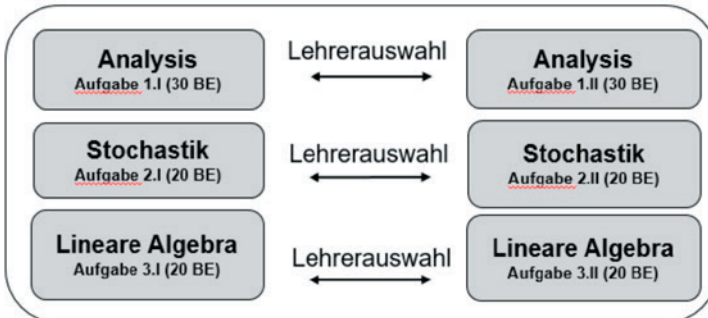
Arbeitszeit: 300 Minuten (maximal 110 Minuten für Teil A)

Bewertungseinheiten: 100 gesamt

Teil A - ohne Hilfsmittel



Teil B - mit Hilfsmitteln



* Sachgebiete sind Analysis, Stochastik und Lineare Algebra

Quelle: IBBW Baden-Württemberg

Erläuterungen

- **Pflichtteil (Teil A, ohne Hilfsmittel):** Die vorgelegten 4 Aufgaben (zu allen Themen des Lehrplans) müssen bearbeitet werden.
- **Schüler-Wahlteil (Teil A, ohne Hilfsmittel)**
Beispiel: Es liegen 2 Aufgaben zur Analysis (Sachgebiet 1) und 2 Aufgaben zur Stochastik (Sachgebiet 2) vor. Alle diese Aufgabe sind mit „Aufgabe 5“ bezeichnet. Zusätzlich liegt die Aufgabe 6 zum Problemlösen (PLA) zur Linearen Algebra vor. Die Schüler*in wählt dann **entweder zwei beliebige Aufgaben 5 aus oder wählt (nur) die Aufgabe 6 zum Problemlösen** aus. In diesem Fall gibt die Schüler*in **vor** der Bearbeitung der Problemlöseaufgabe den Teil A ab und erhält dann zur Bearbeitung der Problemlöseaufgabe die **Hilfsmittel (Taschenrechner und Merkhilfe)**.
- **Teil B, mit Hilfsmittel:** Vor der Prüfung wählt die Lehrer*in aus je zwei Aufgaben zur Analysis, Stochastik und Linearer Algebra jeweils eine Aufgabe aus.

Faustformel zur Zeitplanung: Aus 300 min für 100 BE ergeben sich **3 min pro BE**.

Hinweis: Zur weiteren Erläuterung sei auf das nachfolgende **Video** verwiesen.



Inhaltsverzeichnis

I	Grundlagen Analysis	10
1	Funktionen (MindMap)	10
1.1	Ganzrationale Funktionen (Polynome)	12
1.2	Der Nullstellenansatz und die Vielfachheit von Nullstellen	14
1.3	Potenzfunktionen	16
1.4	Exponentialfunktionen	18
1.5	Trigonometrische Funktionen	20
1.6	Übersicht: Spiegeln, Strecken und Verschieben	22
1.7	Symmetrie zur y -Achse bzw. zum Ursprung	24
1.8	Die Umkehrfunktion	25
2	Gleichungen (MindMap)	26
2.1	Gleichungstypen: Übersicht	28
2.2	Gleichungstypen: Konkretes Lösungsvorgehen	30
2.3	Goldene Regeln zum Lösen von Gleichungen	36
3	Differenzialrechnung (MindMap)	38
3.1	Ableitungsregeln	40
3.2	Tangente	44
3.3	Monotonie	46
3.4	Krümmung	47
3.5	Extrempunkte (Hochpunkte und Tiefpunkte)	48
3.6	Wendepunkte	49
3.7	Sattelpunkte	50
3.8	Zusammenhang zwischen den Schaubildern von Funktion und Ableitung	52
3.9	Ermittlung von Funktionsgleichungen (Steckbriefaufgaben, Regression)	54
3.10	Extremwertaufgaben	58
4	Integralrechnung (MindMap)	60
4.1	Integrationsregeln („Aufleitungsregeln“)	62
4.2	Flächeninhaltsberechnung zwischen Schaubild und x -Achse	64
4.3	Flächeninhaltsberechnung zwischen zwei Schaubildern	66
4.4	Berechnung des Rotationsvolumens: Fläche zwischen Schaubild und x -Achse rotiert um die x -Achse	68
4.5	Berechnung des Rotationsvolumens: Fläche zwischen zwei Schaubildern rotiert um die x -Achse	69
4.6	Mittelwert (durchschnittlicher y -Wert) einer Funktion (Zusatz)	70
4.7	Flächen, die bis ins Unendliche reichen (Uneigentliche Integrale) (Zusatz)	71
5	Anwendungsorientierte Aufgaben	72
5.1	Bedeutungsmäßiger Zusammenhang von Funktion und Ableitungsfunktion	72
5.2	Von der Aufgabe zum Rechenansatz (Schlüsselwörter“)	73

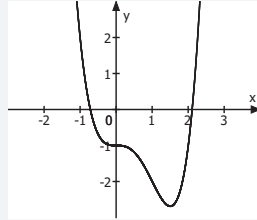
5.3	Exponentielles Wachstum und exponentieller Zerfall	74
5.4	Kostentheorie	75
II	Grundlagen Vektorgeometrie (aus: Lineare Algebra) (MindMap)	76
1	Lineare Gleichungssysteme	78
2	Vorwissen (Punkte, Vektoren, Rechenoperationen)	80
2.1	Punkte	80
2.2	Vektoren	80
2.3	Rechnen mit Vektoren (Addition, Subtraktion, Betrag, Skalare Multiplikation, Linearkombination, Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit, Skalarprodukt, Vektorprodukt)	81
3	Geraden	84
3.1	Geradengleichungen in Parameterform	84
3.2	Gegenseitige Lage von Geraden	86
4	Ebenen	88
4.1	Ebenengleichungen in Parameterform	88
4.2	Ebenengleichungen in Normalenform	90
4.3	Ebenengleichungen in Koordinatenform	92
4.4	Spurpunkte, Spurgeraden und die Lage im Koordinatensystem	93
4.5	Umwandlungen der Ebenenformen	94
5	Gegenseitige Lage	98
5.1	Ebene-Gerade	98
5.2	Ebene-Ebene	100
6	Schnittwinkel	103
7	Abstandsrechnungen	104
7.1	Abstände zu einem Punkt	105
7.2	Abstände zu einer Geraden	108
7.3	Abstände zu einer Ebene	109
8	Spiegelungen (Zusatz)	110
9	Modellieren mit Vektoren	112
10	Das Vektorprodukt zur Flächen- und Volumenberechnung	114
III.	Grundlagen Stochastik (MindMap)	116
1	Baumdiagramme und Pfadregeln	118
1.1	Einführung	118
1.2	Aufgabentypen	121
2	Zufallsvariable, Erwartungswert und Standardabweichung	124
3	Bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit, Vierfeldertafel	128
3.1	Bedingte Wahrscheinlichkeit	128
3.2	Unabhängigkeit	130
3.3	Vierfeldertafel	131

3.4	Zusammenhänge und Vernetzung	132
4	Binomialverteilung	138
4.1	Bernoulli-Formel	138
4.2	Binomialverteilung und kumulierte Binomialverteilung	140
4.3	Aufgabentypen zur Binomialverteilung	142
4.4	Die JOKER-Liste für schwierige Aufgabentypen	144
4.5	Erwartungswert und Standardabweichung	146
5	Normalverteilung	148
5.1	Abgrenzung zur Binomialverteilung	148
5.2	Aufgabentypen zur Normalverteilung	150
5.3	Die Normalverteilung für binomialverteilte Probleme nutzen	152
6	Sigma-Regeln (Prognoseintervalle)	154
7	Vertrauensintervalle (Konfidenzintervalle)	156
7.1	Vertrauensintervalle bilden	156
7.2	Stichprobenumfang und Länge des Vertrauensintervalls	158
7.3	Zusammenhang: Sigma-Regeln und Vertrauensintervalle	159
IV	Problemlösen	160
1	Motivation	160
2	Schritte des Problemlösens	161
3	Beispiele	162
4	Das Bewertungsraster zur Korrektur im Abitur	166
V	Grundlagen Matrizen (aus: Lineare Algebra)	168
1	Begriffe zur Matrix	168
2	Rechnen mit Matrizen	169
3	Die inverse Matrix	170
VI	Themen für die mündliche Abiturprüfung	172
1	Beschreibung von Produktionsprozessen durch Matrizen (nur für WG)	172
2	Beschreibung von Abbildungen mit Matrizen (nur für TG)	178
3	Beschreibung von Austausch- und Populationsprozessen durch Matrizen (nur für AG, BTG, EG, SGG)	184
VII	Basisübungen	193
1	Basisübungen zur Analysis	194
2	Basisübungen zur Vektorgeometrie	216
3	Basisübungen zur Stochastik	220
4	Basisübungen zum Problemlösen	224
VIII	Ausführliche Lösungen	226

Ganzrationale
Funktion

$$f(x) = x^4 - 2x^3 - 1$$

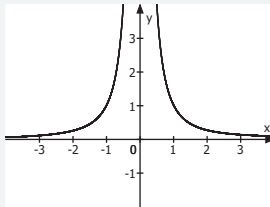
(S. 12)



Potenzfunktionen

$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$

(S. 16)

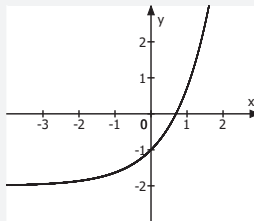


Funktionstypen

Exponentialfunktion

$$f(x) = e^x - 2$$

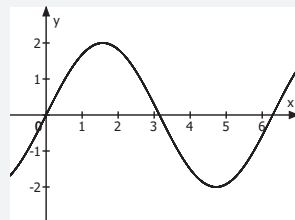
(S. 18)



Trigonometrische
Funktion

$$f(x) = 2 \cdot \sin(x)$$

(S. 20)

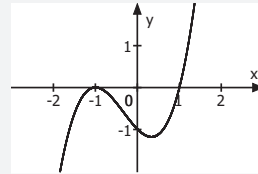


Analysis Funktionen

Nullstellenansatz

$$f(x) = (x+1)^2 \cdot (x-1)$$

(S. 14)

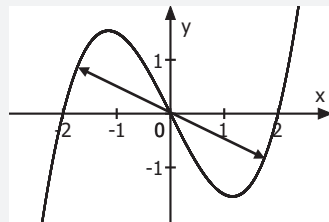


Symmetrie

...zur y-Achse

...zum Ursprung

(S. 24)



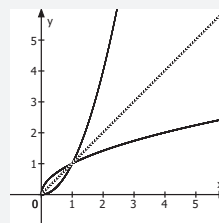
Spiegeln, Strecken
und Verschieben
(S. 22)

Umkehrfunktion

$$f(x) = x^2$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x}$$

(S. 25)



2 Gleichungen

2.1 Gleichungstypen: Übersicht

	Typ 1	Typ 1S
Gleichung 1. Grades (linear) (S. 30)	$2x - 4 = 0$	
Gleichung 2. Grades (quadratisch) (S. 30)	$2x^2 - 4 = 0$	
Gleichung 3. Grades (S. 30)	$2x^3 - 4 = 0$	
Gleichung 4. Grades (S. 31)	$2x^4 - 4 = 0$	
Exponentialgleichung (S. 31)	$e^x = 0,5$ oder $e^{2x-1} = 0,5$	
Sinusgleichung (S. 32)	$\sin(x) = 0,5$	$\sin(2x-1) = 0,5$
Kosinusgleichung (S. 32)	$\cos(x) = 0,5$	$\cos(2x-1) = 0,5$
Merkmal	umformbar auf $\left\{ \begin{array}{c} x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \\ e^x \text{ oder } e^{\text{„nicht nur } x\text{“}} \\ \sin(x) \\ \cos(x) \end{array} \right\} = \dots$	umformbar auf $\left\{ \begin{array}{c} \sin(\text{„nicht nur } x\text{“}) \\ \cos(\text{„nicht nur } x\text{“}) \end{array} \right\} = \dots$
Lösungsstrategie	Gegenoperation $\left\{ \begin{array}{c} \sqrt{} \\ \sqrt[3]{} \\ \sqrt[4]{} \\ \ln \\ \sin^{-1} \\ \cos^{-1} \end{array} \right\}$	Substitution : $u = \text{„nicht nur } x\text{“}$ führt zu $\left\{ \begin{array}{c} \sin(u) \\ \cos(u) \end{array} \right\} = \dots;$ Trig. Gleichung vom Typ 1 lösen; Rücksubstitution

Abkürzung : ... steht für eine Zahl.

