

Gruber | Neumann

Erfolg im Mathe-Abi 2026

Prüfungsaufgaben
Teil 1: hilfsmittelfreier Prüfungsteil
Leistungskurs Hessen

mit Tipps und Lösungen

Freiburger
Verlag

Helmut Gruber, geb. 1968, studierte Mathematik und Physik in Konstanz und Freiburg und ist seit 1995 Mathematiklehrer in der Oberstufe.

Robert Neumann, geb. 1970, studierte Mathematik und Physik in Freiburg und unterrichtet Mathematik in der Oberstufe seit 1999.

Dieses Druckwerk wurde besonders nachhaltig produziert und ist mit dem europaweit geschützten Label **Books for Future** ausgezeichnet.



Insbesondere wurden bei dieser Produktion eingesetzt:

- * umweltzertifizierte Papiere aus nachhaltiger Forstwirtschaft oder Recyclingprozessen
- * schadstoff-freie Naturölfarben (kobaltfrei!)
- * recycling-optimierte Kaschierung des Umschlags (kein Verbundstoff)

Inhaltsverzeichnis

Analysis

1	Ableiten	7
1.1	Ganzrationale Funktionen	7
1.2	Exponentialfunktionen	7
1.3	Trigonometrische Funktionen	8
1.4	Logarithmusfunktionen	8
2	Stammfunktionen und Integrale	9
2.1	Stammfunktionen	9
2.2	Integrale	10
2.3	Integralgleichungen	10
2.4	Flächeninhalt zwischen zwei Kurven	10
2.5	Ins Unendliche reichende Flächen	11
2.6	Angewandte Integrale	11
2.7	Rotationskörper	12
3	Gleichungen	13
3.1	Potenzgleichungen	13
3.2	Potenzgleichungen mit Parameter	13
3.3	Exponential- und Logarithmusgleichungen	14
3.4	Trigonometrische Gleichungen	15
4	Funktionen und Graphen	16
4.1	Von der Gleichung zur Kurve	16
4.2	Aufstellen von Funktionen mit Randbedingungen	18
4.3	Von der Kurve zur Gleichung	21
4.4	Graphen von f , f' und F	23
4.5	Kurvendiskussion	28
4.6	Extremwertaufgaben	32
4.7	Verständnis von Zusammenhängen	33

Geometrie

5 Punkte, Geraden und Ebenen	35
5.1 Lineare Gleichungssysteme	35
5.2 Rechnen mit Vektoren	35
5.3 Geraden	37
5.4 Ebenen	39
5.5 Gegenseitige Lage von Geraden und Ebenen	43
5.6 Gegenseitige Lage zweier Ebenen	44
6 Abstände, Winkel und Spiegelungen	46
6.1 Abstandsberechnungen	46
6.2 Winkelberechnungen	48
6.3 Spiegelungen	49
6.4 Verständnis von Zusammenhängen	50
6.5 Flächen- und Volumenberechnungen	51
7 Matrizen	52
7.1 Rechnen mit Matrizen	52
7.2 Inverse Matrizen	53
7.3 Übergangsmatrizen	53

Stochastik

8 Wahrscheinlichkeitsrechnung	55
8.1 Baumdiagramme und Pfadregeln	55
8.2 Unabhängigkeit und Vierfeldertafeln	59
8.3 Bedingte Wahrscheinlichkeit	61
8.4 Binomialverteilung	63
8.5 Erwartungswert und Standardabweichung	67
8.6 Normalverteilung	70

Tipps	74
--------------	-----------

Lösungen	108
-----------------	------------

Abitur 2021	225
Abitur 2022	243
Abitur 2023	257
Abitur 2024	273
Abitur 2025	291

Vorwort

Erfolg von Anfang an

...ist das Geheimnis eines guten Abiturs. Das vorliegende Übungsbuch ist speziell auf die grundlegenden Anforderungen des Prüfungsteils 1 (hilfsmittelfreier Teil HMF) des Mathematik-Abiturs im Leistungskurs in Hessen abgestimmt. Es umfasst die drei großen Themenbereiche Analysis, Geometrie und Stochastik sowie angepasste und erweiterte Abituraufgaben in einem Buch. Für die Struktur des hilfsmittelfreien Teils gilt: Es gibt vier elementare Pflichtaufgaben (P1 bis P4), davon zwei aus der Analysis und jeweils eine aus Geometrie und Stochastik, die alle ohne Wahlmöglichkeit zu bearbeiten sind. Dazu gibt es sechs komplexere Wahlaufgaben (W1 bis W6), davon jeweils zwei Aufgaben aus Analysis, Geometrie und Stochastik, von denen zwei beliebige zum Bearbeiten ausgewählt werden können. Bei jeder Aufgabe sind 5 Bewertungseinheiten (BE) zu erreichen, insgesamt sind also maximal 30 Bewertungseinheiten (BE) zu erreichen.

Daher haben wir Original-Prüfungsaufgaben teilweise gekürzt oder erweitert und an die neuen Bestimmungen angepasst.

Somit erhalten Sie die bestmögliche Vorbereitung auf die Abiturprüfung.

Der hilfsmittelfreie Teil besteht aus mehreren kleinen Aufgaben, die ohne Taschenrechner und ohne Formelsammlung zu lösen sind. Genau hierfür wurde das vorliegende Buch konzipiert: Es fördert das Grundwissen und die Grundkompetenzen in Mathematik, vom einfachen Rechnen und Formelanwenden bis hin zum Verstehen von gedanklichen Zusammenhängen. Das Übungsbuch ist eine Hilfe zum Selbstlernen (learning by doing) und bietet die Möglichkeit, sich intensiv auf die Prüfung vorzubereiten und gezielt Themen zu vertiefen. Hat man Erfolg bei den grundlegenden Aufgaben, machen Mathematik und das Lernen mehr Spaß.

Der blaue Tippteil

Haben Sie keine Idee, wie man eine Aufgabe angehen soll, hilft der blaue Tippteil zwischen Aufgaben und Lösungen weiter: Zu jeder Aufgabe finden Sie dort Tipps, die helfen, einen Ansatz zu finden, ohne die Lösung vorwegzunehmen.

Die Kontrollkästchen



Damit Sie immer den Überblick behalten können, welche Aufgaben Sie schon bearbeitet haben, befindet sich neben jedem Aufgabentitel ein Kontrollkästchen zum Abhaken.

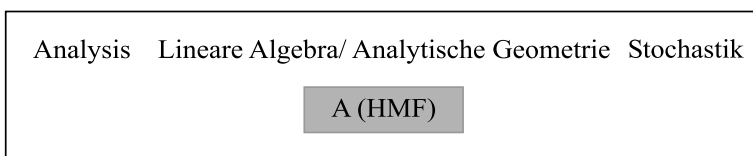
Der Ablauf der Abiturprüfung

Die Abiturprüfung besteht aus zwei Teilen:

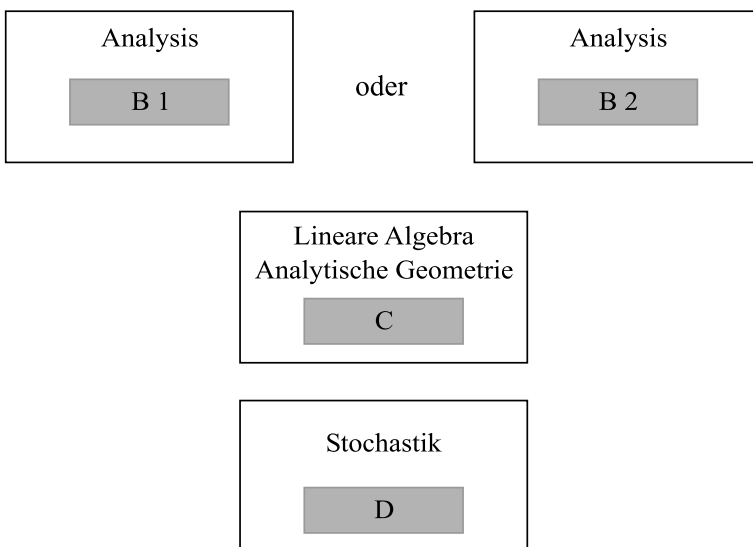
Prüfungsteil 1: Hilfsmittelfreier Prüfungsteil (Erlaubte Hilfsmittel: Ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung und eine Liste der fachspezifischen Operatoren)

Prüfungsteil 2: Aufgaben differenziert nach Rechnertechnologie (Erlaubte Hilfsmittel: Ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung, ein wissenschaftlich-technischer Taschenrechner oder ein CAS, eine gedruckte Formelsammlung sowie eine Liste der fachspezifischen Operatoren)

Prüfungsteil 1 (maximal 110 Minuten)



Prüfungsteil 2



Die Abiturprüfung besteht also aus vier Teilaufgaben: Dem hilfsmittelfreien Teil, einer Analysisaufgabe (B1 oder B2), einer Aufgabe der Analytischen Geometrie (C) und einer Stochastikaufgabe (D). Die gesamte Prüfungszeit beträgt 330 Minuten, d.h. 5,5 Stunden.

Allen SchülerInnen, die sich auf das Abitur vorbereiten, wünschen wir viel Erfolg.

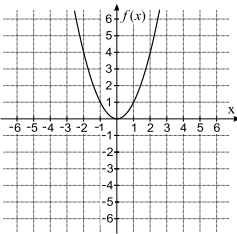
Helmut Gruber, Robert Neumann

4 Funktionen und Graphen □

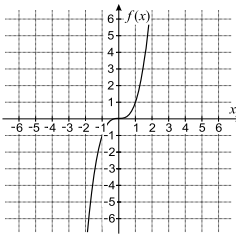
4.1 Von der Gleichung zur Kurve □

Tipps ab Seite 78, Lösungen ab Seite 122

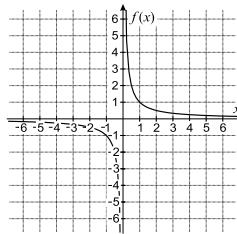
In diesem Kapitel geht es um die Grundfunktionen und ihre Verschiebung, Streckung und Spiegelung. Dazu sollten Sie die Graphen der wichtigsten Grundfunktionen kennen:



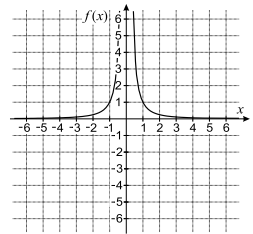
$$f(x) = x^2$$



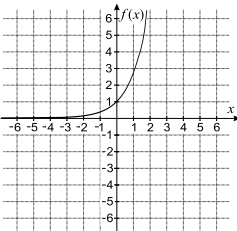
$$f(x) = x^3$$



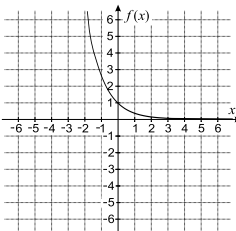
$$f(x) = \frac{1}{x}$$



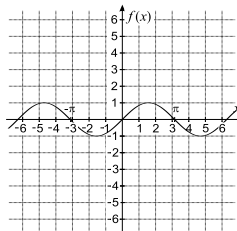
$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$



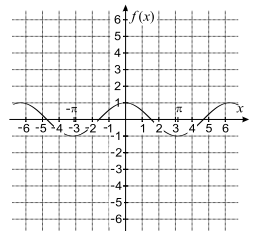
$$f(x) = e^x$$



$$f(x) = e^{-x}$$



$$f(x) = \sin(x)$$

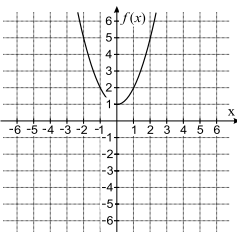


$$f(x) = \cos(x)$$

Diese Grundfunktionen lassen sich verschieben und strecken:

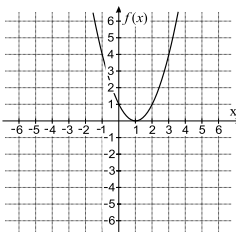
Beispiel:

Die Parabel $f(x) = x^2$



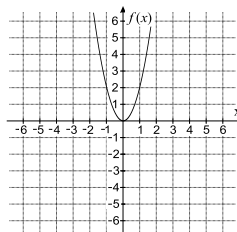
$$f(x) = x^2 + 1$$

Verschiebung um 1 LE in y-Richtung: das absolute Glied ist 1.



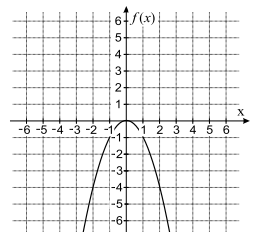
$$f(x) = (x-1)^2$$

Verschiebung um 1 LE in x-Richtung: x wird ersetzt durch $(x-1)$.



$$f(x) = 2 \cdot x^2$$

Streckung in y-Richtung um den Faktor 2. Die Funktionsgleichung wird mit 2 multipliziert.



$$f(x) = -x^2$$

Spiegelung an der x-Achse: Die Funktionsgleichung wird mit -1 multipliziert.

Weitere Variationen:

- Spiegelung an der y -Achse: Hierzu wird x ersetzt durch $(-x)$
- Stauchen in x -Richtung: Hierzu wird x ersetzt durch $a \cdot x$. Der Graph wird bei einem Faktor, der größer als 1 ist, gestaucht, d.h. in x -Richtung «kürzer» und bei einem Faktor, der kleiner als 1 ist, gestreckt, d.h. in x -Richtung «länger».

Tipp: Skizzieren Sie zuerst den Graph der zugehörigen Grundfunktion und anschließend schrittweise eine eventuelle Spiegelung, Streckung/Stauchung sowie die Verschiebungen in x -bzw. y -Richtung.

4.1.1 Ganzrationale Funktionen □

Skizzieren Sie die Graphen folgender Funktionen und bestimmen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

- a) $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ b) $f(x) = -\frac{3}{4}x$ c) $f(x) = (x-1)^2 - 4$
 d) $f(x) = -x^2 + 4$ e) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4,5$ f) $f(x) = (x-1)^3 + 1$

4.1.2 Trigonometrische Funktionen □

Skizzieren Sie die Graphen folgender Funktionen und geben Sie jeweils die Periode an.

- a) $f(x) = 2 \sin(x)$ b) $f(x) = \frac{1}{2} \cos(x)$ c) $f(x) = \sin(2x)$
 d) $f(x) = -\sin(2x) + 1$ e) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}\pi(x+1)\right)$ f) $f(x) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) + \frac{3}{2}$

4.1.3 Exponentialfunktionen □

Skizzieren Sie den Graph folgender Funktionen und bestimmen Sie jeweils die Asymptote.

- a) $f(x) = e^{x-1} + 1$ b) $f(x) = -e^{x-1} + 1$ c) $f(x) = e^{-(x-1)} + 2$

4.1.4 Logarithmusfunktionen

Skizzieren Sie die Graphen folgender Funktionen, geben Sie jeweils den Definitionsbereich und die Asymptoten an.

- a) $f(x) = \ln x + 2$ b) $f(x) = \ln(x+2)$ c) $f(x) = -\ln x - 1$
 d) $f(x) = -\ln(x-1) + 1$

3.2 Potenzgleichungen mit Parameter

- a) - d) Verwenden Sie zur Lösung der quadratischen Gleichung die abc-Formel. Führen Sie eine Fallunterscheidung durch: Ist der Term unter der Wurzel negativ, gibt es keine Lösung, ist er Null, gibt es eine Lösung, ist er positiv, gibt es zwei Lösungen. Lösen Sie die entsprechenden Ungleichungen.
- e) - f) Lösen Sie die Gleichungen durch Ausklammern von x . Beachten Sie, dass es keine Lösung gibt, wenn der Nenner gleich Null ist; ansonsten gibt es genau eine Lösung.

3.3 Exponential- und Logarithmus-Gleichungen

- a) Verwenden Sie den Satz vom Nullprodukt. Setzen Sie jeden einzelnen Faktor gleich Null und überlegen Sie, ob Lösungen existieren.
- b) - c) Klammern Sie zuerst e^x bzw. e^{2x} aus und verwenden Sie dann den Satz vom Nullprodukt.
- d) - e) Verwenden Sie den Satz vom Nullprodukt.
- f) - g) Substituieren Sie $e^x = z$ bzw. $e^{2x} = z$ oder $e^{\frac{1}{2}x} = z$ und lösen Sie dann die quadratische Gleichung mit der pq- oder abc-Formel. Durch anschließende Rücksubstitution von z können Sie x berechnen (Zahlen unter der Wurzel als Bruch schreiben).
- h) - j) Vereinfachen Sie die Gleichungen so, dass Sie beide Seiten «e-hoch» nehmen können.

3.4 Trigonometrische Gleichungen

Skizzieren Sie den Verlauf von $\sin(x)$ bzw. $\cos(x)$. Achten Sie auf das Lösungsintervall.

- a) - b) Substituieren Sie den Term in der Klammer durch z , lösen Sie die Gleichung und resubstituieren Sie wieder.
- c) - e) Verwenden Sie den Satz vom Nullprodukt. Eventuell müssen Sie $\sin x$ ausklammern.
- f) Verwenden Sie den Satz vom Nullprodukt und substituieren Sie den Term in der Klammer durch z , lösen Sie die Gleichung und resubstituieren Sie wieder.

4 Funktionen und Graphen

4.1 Von der Gleichung zur Kurve

4.1.1 Ganzrationale Funktionen

Den Schnittpunkt mit der y -Achse erhalten Sie durch Einsetzen von $x = 0$ in $f(x)$, die Schnittpunkte mit der x -Achse erhalten Sie durch Lösen der Gleichung $f(x) = 0$.

Zuerst wird gespiegelt und gestreckt, anschließend verschoben (Reihenfolge beachten!).

- a) - b) Die Graphen sind Geraden. Hat eine Gerade die Gleichung $y = mx + b$, so ist b der y-Achsenabschnitt und m die Steigung der Geraden.
- c) - f) Die Graphen sind Variationen der Graphen der beiden Grundfunktionen $f(x) = x^2$ (Parabel) oder $g(x) = x^3$ (kubische Parabel).

Ist $f(x) = a(x - b)^2 + c$ bzw. $g(x) = a(x - b)^3 + c$, so gibt es folgende Verwandlungen:

a : Streckfaktor in y-Richtung; $a < 0$: zusätzlich Spiegelung an der x-Achse.

$b > 0$ bzw. $b < 0$: Verschiebung nach rechts bzw. links.

$c > 0$ bzw. $c < 0$: Verschiebung nach oben bzw. unten.

4.1.2 Trigonometrische Funktionen

Die Graphen sind Variationen der Grundfunktionen $f(x) = \sin(x)$ bzw. $g(x) = \cos(x)$.

Ist $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$ bzw. $g(x) = a \cdot \cos(b \cdot (x - c)) + d$, so gibt es folgende Verwandlungen:

a : Streckfaktor in y-Richtung; $a < 0$: zusätzlich Spiegelung an der x-Achse.

b : Streckfaktor in x-Richtung.

$c > 0$ bzw. $c < 0$: Verschiebung nach rechts bzw. links.

$d > 0$ bzw. $d < 0$: Verschiebung nach oben bzw. unten.

Periode: $p = \frac{2\pi}{b}$.

4.1.3 Exponentialfunktionen

Zur Bestimmung der Asymptoten betrachten Sie $f(x)$ für $x \rightarrow \pm\infty$.

Die Graphen sind Variationen der Grundfunktionen $f(x) = e^x$ bzw. $g(x) = e^{-x}$.

Ist $f(x) = a \cdot e^{x-b} + c$ bzw. $g(x) = a \cdot e^{-(x-b)} + c$, so gibt es folgende Verwandlungen:

a : Streckfaktor in y-Richtung; $a < 0$: zusätzlich Spiegelung an der x-Achse.

$b > 0$ bzw. $b < 0$: Verschiebung nach rechts bzw. links.

$c > 0$ bzw. $c < 0$: Verschiebung nach oben bzw. unten.

4.1.4 Logarithmusfunktionen

Zur Bestimmung des Definitionsbereichs müssen Sie beachten, dass das Argument der Logarithmusfunktion (der Ausdruck in der Klammer) stets positiv sein muss.

Ist $f(x) = a \cdot \ln(x - b) + c$, so gibt es folgende Verwandlungen:

a : Streckfaktor in y-Richtung; $a < 0$: zusätzlich Spiegelung an der x-Achse.

$b > 0$ bzw. $b < 0$: Verschiebung nach rechts bzw. links.

$c > 0$ bzw. $c < 0$: Verschiebung nach oben bzw. unten.

4.2 Aufstellen von Funktionen mit Randbedingungen

4.2.1 Ganzrationale Funktionen

Für alle ganzrationalen Funktionen gilt:

- Parabel 2. Grades: $f(x) = ax^2 + bx + c$

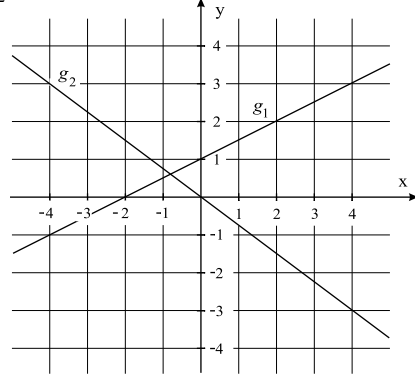
4 Funktionen und Graphen

4.1 Von der Gleichung zur Kurve

4.1.1 Ganzrationale Funktionen

- a) $g_1: f(x) = \frac{1}{2}x + 1$. Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(0) = \frac{1}{2} \cdot 0 + 1 = 1 \Rightarrow S(0 | 1)$
 Schnittpunkt mit der x-Achse: $f(x) = 0$ bzw. $\frac{1}{2}x + 1 = 0$ führt zu $x = -2 \Rightarrow N(-2 | 0)$
 Es handelt sich um eine Gerade mit y-Achsenabschnitt $b = 1$ und Steigung $m = \frac{1}{2}$.

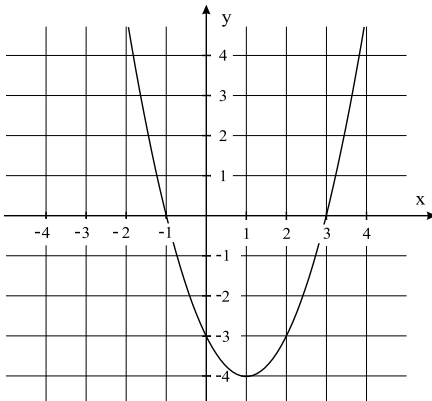
- b) $g_2: f(x) = -\frac{3}{4}x$. Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(0) = -\frac{3}{4} \cdot 0 = 0 \Rightarrow S(0 | 0)$.
 Schnittpunkt mit der x-Achse: $f(x) = 0$ bzw. $-\frac{3}{4}x = 0$ führt zu $x = 0 \Rightarrow N(0 | 0)$.
 Es handelt sich um eine Ursprungsgerade (Gerade durch den Koordinatenursprung) mit y-Achsenabschnitt $b = 0$ und Steigung $m = -\frac{3}{4}$.



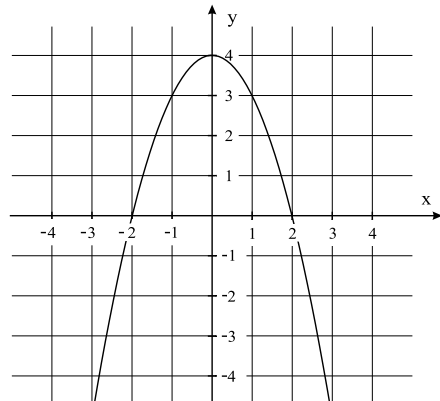
- c) $f(x) = (x-1)^2 - 4$. Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(0) = (0-1)^2 - 4 = -3 \Rightarrow S(0 | -3)$
 Schnittpunkt mit der x-Achse: $f(x) = 0$ bzw. $(x-1)^2 - 4 = 0$ führt zu $x_1 = 3$, $x_2 = -1 \Rightarrow N_1(3 | 0), N_2(-1 | 0)$. Es handelt sich um eine Normalparabel, die um eine LE nach rechts und 4 LE nach unten verschoben wurde, d.h. eine nach oben geöffnete Normalparabel mit Scheitel bei $(1 | -4)$.

- d) $f(x) = -x^2 + 4$. Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(0) = -0^2 + 4 = 4 \Rightarrow S(0 | 4)$
 Schnittpunkt mit der x-Achse: $f(x) = 0$ bzw. $-x^2 + 4 = 0$ führt zu $x_1 = 2$, $x_2 = -2 \Rightarrow N_1(2 | 0), N_2(-2 | 0)$.

Es handelt sich um eine Normalparabel, die an der x-Achse gespiegelt und dann um vier LE nach oben verschoben wurde, d.h. eine nach unten geöffnete Normalparabel mit S $(0 | 4)$.



c) $f(x) = (x-1)^2 - 4$



d) $f(x) = -x^2 + 4$

e) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4,5$.

Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0^2 + 4,5 = 4,5 \Rightarrow S(0 \mid 4,5)$.

Schnittpunkt mit der x-Achse: $f(x) = 0$ bzw. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4,5 = 0$ führt zu den Lösungen $x_1 = 3, x_2 = -3$. Daraus folgt: $N_1(3 \mid 0), N_2(-3 \mid 0)$.

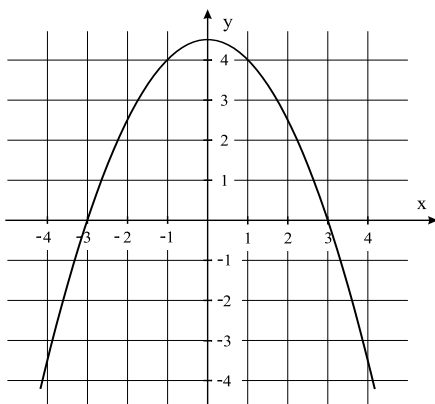
Es handelt sich um eine Normalparabel, die an der x-Achse gespiegelt, mit Faktor $\frac{1}{2}$ in y-Richtung gestaucht und um 4,5 LE nach oben verschoben wurde.

f) $f(x) = (x-1)^3 + 1$.

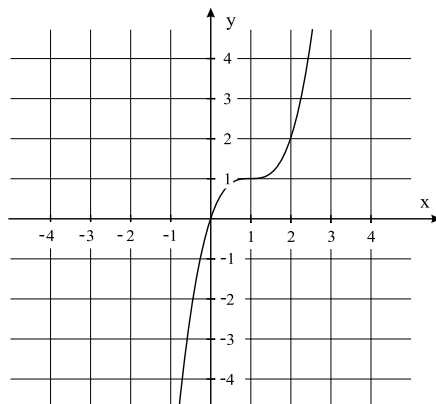
Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(0) = (0-1)^3 + 1 = 0 \Rightarrow S(0 \mid 0)$.

Schnittpunkt mit der x-Achse: $f(x) = 0$ bzw. $f(x) = (x-1)^3 + 1 = 0$ führt zu $x = 0 \Rightarrow N(0 \mid 0)$.

Es handelt sich um eine kubische Parabel, die um eine LE nach rechts und eine LE nach oben verschoben wurde.



e) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4,5$

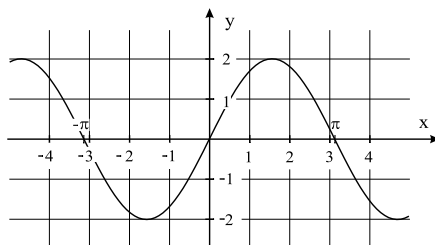


f) $f(x) = (x-1)^3 + 1$

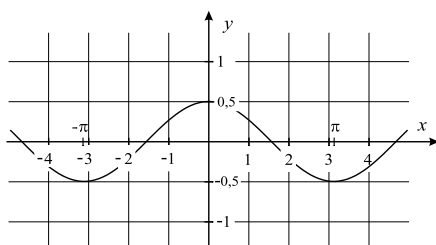
4.1.2 Trigonometrische Funktionen

a) $f(x) = 2\sin(x)$, Periode: $p = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$. Der Graph der Funktion $g(x) = \sin(x)$ wurde mit Faktor 2 in y-Richtung gestreckt.

b) $f(x) = \frac{1}{2}\cos(x)$, Periode: $p = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$. Der Graph von $g(x) = \cos(x)$ wurde mit Faktor $\frac{1}{2}$ in y-Richtung gestaucht (bzw. gestreckt).



a) $f(x) = 2\sin(x)$



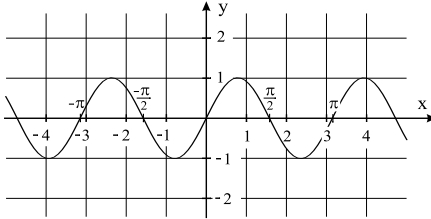
b) $f(x) = \frac{1}{2}\cos(x)$

c) $f(x) = \sin(2x)$, Periode: $p = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

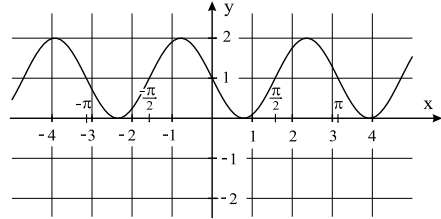
Der Graph der Funktion $g(x) = \sin(x)$ wurde mit Faktor 2 in x -Richtung gestaucht.

d) $f(x) = -\sin(2x) + 1$, Periode: $p = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

Der Graph der Funktion $g(x) = \sin(x)$ wurde an der x -Achse gespiegelt, mit Faktor 2 in x -Richtung gestaucht und um eine LE nach oben verschoben.



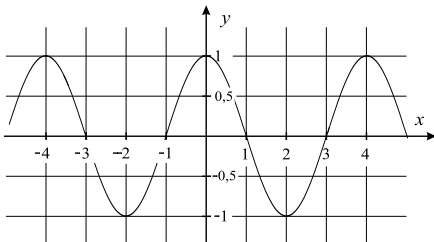
c) $f(x) = \sin(2x)$



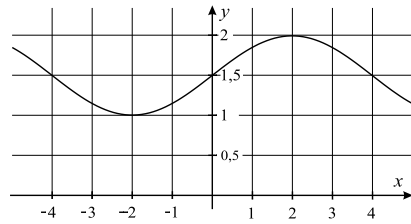
d) $f(x) = -\sin(2x) + 1$

e) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}\pi(x+1)\right)$, Periode: $p = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}\pi} = 4$. Der Graph der Funktion $g(x) = \sin(x)$ wurde in x -Richtung gestaucht und um eine LE nach links verschoben.

f) $f(x) = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) + \frac{3}{2}$, Periode: $p = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = 8$. Der Graph der Funktion $g(x) = \sin(x)$ wurde in x -Richtung gestreckt und in y -Richtung mit Faktor $\frac{1}{2}$ gestaucht, anschließend wurde es um $\frac{3}{2}$ LE nach oben verschoben.



e) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}\pi(x+1)\right)$



f) $f(x) = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) + \frac{3}{2}$

4.1.3 Exponentialfunktionen

a) $f(x) = e^{x-1} + 1$. Asymptote: $x \rightarrow -\infty$ führt zu $y = 1$ (waagerechte Asymptote).

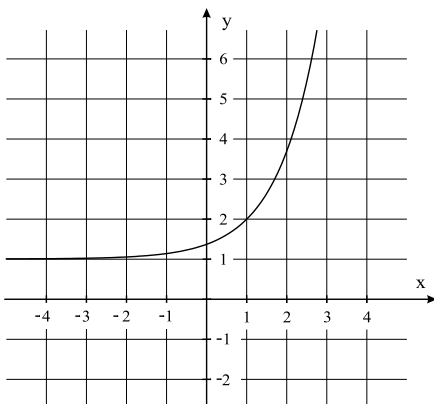
Der Graph der Funktion $g(x) = e^x$ wurde um eine LE nach rechts und eine LE nach oben verschoben.

b) $f(x) = -e^{x-1} + 1$. Asymptote: $x \rightarrow -\infty$ führt zu $y = 1$ (waagerechte Asymptote).

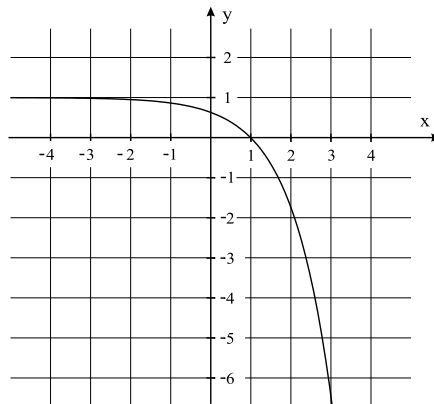
Der Graph der Funktion $g(x) = e^x$ wurde an der x -Achse gespiegelt und anschließend um eine LE nach rechts und eine LE nach oben verschoben.

c) $f(x) = e^{-(x-1)} + 2$. Asymptote: $x \rightarrow \infty$ führt zu $y = 2$ (waagerechte Asymptote).

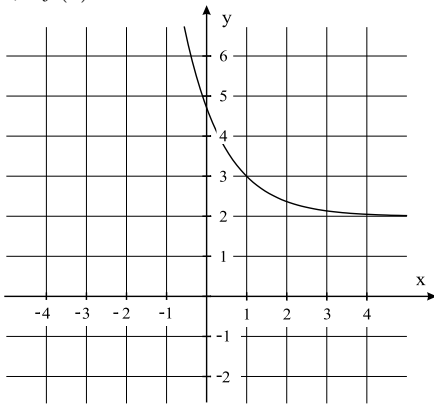
Der Graph der Funktion $g(x) = e^x$ wurde erst an der y -Achse gespiegelt und dann um eine LE nach rechts und zwei LE nach oben verschoben.



a) $f(x) = e^{x-1} + 1$



b) $f(x) = -e^{x-1} + 1$



c) $f(x) = e^{-(x-1)} + 2$

4.1.4 Logarithmusfunktionen

a) $f(x) = \ln x + 2$

Definitionsbereich: $x > 0$, senkrechte Asymptote: $x = 0$.

Der Graph der Funktion $g(x) = \ln x$ wurde um zwei LE nach oben verschoben.

b) $f(x) = \ln(x + 2)$

Definitionsbereich: $x + 2 > 0$ führt zu $x > -2$, senkrechte Asymptote: $x = -2$.

Der Graph der Funktion $g(x) = \ln x$ wurde um zwei LE nach links verschoben.

c) $f(x) = -\ln x - 1$

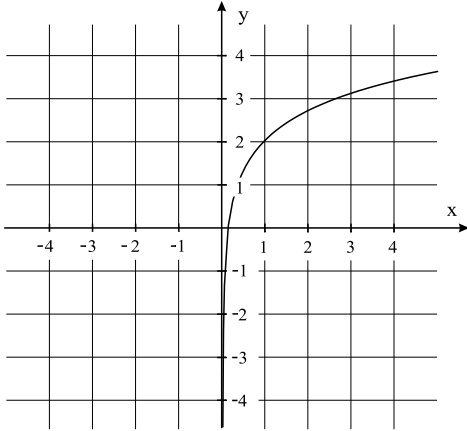
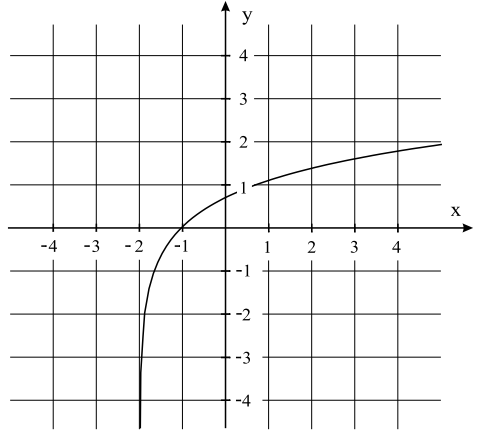
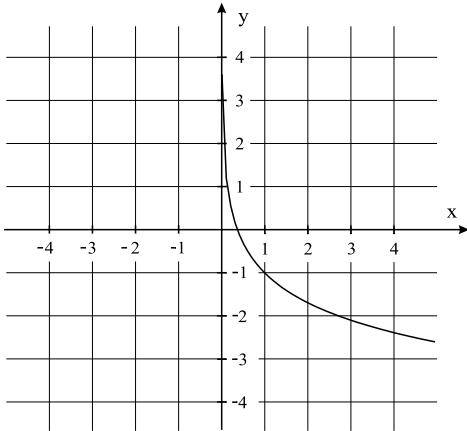
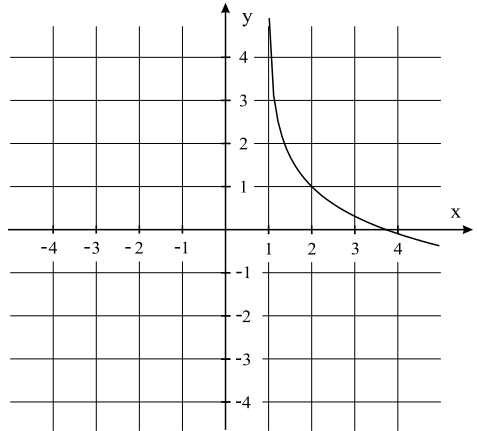
Definitionsbereich: $x > 0$, senkrechte Asymptote: $x = 0$.

Der Graph der Funktion $g(x) = \ln x$ wurde an der x -Achse gespiegelt und anschließend um eine LE nach unten verschoben.

d) $f(x) = -\ln(x - 1) + 1$

Definitionsbereich: $x - 1 > 0$ führt zu $x > 1$, senkrechte Asymptote: $x = 1$

Der Graph der Funktion $g(x) = \ln x$ wurde an der x -Achse gespiegelt und anschließend um eine LE nach rechts und eine LE nach oben verschoben.

a) $f(x) = \ln x + 2$ b) $f(x) = \ln(x + 2)$ c) $f(x) = -\ln x - 1$ d) $f(x) = -\ln(x - 1) + 1$

4.2 Aufstellen von Funktionen mit Randbedingungen

4.2.1 Ganzrationale Funktionen

a) Ansatz: $f(x) = ax^2 + bx + c$. Die drei Bedingungen ergeben

$$f(0) = 4 \Rightarrow a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 4$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 0$$

$$f(2) = 18 \Rightarrow a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 18$$

Daraus ergibt sich das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{array}{lll} \text{I} & & c = 4 \\ \text{II} & a + b + c & = 0 \\ \text{III} & 4a + 2b + c & = 18 \end{array}$$

Stichwortverzeichnis

- abc-Formel, 13
- Ableiten, 7
- Abstand
 - Gerade - Ebene, 46
 - paralleler Ebenen, 47
 - paralleler Geraden, 46
 - Punkt - Ebene, 46
 - Punkt - Gerade, 46
 - windschiefer Geraden, 47
- Baumdiagramm, 55
- Bernoulliexperiment, 63
- Binomialverteilung, 63
- Ebenen
 - gegenseitige Lage, 43
 - parallele, 45
 - Schnitt von, 45
- Ebenenschar, 293
- Ereignisse
 - unabhängige, 59
- Erwartungswert, 67
- Exponentialfunktionen
 - aufstellen mit Randbedingung, 19
 - bestimmen des Schaubildes, 17
 - differenzieren, 7
 - integrieren, 9
- Exponentialgleichungen, 14
- Extremwertaufgaben, 32
- Fläche
 - ins Unendliche reichende, 11
 - zwischen zwei Kurven, 10
- Funktionen
 - bestimmen aus dem Schaubild, 21
- Funktionenschar, 291
- Funktionenscharen
 - ganzrationale Funktionen, 30
- Ganzrationale Funktionen
 - aufstellen mit Randbedingungen, 19
 - bestimmen des Funktionsterms, 21
- Geraden
 - allgemeines Verständnis, 39
 - gegenseitige Lage, 38
 - Punktprobe, 38
- Glücksrad, 69
- Gleichungen
 - höherer Ordnung, 13
 - trigonometrische, 15
- Integralfunktion, 10
- Integration
 - Flächeninhalt, 10
 - Stammfunktionen, 9
- Inverse Matrix, 53
- Kettenlänge, 69
- Koordinatenform der Ebenengleichung, 41
- Kosinus
 - Gleichung, 15
- Kurvendiskussion, 28
- Lineare Abbildung, 52
- Logarithmusfunktionen
 - differenzieren, 8
- Logarithmusgleichung, 14
- Matrix, 52, 294
- Matrizenmultiplikation, 52
- Monotonie, 24, 26

- Multiplikationssatz, 59
- Normale, 30
- Orthogonalität
 - von Ebenen, 45
 - von Kurven, 30
 - von Vektoren, 37
- Ortskurve
 - allgemein, 31
- Parallelität
 - zwischen zwei Ebenen, 45
- Parallelogramm, 36
- Parameter
 - Funktionen mit Parameter, 30
- Parameterform der Ebenengleichung, 41
- Pfadregeln, 55
- Potenzfunktionen
 - integrieren, 9
- pq-Formel, 13
- Sattelpunkt, 28, 29
- Satz vom Nullprodukt, 13
- Schaubilder, 16
- Sinus
 - Gleichung, 15
- Sinusfunktion
 - aufstellen mit Randbedingung, 20
 - bestimmen des Funktionsterms, 22
 - differenzieren, 8
- Skalarprodukt, 36
- Spiegelebene, 42
- Spiegelungen
 - Gerade an Ebene, 50
 - Punkt an Ebene, 49
 - Punkt an Gerade, 50
 - Punkt an Punkt, 49
- Spurpunkt, 42
- Stammfunktion, 9, 27, 291
- Symmetrie, 29
- Tangente, 30
- Tangentensteigung, 225
- Trigonometrische Funktionen
 - aufstellen mit Randbedingung, 20
 - bestimmen des Funktionsterms, 22
 - bestimmen des Schaubildes, 17
 - differenzieren, 8
 - integrieren, 9
- Übergangsmatrix, 53
- Vektoren
 - Addition und Subtraktion, 36
 - Orthogonalität, 37
- Vektorprodukt, 39
- Vierfeldertafel, 245
- Windschiefe Geraden, 38
- windschiefe Geraden
 - Abstandsberechnung, 47
- Winkel
 - zwischen Ebenen, 49
 - zwischen Gerade und Ebene, 49
 - zwischen Vektoren und Geraden, 48
- Ziehen mit Zurücklegen, 55
- Ziehen ohne Zurücklegen, 56
- Zielfunktion, 32
- Zylinder, 259